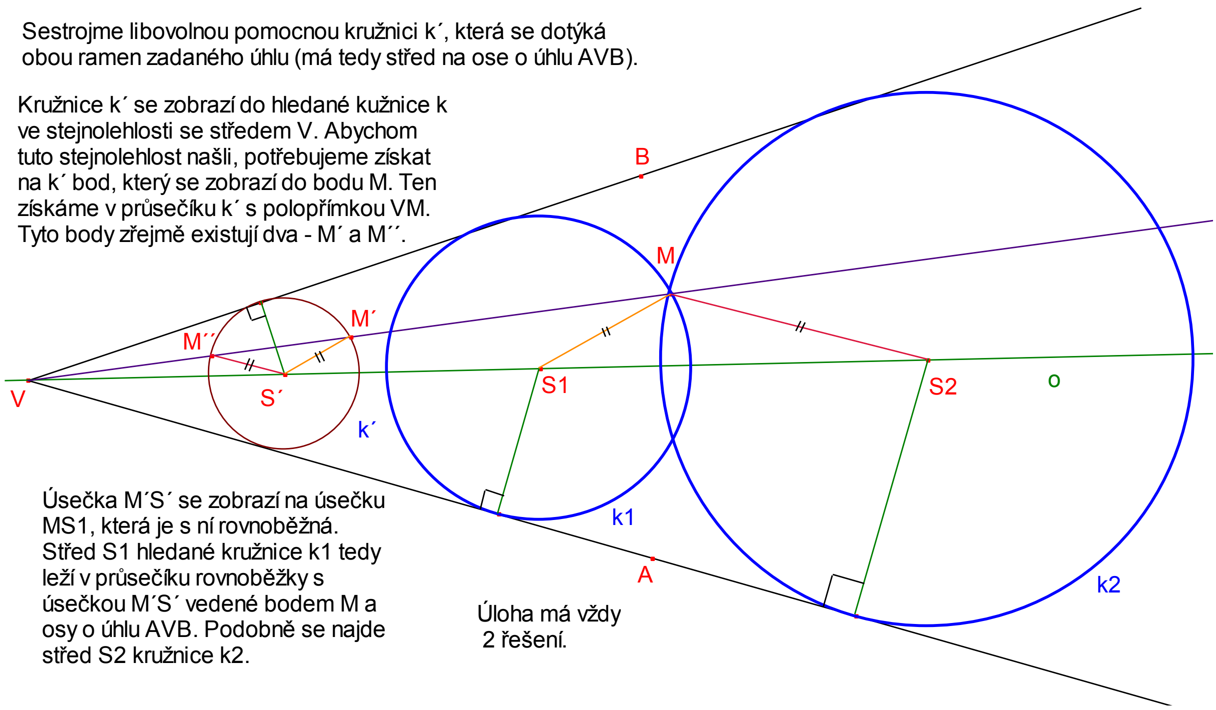
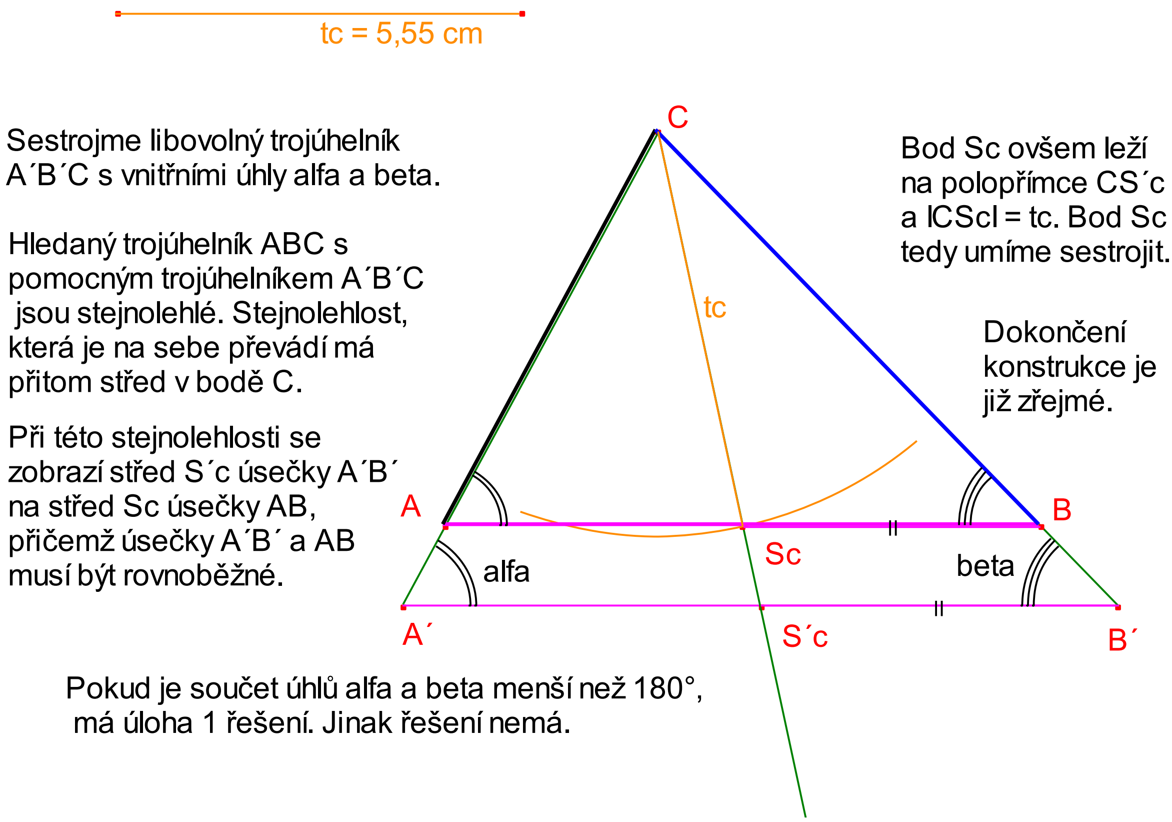
Stejnolehlost – úlohy

1. Nechť je dán konvexní úhel AVB a v něm bod M. Sestrojte kružnici k, která prochází bodem M a dotýká se obou ramen úhlu AVB.

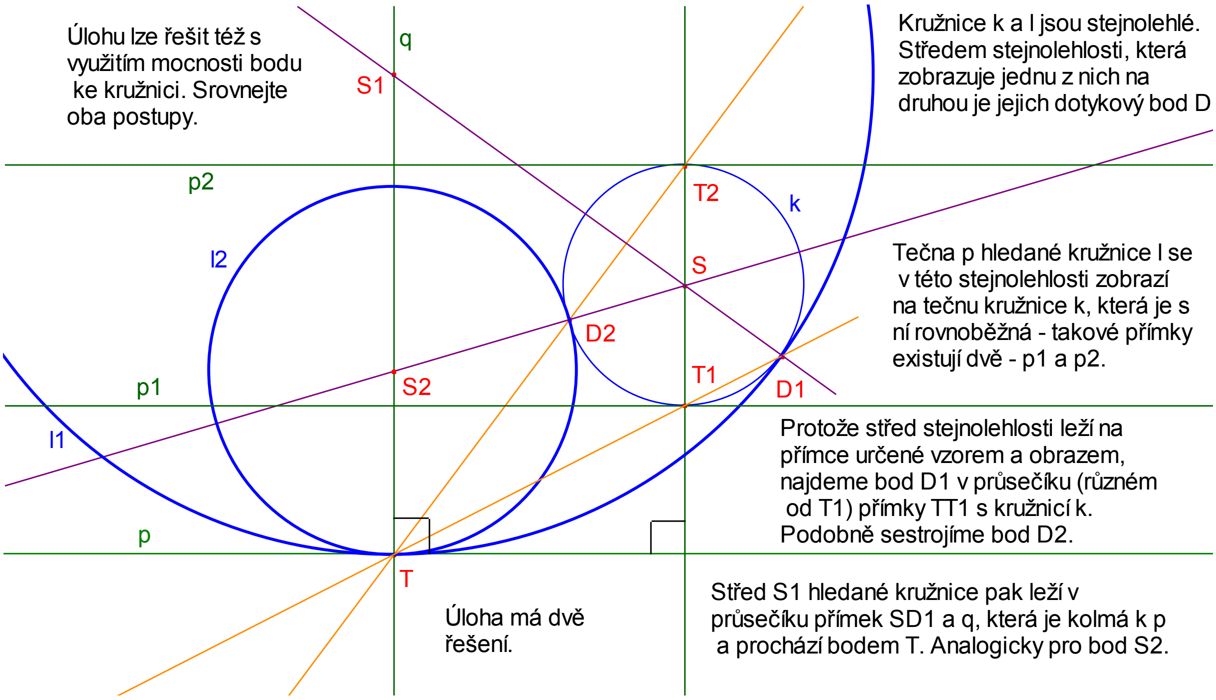


2. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li při obvyklém značení dáno α, β a t_c.



Aleš Kobza

3. Nechť je dána přímka p, na ni bod T a kružnice k(S;r), která s přímkou p nemá žádný společný bod. Sestrojte kružnici l, která se dotýká přímky p v bodě T i kružnice k.



Úlohu lze řešit též s využitím mocnosti bodu ke kružnici. Srovnejte oba postupy.

Kružnice k a l jsou stejnolehlé. Středem stejnolehlosti, která zobrazuje jednu z nich na druhou je jejich dotykový bod D

Tečna p hledané kružnice l se v této stejnolehlosti zobrazí na tečnu kružnice k, která je s ní rovnoběžná - takové přímky existují dvě - p1 a p2.

Protože střed stejnolehlosti leží na přímce určené vzorem a obrazem, najdeme bod D1 v průsečíku (různém od T1) přímky TT1 s kružnicí k. Podobně sestrojíme bod D2.

Úloha má dvě řešení.

Střed S1 hledané kružnice pak leží v průsečíku přímek SD1 a q, která je kolmá k p a prochází bodem T. Analogicky pro bod S2.

4. Sestrojte trojúhelník ABC, jsou-li dány body C, V a O, kde V značí průsečík jeho výšek a O střed kružnice opsané.

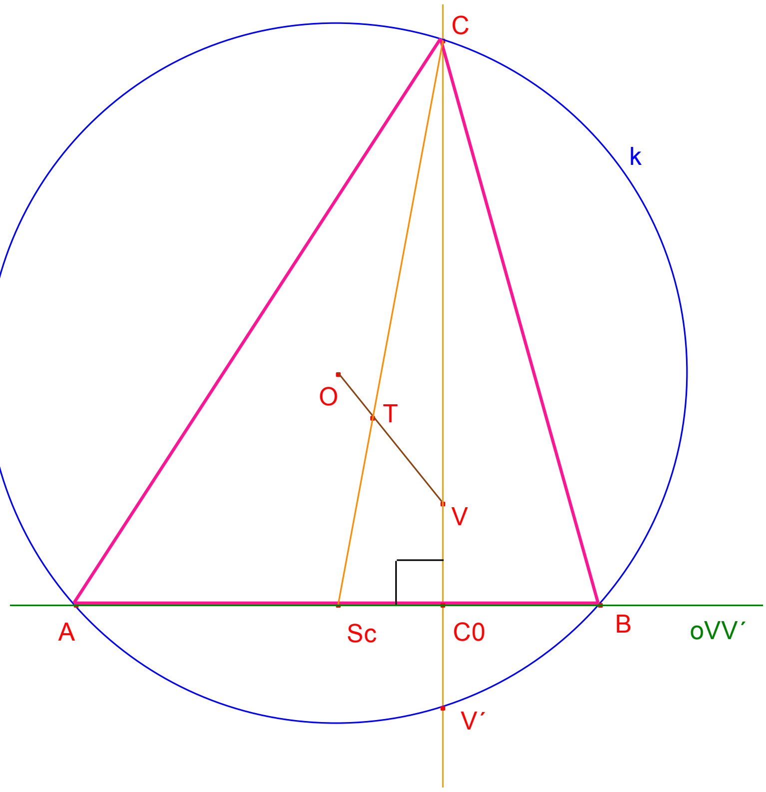
Uvažme kružnici k opsanou hledanému trojúhelníku ABC.

Víme, že výška CV je kolmá ke straně AB. Dále platí, že obraz V´ bodu V v osové souměrnosti podle osy AB leží na kružnici k. Bod V´ tedy umíme najít.

Přímka AB je potom osou úsečky VV´. Body AB získáme jako její průsečíky s kružnicí k.

Jiné řešení spočívá ve využití vlastností Eulerovy přímky. Na úsečce OV najdeme těžiště T trojúhelníku ABC, neboť platí |VT| = 2*|OT| . Pak umíme na polopřímce opačné k polopřímce TC najít střed Sc strany AB, protože 2*|ScT| = |TC|. Přímka AB je pak kolmicí vedenou bodem Sc k přímce VC.

Úloha má 0 - 1 řešení, obecná diskuse není triviální.



Aleš Kobza