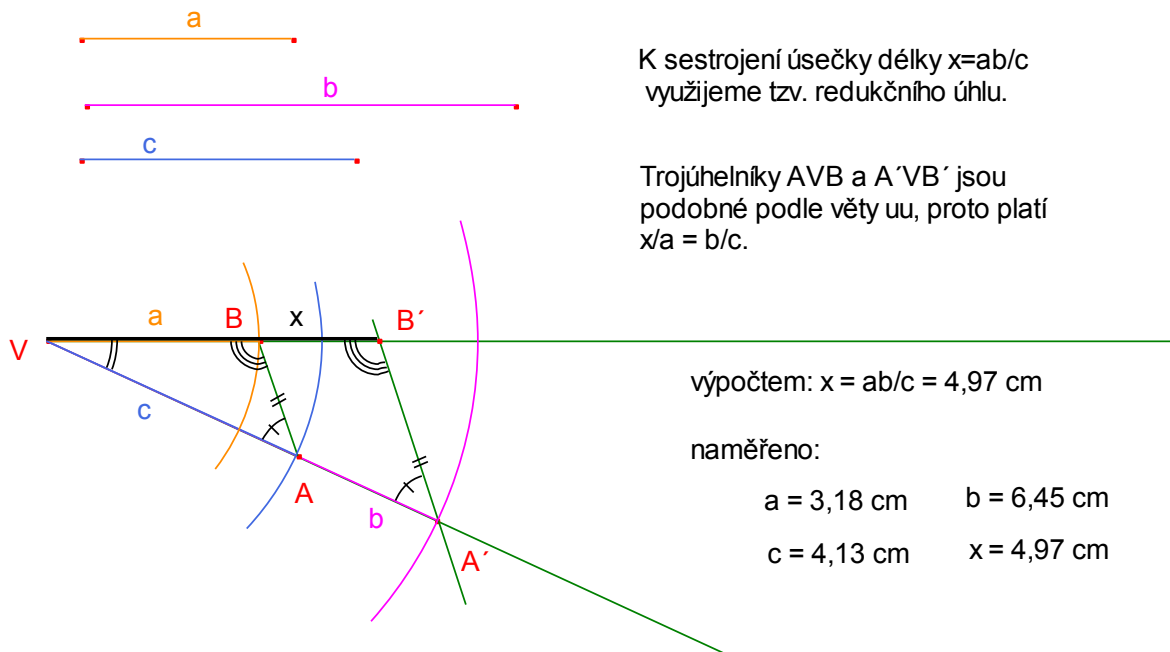


Čtvrtá geometricky úměrná – metoda redukčního úhlu



K sestrojení úsečky délky $x=ab/c$ využijeme tzv. redukčního úhlu.

Trojúhelníky AVB a A'VB' jsou podobné podle věty uu, proto platí $x/a = b/c$.

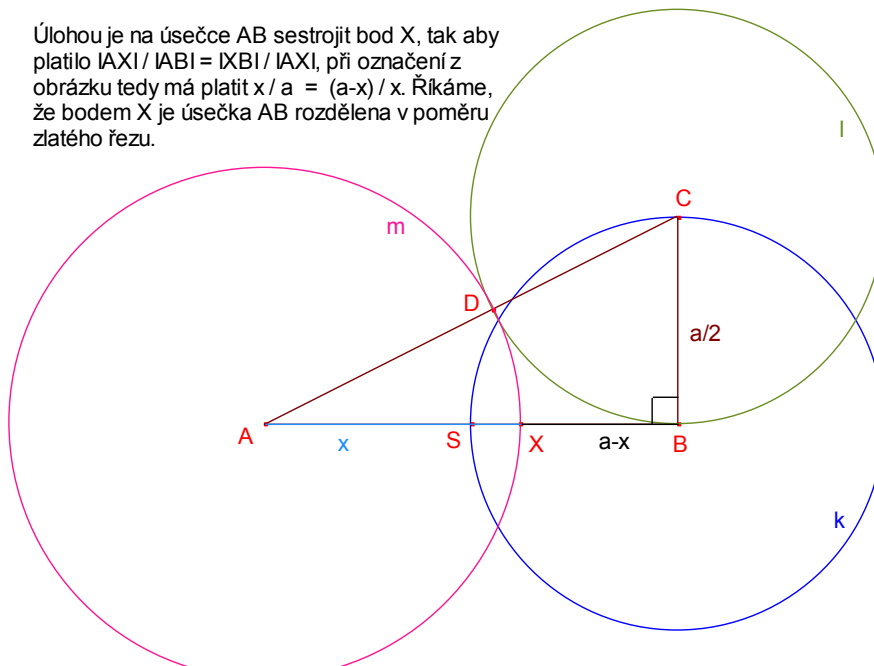
výpočet: $x = ab/c = 4,97$ cm

naměřeno:

$a = 3,18$ cm	$b = 6,45$ cm
$c = 4,13$ cm	$x = 4,97$ cm

Zlatý řez

Úlohou je na úsečce AB sestrojiti bod X, tak aby platilo $|AX| / |AB| = |XB| / |AX|$, při označení z obrázku tedy má platit $x / a = (a-x) / x$. Říkáme, že bodem X je úsečka AB rozdělena v poměru zlatého řezu.



Vyřešením uvedené rovnice dostáváme $x = (\sqrt{5} - 1)a/2$. Euklidovskou konstrukcí této délky popsal Herón.

Rozbor konstrukce:

1. Na kolmici k AB vedené bodem B najdeme pomocí kružnice k bod C tak, aby $|BC| = a/2$. Úsečka AC pak má délku $\sqrt{5}a/2$.
2. Pomocí kružnice l na úsečce AC najdeme bod D, pro který platí $|CD| = a/2$. Úsečka AD pak má hledanou délku x. Tu stačí pomocí kružnice m nanést na úsečku AB.

Zlatý řez v matematických objektech

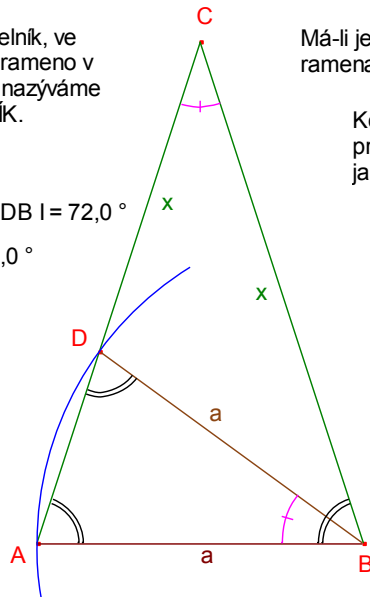
• Zlatý trojúhelník

Rovnoramenný trojúhelník, ve kterém základna dělí rameno v poměru zlatého řezu, nazýváme ZLATÝ TROJÚHELNÍK.

Platí:

$$|\angle CAB| = |\angle ABC| = |\angle ADB| = 72,0^\circ$$

$$|\angle ACB| = |\angle ABD| = 36,0^\circ$$



Má-li jeho základna délku a , pro délku x jeho ramena pak vychází: $x = a(\sqrt{5} + 1) / 2$.

Konstrukci zlatého trojúhelníku provedeme podobným způsobem jako konstrukci zlatého řezu.

Pozoruhodné je, že vepíšeme-li do zlatého trojúhelníku ABC rovnoramenný trojúhelník ABD, ve kterém je základna původního trojúhelníku ramenem, je tento menší trojúhelník opět zlatý.

• Zlatý řez a zlaté trojúhelníky v pravidelném pětiúhelníku

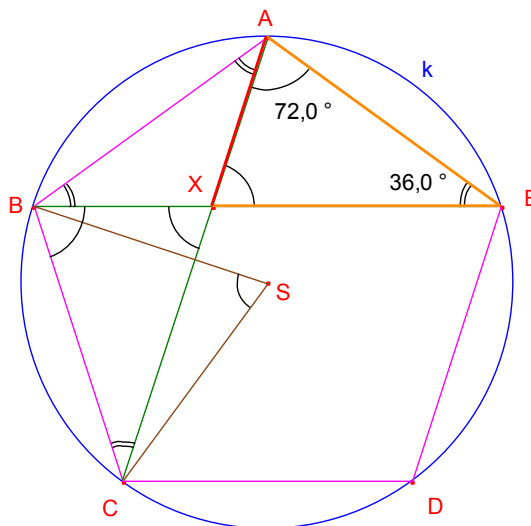
$$|BX| = 3,35 \text{ cm}$$

$$|EX| = 5,42 \text{ cm}$$

$$|BE| = 8,77 \text{ cm}$$

$$|BX| / |EX| = 0,62$$

$$|EX| / |BE| = 0,62$$



Každé dvě úhlopříčky pravidelného pětiúhelníku, které se protínají v jeho vnitřním bodě X, jsou bodem X děleny v poměru zlatého řezu.

Trojúhelníky AEX a BCX jsou zlaté.

• Zlatý obdélník

změřeno:

$$a-x = |XB| = 2,92 \text{ cm}$$

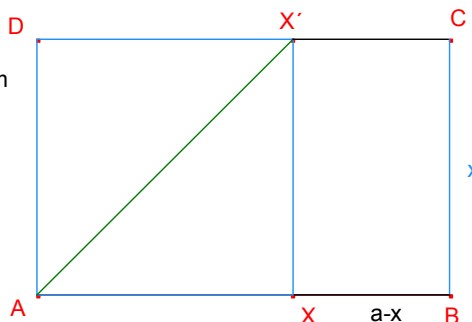
$$x = |BC| = 4,72 \text{ cm}$$

$$|AB| = 7,63 \text{ cm}$$

vypočteno:

$$(a-x) / x = 0,62$$

$$x / |AB| = 0,62$$



Obdélník, jehož kratší strana dělí delší stranu v poměru zlatého řezu, se nazývá ZLATÝ OBDÉLNÍK.

Zlatý obdélník má řadu zajímavých vlastností. Jednou z nich je skutečnost, že když z něj oddělíme čtverec $AXX'D$ bude zbylý obdélník $XBCX'$ opět zlatý.

Mohli bychom pokračovat zlatou spirálou, ... Problematika zlatého řezu úzce souvisí s vlastnostmi tzv. Fibonacciho posloupnosti. Se zlatým řezem se často setkáme v architektuře, umění i přírodě.