MA 0008 – teorie psti

cvičení 03:
klasická a geometrická pst

Příklady budou vzaty z:

SŠ

Robová, Hála, Calda: Matematika pro SŠ: Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost, statistika (2013) … část PRAVDĚPODOBNOST

M3

Fajmon, Růžičková-Hlavičková 2003: Matematika 3, kap. 9, některé příklady ze cvičení za kapitolou 9

Př. 0.1: Podívejme se nejprve na statistickou definici psti: (SŠ, str. 111, př. 5)

Při 500 hodech krabičkou zápalek 385krát krabička dopadla naplocho, 82krát na bok a 33krát na výšku. Odhadněte psti jevu

A … krabička padne naplocho

B … krabička padne na bok

C … krabička padne na výšku

Př 0.2: (SŠ, str. 111, př. 6): v osmi dodávkách urč druhu výrobku byla část výrobků vadných. Odhadněte pst, že náhodně vybran výrobek z další dodávky bude vadný

Dodávka č.	Součástek v dodávce celkem	Z toho počet vadných součástek
1	741	32
2	843	36
3	654	28
4	699	30
5	766	33
6	674	29
7	882	38
8	810	35

Tedy shrnutí pro stat pst

Pst jevu, který bude následovat, určíme výlučně jako podíl dosavadního počtu příznivých měření ku počtu všech měření

Věnujme se dále psti teoreticky:

Psti nebudeme určovat měřením, ale budeme teoreticky předpokládat, že měřené veličiny se budou jistým způsobem chovat

(matematickým popisem těchto teoretických modelů se zabývá teorie psti)

model psti 01 – klasická pst

a) Ω má konečně mnoho možných výsledků a

b) všechny tyto výsledky mají stejnou možnost nastat

Pak pro pst jevu $A \subseteq \Omega$ platí

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

(podíl počtu prvků obou množin)

Př. 1: SŠ, str.. 106, cvič. 6: házeme dvěma kostkami

A ... padne aspoň jedna šestka

B ... součet hodů je roven 6

C ... součet čísel je menší než 7

a) Zapište jev B pomocí elementárních jevů; předpokládejte, že kostky umíme rozlišit.

b) Popište slovně jev $\bar{C}$.

c) Jaký je vztah mezi jevy A a $\bar{C}$?

A … padne aspoň jedna šestka

B … součet hodů je roven 6

C … součet čísel je menší než 7

d) Co můžeme říct o jevech A a B?
e) Jaký je vztah mezi jevy B a C?
f) Popište slovně jev C – B.

Př. 2: SŠ, str.. 106, cvič. 7: v osudí jsou 2 bílé a 4 černé koule; postupně losujeme koule z osudí, dokud není prázdné, vytažené koule nevracíme zpět

a) Kolik je možných výsledků losování za předpokladu, že koule stejné barvy neumíme rozlišit?

b) Určete pst jevu A … v prvním tahu byla vytažena bílá koule

c) Určete pst jevu B … obě bílé koule byly vytaženy během prvních tří tahů

d) Popište slovně jev $\bar{B}$.

e) Určete pst jevu C … poslední vytažená koule je černá.

f) Jaký je vztah mezi jevy B a C?

g) Popište slovně jev $A \cap \bar{B} \cap C$

Př. 3: SŠ, str.. 107, cvič. 9: součástka po svém vyrobení prochází třemi různými zkouškami kvality;

A … náhodně vybraná souč obstojí při první zkoušce

B … náhodně vybraná souč obstojí při druhé zkoušce

C … náhodně vybraná souč obstojí při třetí zkoušce

Vyjádřete v množinové symbolice, že souč obstojí

a) Jen v první zkoušce
b) V první a ve druhé zkoušce, ale ne ve třetí zkoušce
c) Právě v jedné zkoušce

A … náhodně vybraná souč obstojí při první zkoušce

B … náhodně vybraná souč obstojí při druhé zkoušce

C … náhodně vybraná souč obstojí při třetí zkoušce

Vyjádřete v množinové symbolice, že souč obstojí

d) Aspoň v jedné zkoušce
e) Právě ve dvou zkouškách
f) Alespoň ve dvou zkouškách

A … náhodně vybraná souč obstojí při první zkoušce

B … náhodně vybraná souč obstojí při druhé zkoušce

C … náhodně vybraná souč obstojí při třetí zkoušce

Vyjádřete v množinové symbolice, že souč obstojí

g) Ve všech třech zkouškách

h) Nejvýše ve dvou zkouškách

Př. 4: SŠ, str.. 110, cvič. 1: zapomněli jste čtyřmístný pin, pamatujete si pouze, že obsahoval třináctku (jedničku a trojku těsně za sebou), ale nevíte na kterých pozicích

Pamatujete si ještě, že zbývající čísla nebyla stejná.

S jakou pstí můžeme pin uhádnout?

Př. 5: SŠ, str.. 110, cvič. 3 modifikované: Hodíme čtyřikrát desetikorunou. S jakou pstí padne dvakrát líc a dvakrát rub?

Př. 6: SŠ, str.. 110, cvič. 4: Hráč bridge (52 karet) dostane dvě karty z dokonale rozmíchaného balíčku

S jakou pstí bude mít v ruce

a) Eso a krále?
b) Dvě esa?
c) Dvě karty stejné hodnoty?

model psti 02 – geometrická pst

a) Ω má NEkonečně mnoho možných výsledků a

b) všechny tyto výsledky mají stejnou možnost nastat

Pak pro pst jevu $A \subseteq \Omega$ platí

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

(kde μ (čti: mí ... řecké písmeno) je míra daných množin ... podle dimenze množiny je to délka, obsah, objem množiny)

Př. 7: M3, str.143, př. 9.8: obrazovka radaru je kruhová o poloměru r

Při zapnutí se na ní náhodně objeví letící bod znázorňující letící objekt;

Určete pst, že svítící objekt bude od středu obrazovky vzdálen méně než o r/2

Př. 8: M3, str.143, př. 9.9: tyč délky 7 m je náhodně rozřezána na tři kusy

Jaká je pst, že z těchto tří částí lze sestavit trojúhelník?

Př. 9: SŠ, str.114, cvič. 7: Stroj vyrábí skleněné trubičky o délce 1 m.

Rozlomí-li s trubička kvůli poruše materiálu na dva kusy, s jakou pstí bude jeden z nich delší než 80 cm, a bude jej tedy možno dále využít?

(předpokládejte, že trubička se může zlomit na kterémkoli místě se stejnou pstí)

Př. 10: SŠ, str.114, cvič. 8: Vedoucí prodejny nábytku očekává během dne dodávku zboží od dvou různých dodavatelů.

Od 1.dodavatele byl informován, že auto může přijet kdykoliv mezi 9 hod a 12 hod, auto druhého dodavatele může přijet kdykoliv mezi 9 hod a 14 hod.

Přejímka zboží od kteréhokoli dodavatele trvá hodinu.

S jakou pstí se stane, že auto, které přijede později, bude muset čekat na dokončení přejímky zboží z prvního auta?