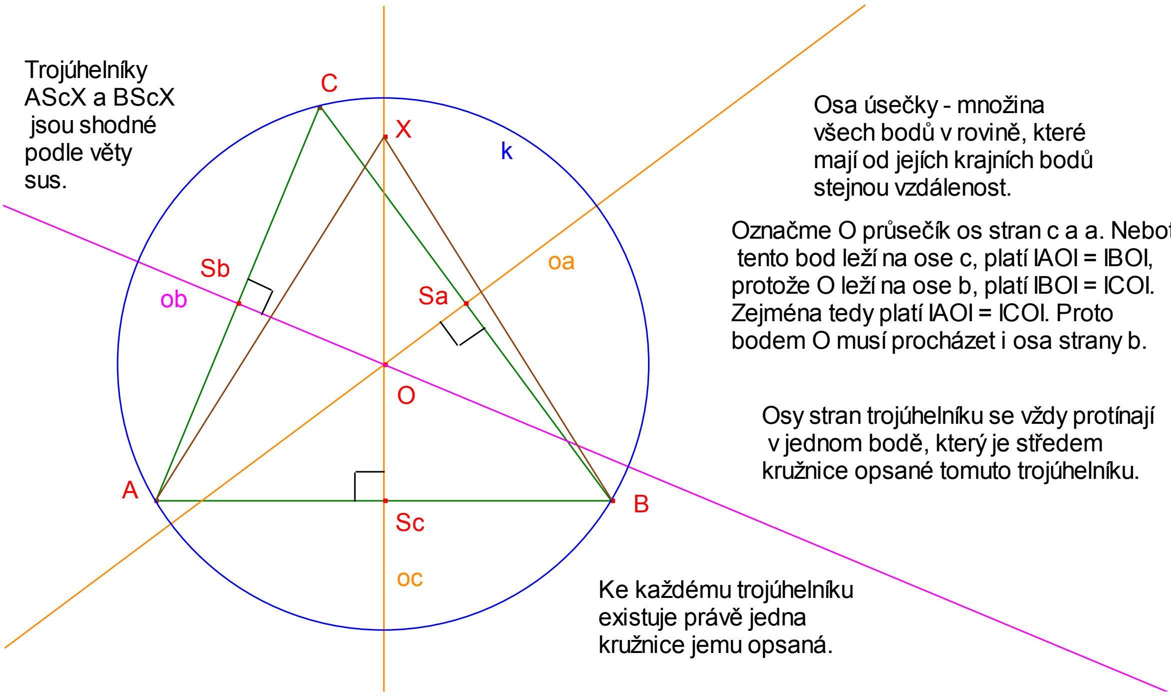
Osy stran trojúhelníku, kružnice opsaná

Trojúhelníky AScX a BScX jsou shodné podle věty sus.



Osa úsečky - množina všech bodů v rovině, které mají od jejích krajních bodů stejnou vzdálenost.

Označme O průsečík os stran c a a. Neboť tento bod leží na ose c, platí IAOI = IBOI, protože O leží na ose b, platí IBOI = ICOI. Zejména tedy platí IAOI = ICOI. Proto bodem O musí procházet i osa strany b.

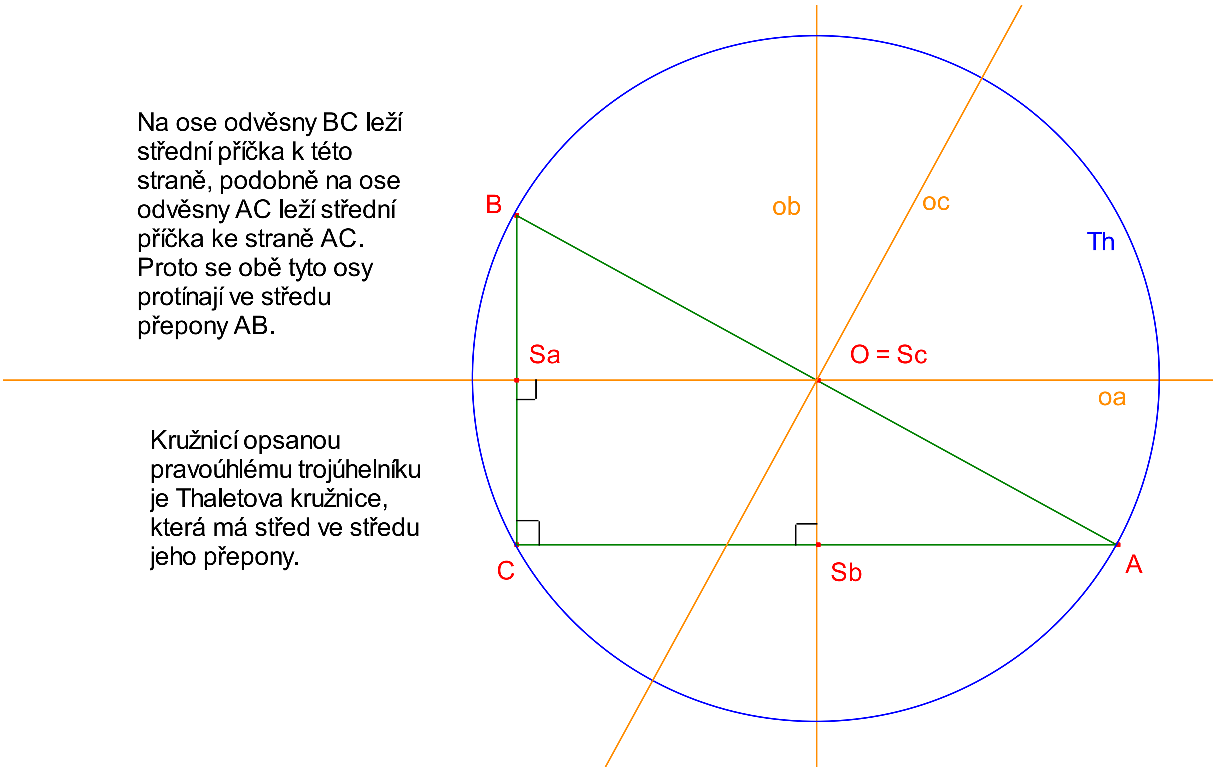
Osy stran trojúhelníku se vždy protínají v jednom bodě, který je středem kružnice opsané tomuto trojúhelníku.

Ke každému trojúhelníku existuje právě jedna kružnice jemu opsaná.

Kružnice opsaná pravoúhlému trojúhelníku

Na ose odvěsny BC leží střední příčka k této straně, podobně na ose odvěsny AC leží střední příčka ke straně AC. Proto se obě tyto osy protínají ve středu přepony AB.

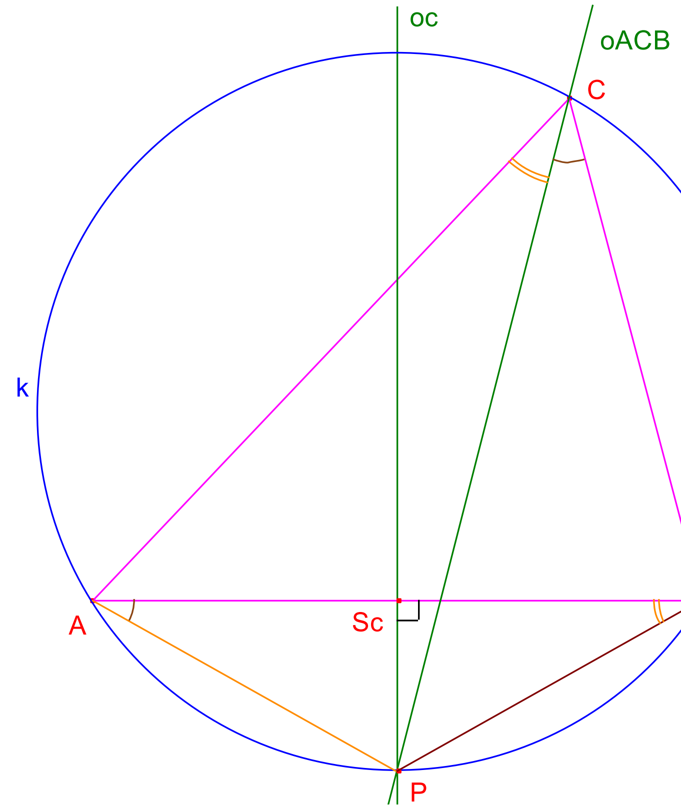
Kružnicí opsanou pravoúhlému trojúhelníku je Thaletova kružnice, která má střed ve středu jeho přepony.



Aleš Kobza

Aplikační úloha

Dokažte, že průsečík osy strany AB a osy úhlu ACB leží na kružnici opsané trojúhelníku ABC.



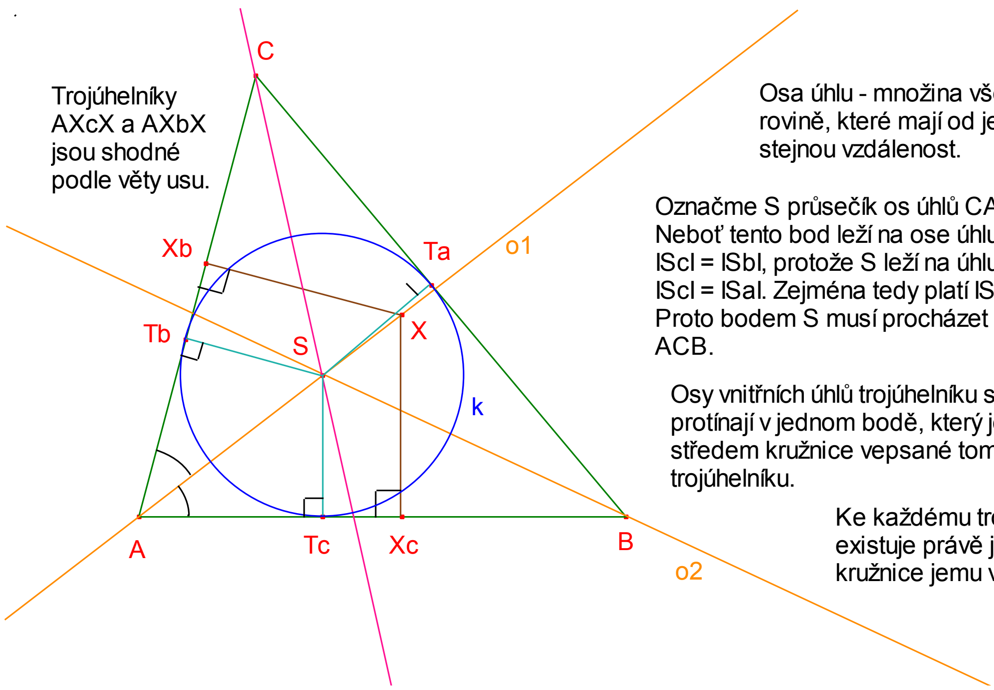
Označme P ten průsečík osy úsečky AB s kružnicí opsanou trojúhelníku ABC, který neleží v polorovině ABC. Platí tedy |AP| = |BP|, |PAB| = |PBA|.

Úhly označené stejným symbolem jsou shodné - obvodové úhly k témuž oblouku.

Z výše uvedeného vyplývá rovnost velikostí úhlů ACP a BCP, takže bodem P prochází i osa úhlu ACB.

Osy vnitřních úhlů trojúhelníku, kružnice vepsaná

Trojúhelníky AXcX a AXbX jsou shodné podle věty usu.



Osa úhlu - množina všech bodů v rovině, které mají od jeho ramen stejnou vzdálenost.

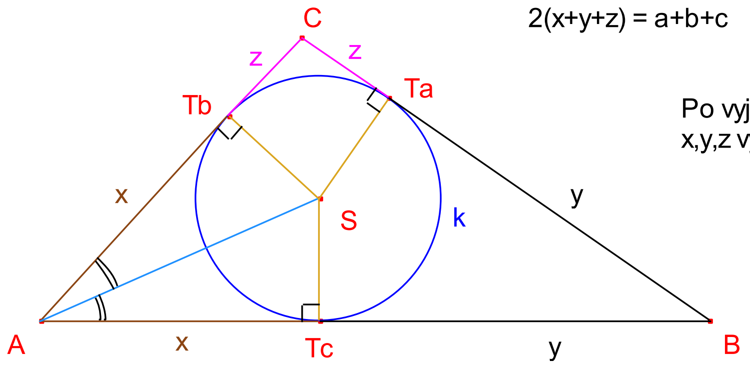
Označme S průsečík os úhlů CAB a ABC. Neboť tento bod leží na ose úhlu CAB, platí |Sc| = |Sb|, protože S leží na úhlu ABC, platí |Sc| = |Sa|. Zejména tedy platí |Sb| = |Sa|. Proto bodem S musí procházet i osa úhlu ACB.

Osy vnitřních úhlů trojúhelníku se vždy protínají v jednom bodě, který je středem kružnice vepsané tomuto trojúhelníku.

Ke každému trojúhelníku existuje právě jedna kružnice jemu vepsaná.

Aleš Kobza

Úseky na které dělí strany trojúhelníka dotykové body s kružnicí tomuto trojúhelníku vepsanou



Dle označení v obrázku platí
x+y = c, y+z = a, x+z = b

Součtem uvedených rovnic dostaneme
2(x+y+z) = a+b+c

Po vyjádření délek x,y,z vychází:

x = (-a+b+c) / 2

y = (a-b+c) / 2

z = (a+b-c) / 2

Aleš Kobza