

Cvičení z matematické analýzy 3

Nekonečné číselné řady

10. 4. 2019

Nekonečné číselné řady

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.
- Výraz $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ se nazývá **posloupnost částečných součtů řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.
- Výraz $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ se nazývá **posloupnost částečných součtů řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- Jestliže existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, nazývá se součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.
- Výraz $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ se nazývá **posloupnost částečných součtů řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- Jestliže existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, nazývá se součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.
- V opačném případě ($\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ neexistuje, nebo je $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \pm\infty$) řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ součet nemá; říkáme, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.
- Výraz $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ se nazývá **posloupnost částečných součtů řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- Jestliže existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, nazývá se součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.
- V opačném případě ($\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ neexistuje, nebo je $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \pm\infty$) řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ součet nemá; říkáme, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

Věta (Nutná podmínka konvergence): Jestliže řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, pak $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Určete součet řady

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

$\left[\frac{2}{3}\right]$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

$\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1 $-0,\overline{12}$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1 $-0,\overline{12}$ $\left[-\frac{4}{33}\right]$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1 $-0, \overline{12}$ $\left[-\frac{4}{33}\right]$

2 $0, 07\overline{8}$

Určete součet řady

1 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1 $-0, \overline{12}$ $\left[-\frac{4}{33}\right]$

2 $0, 07\overline{8}$ $\left[\frac{71}{900}\right]$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right)$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad (s_n - \log 2s_n)$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad (s_n - \frac{1}{2}s_n) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad (s_n - \log 2s_n) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad (s_n - \log 2s_n) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2}\right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2} s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad \left(s_n - \log 2 s_n \right) \quad \left[\frac{1}{(1 - \log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3} s_n \right)$$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad \left(s_n - \log 2s_n\right) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2}\right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2}\right]$$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad \left(s_n - \log 2s_n\right) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2}\right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2}\right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad \left(s_n - \log 2s_n \right) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad \left(s_n - \log 2s_n \right) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \quad [1]$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2} s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad \left(s_n - \log 2 s_n \right) \quad \left[\frac{1}{(1 - \log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3} s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3 - \sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \quad [1]$$

$$5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad (s_n - \log 2s_n) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \quad [1]$$

$$5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)} \right)$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad (s_n - \log 2s_n) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \quad [1]$$

$$5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)} \right) \quad \left[\frac{11}{18} \right]$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad (s_n - \log 2s_n) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \quad [1]$$

$$5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)} \right) \quad \left[\frac{11}{18} \right]$$

$$6 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)}$$

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad \left(s_n - \log 2s_n \right) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \quad [1]$$

$$5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)} \right) \quad \left[\frac{11}{18} \right]$$

$$6 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)} \quad \left(\frac{1}{(n+1)(n+4)} = \frac{1}{3(n+1)} - \frac{1}{3(n+4)} \right)$$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

$$1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n \right) \quad [2]$$

$$2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1} \quad (s_n - \log 2s_n) \quad \left[\frac{1}{(1-\log 2)^2} \right]$$

$$3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n} \quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n \right) \quad \left[\frac{3}{(3-\sin a)^2} \right]$$

$$4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \quad [1]$$

$$5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)} \right) \quad \left[\frac{11}{18} \right]$$

$$6 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)} \quad \left(\frac{1}{(n+1)(n+4)} = \frac{1}{3(n+1)} - \frac{1}{3(n+4)} \right) \quad \left[\frac{13}{36} \right]$$