

# Využití GeoGebry ve výuce matematiky

Petra Bidmanová Strnadová  
Lenka Pavlíčková



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

## **Program workshopu:**

**1. Matematická čtenářská gramotnost, vizualizace v matematice**

**2. GeoGebra**

**3. Prostředí GeoGebry**

**4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie**

Geometrie

Funkce

GeoGebra a IBSE

IBSE ve výuce geometrie

IBSE ve výuce funkce

GeoGebra z 2D do 3D

Geogebra 3D

Odhad křivky z obrázku

**5. Diskuze a závěr**

# 1. Matematická čtenářská gramotnost, vizualizace v matematice

**Matematická čtenářská gramotnost** je schopnost rozeznat, pochopit, používat a zhodnotit psaný matematický text, který může být zadán různou formou a můžeme ho využívat ve všech etapách každodenního života.

**Rozvíjení a podpora matematické čtenářské gramotnosti:**



1. vizualizace matematických pojmů
2. rozvíjení a porozumění matematickému slovníku
3. rozvíjení porozumění matematickému textu
4. rozvíjení kritického myšlení v matematice

*Otázka pro Vás:*  
**Jak a kde můžeme využít ICT ve výuce matematiky?**  
Vaše zkušenosti.



## **Matematické softwary:**

- Wolfram|Alpha, <https://www.wolframalpha.com/>
- GeoGebra, <https://www.geogebra.org/>
- Matematické výpočty online (MAW), <http://um.mendelu.cz/maw-html/menu.php>

## **Matematické portály:**

- Umíme matematiku, [www.umimematematiku.cz](http://www.umimematematiku.cz)
- Umíme to, <https://www.umimeto.org/>
  
- Pro ty, co mají rádi geometrii, [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil\\_hk.euclidea](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil_hk.euclidea)
- FB GeoGebra, <https://www.facebook.com/geogebra/>
- FB Math animations, <https://www.facebook.com/magicpi2/>
  
- sw SketchUp
- aplikace Tinkercad, [www.tinkercad.com](http://www.tinkercad.com)

## 2. GeoGebra

- dynamický matematický, volně šiřitelný (pro nekomerční použití) software

The screenshot shows the GeoGebra website interface. At the top left is the GeoGebra logo and a search bar with the text 'Hledat ve výukových materiálech'. On the right of the top bar is a 'PŘIHLÁSIT' button. The left sidebar contains navigation links: Domů, Novinky, Materiály, Profil, Lidé, Skupiny, and Aplikace ke stažení. The main content area features a banner for 'GeoGebra matematické aplikace' with the text 'Vyberte si z online nástrojů pro zobrazení grafů funkcí, geometrii, 3D matematiku a další!' and two buttons: 'ZAČÍT S GRAFY' and 'VÝUKOVÉ MATERIÁLY'. Below the banner are three columns of application categories: 'Nové matematické aplikace' (Grafický kalkulačtor, Geometrie, 3D Grafická kalkulačka, Vědecká kalkulačka), 'Klasické aplikace' (GeoGebra Klasik, Tabulka, Pravděpodobnost, CAS), and 'Offline aplikace' (Rozšířená realita, App Store, Google Play, Microsoft Store). The footer includes contact information, language selection (Čeština), social media icons, and the copyright notice '© 2018 GeoGebra'.

## 2. GeoGebra

### Klady GeoGebry:

- žák si učivo lépe vizualizuje (statické a dynamické modely)
- žák může bádát v matematice (IBSE)
- učitel může vizualizace využít k vyučování (statické a dynamické modely)
- zrychlení práce jak učitele tak žáka
- přenesení aktivity na žáka
- porozumění matematickým pojmům

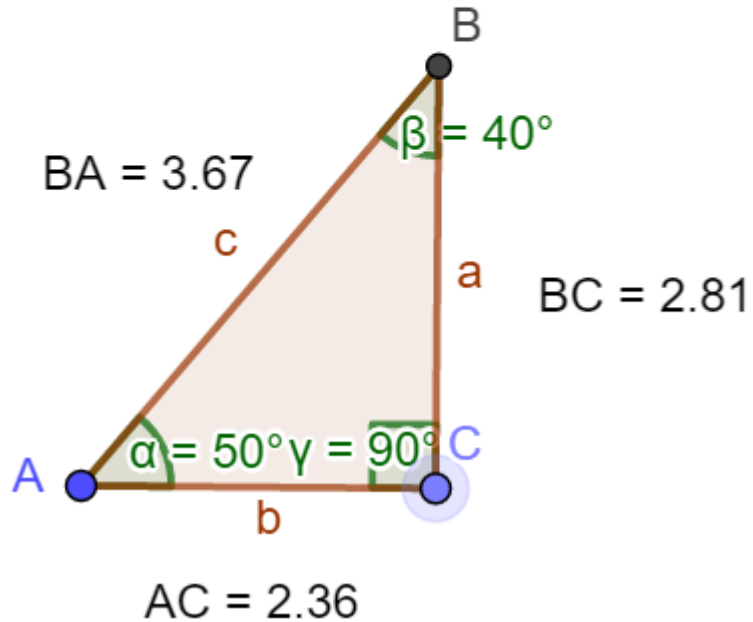
### Využití GeoGebry v hodině:

- prezentace v hodině
- samostatná práce žáků
- zdroj úloh s proměnlivým zadáním
- motivace a zpestření výuky

$$\sin\alpha = 0.77$$

$$\cos\alpha = 0.64$$

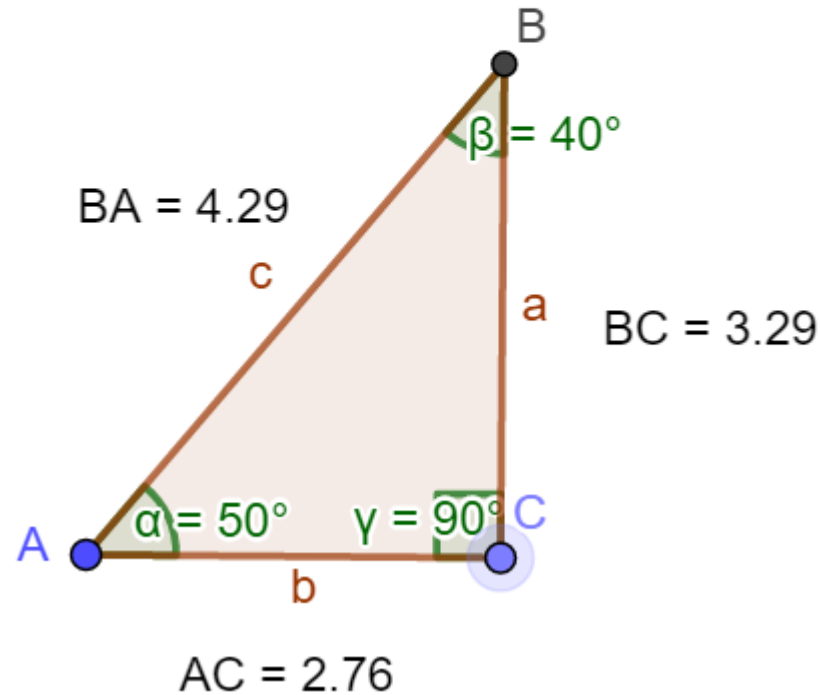
$$\operatorname{tg}\alpha = 1.19$$



$$\sin\alpha = 0.77$$

$$\cos\alpha = 0.64$$

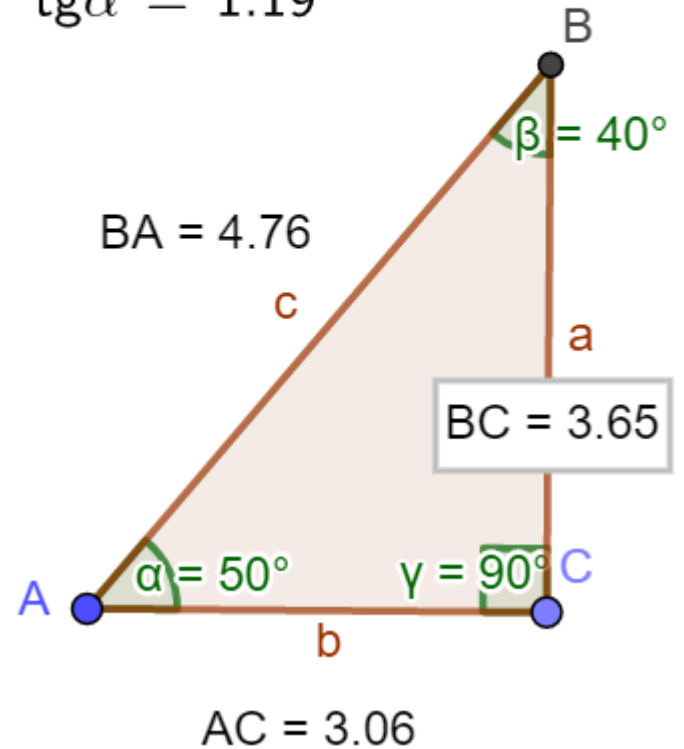
$$\operatorname{tg}\alpha = 1.19$$



$$\sin\alpha = 0.77$$

$$\cos\alpha = 0.64$$

$$\operatorname{tg}\alpha = 1.19$$





## 2. GeoGebra

### GeoGebru můžeme využít v těchto oblastech matematiky:

- algebraické úlohy (mnohočleny, rovnice, nerovnice, práce se zlomky)
- konstrukční geometrie
- funkce a jejich grafy
- stereometrie
- analytická geometrie
- komplexní čísla
- diferenciální počet
- přesah do jiných předmětů (yzika, biologie, zeměpis...)
- a další možnosti, podle vlastní fantazie....

## 2. GeoGebra

### Infrastruktura GeoGebry:

- [aplikace ke stáhnutí](#)
- [materiály k použití](#)
- [osobní profil](#)
- [návody k použití k aplikaci geogebra Classic](#)

# 3. Prostředí GeoGebra

The screenshot displays the GeoGebra software interface. At the top, there is a menu bar with options: Soubor, Úpravy, Zobrazit, Nastavení, Nástroje, Okno, and Nápověda. Below the menu is a toolbar with various geometric construction tools. A red label "Hlavní panel nástrojů" points to this toolbar. The main workspace is a coordinate plane with a grid. A triangle is drawn with vertices A(-2, 2), B(2, -1), and C(1, 3). The sides are labeled a, b, and c. A red label "Grafické okno (náčrta)" points to the coordinate plane. On the left, the "Okno Algebra" (Algebra Window) lists objects: "Volné objekty" (Free objects) including A = (-2, 2), B = (2, -1), and C = (1, 3); and "Závislé objekty" (Dependent objects) including a = 4.12, b = 3.16, c = 5, and mnohoúhelník1 = 6.5. On the right, a "Tabulka" (Table) is shown with columns A and B, containing numerical data. At the bottom, the "Příkazový řádek (vstupní pole)" (Command Input Field) contains the input "y = x^3". To its right is the "Přidružená pomocná pole" (Associated auxiliary fields) section, which includes a dropdown menu for units and a "Příkaz..." (Command...) field.

**Hlavní panel nástrojů**

**Grafické okno (náčrta)**

**Okno Algebra**

**Tabulka**

**Příkazový řádek (vstupní pole)**

**Přidružená pomocná pole**

	A	B
1	0	0
2	0.2	0.04
3	0.4	0.16
4	0.6	0.36
5	0.8	0.64
6	1	1
7	1.2	1.44
8	1.4	1.96
9	1.6	2.56
10	1.8	3.24
11	2	4
12		
13		
14		

Vstup:  $y = x^3$

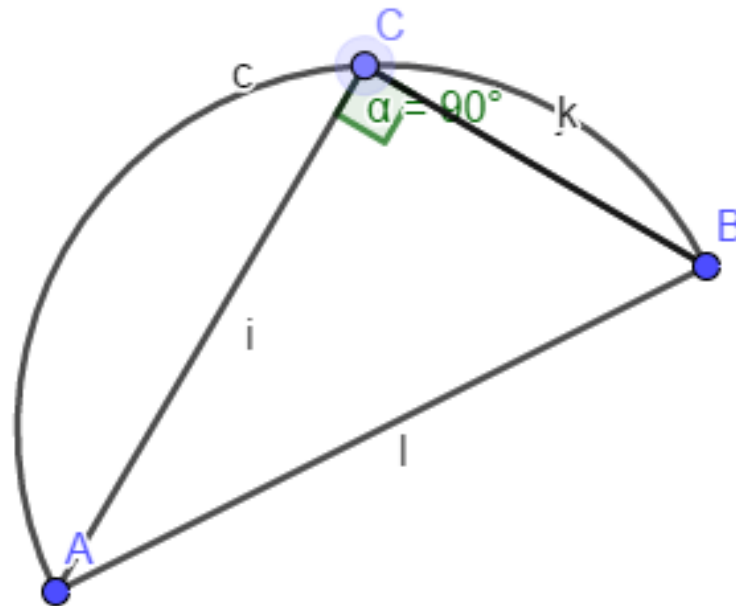
Příkaz...

## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

### Geometrie

#### Úloha 1

Ověřte vlastnost Thaletovy kružnice jako množiny vrcholů pravoúhlého trojúhelníku nad průměrem AB.



## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

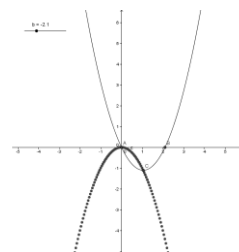
### **Funkce**

#### **Úloha 2**

Řešte graficky rovnici  $-x^2 = -2x + 1$ .

#### **Úloha 3**

Určete křivku, po které se pohybuje vrchol paraboly  $y = x^2 + bx$  v závislosti na parametru  $b$ .



# 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

## GeoGebra a IBSE

### Čtyři úrovně badatelsky orientovaného vyučování

1. úroveň – potvrzující bádání
2. úroveň – strukturované bádání
3. úroveň – nasměřované bádání
4. úroveň – otevřené bádání

<b>Úroveň bádání (IBSE)</b>	<b>Otázky (stanovené učitelem)</b>	<b>Postup (stanovený učitelem)</b>	<b>Řešení (stanovené učitelem)</b>
<b>1. Potvrzující</b>	ano	ano	ano
<b>2. Strukturované</b>	ano	ano	ne
<b>3. Nasměřované</b>	ano	ne	ne
<b>4. Otevřené</b>	ne	ne	ne

## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

### **IBSE ve výuce geometrie**

#### **Úloha 4** (potvrzující bádání)

Ověřte, že osy úsečky stran trojúhelníku se protínají v jednom bodě.

#### **Úloha 5** (strukturované bádání)

Nalezněte dělicí poměr těžnic.

#### **Úloha 6** (nasměrované bádání)

Jakým způsobem dělí těžnice trojúhelník na jednotlivé části?

#### **Úloha 7** (otevřené bádání)

Pokuste se najít, co nejvíce vlastností trojúhelníku a jeho těžnic.

## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

### IBSE ve výuce funkcí

#### Úkol pro Vás

V návaznosti na 4 úrovně badatelsky orientovaného vyučování vymyslete úlohy, které by žáci s užitím GeoGebry mohli řešit ve výuce funkcí.

<b>Úroveň bádání (IBSE)</b>	<b>Otázky (stanovené učitelem)</b>	<b>Postup (stanovený učitelem)</b>	<b>Řešení (stanovené učitelem)</b>
<b>1. Potvrzující</b>	ano	ano	ano
<b>2. Strukturované</b>	ano	ano	ne
<b>3. Nasměřované</b>	ano	ne	ne
<b>4. Otevřené</b>	ne	ne	ne



## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

### **IBSE ve výuce funkcí**

#### **Úloha 8 (potvrzující bádání)**

Ověřte, že graf funkce  $y = 4x + 2$  je přímka.

#### **Úloha 9 (strukturované bádání)**

Nalezněte průsečík přímek  $y = 2x - 1$  a  $y = 2x + 3$ .

#### **Úloha 10 (nasměrované bádání)**

Jak se mění graf funkce  $y = ax + b$  v závislosti na parametru  $a, b$ .

#### **Úloha 11 (otevřené bádání)**

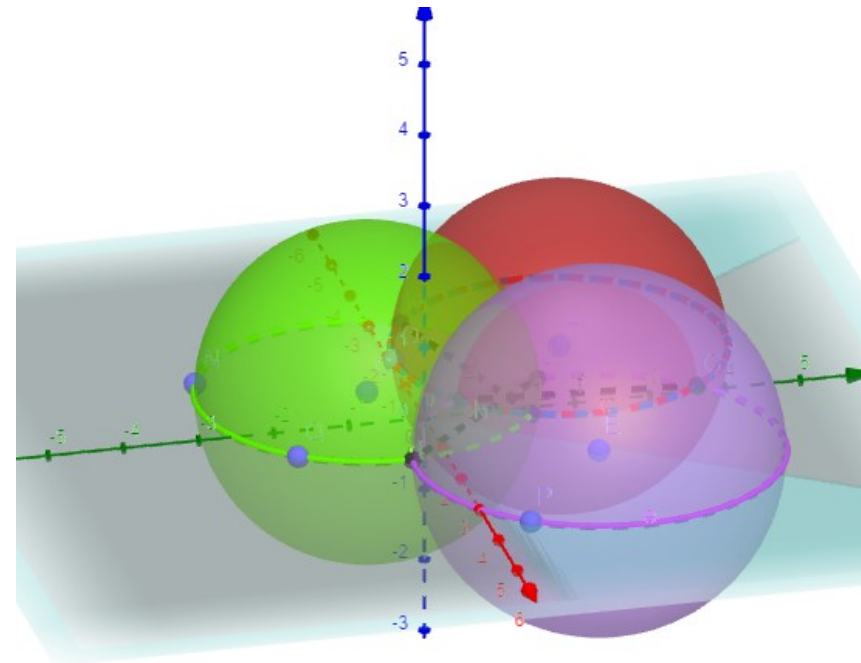
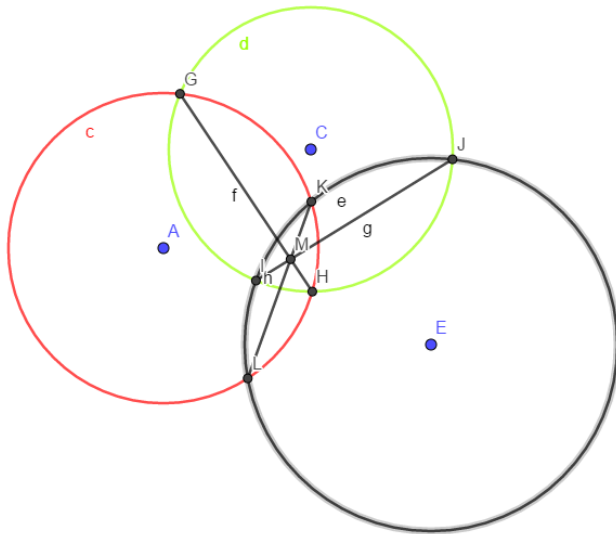
Formulujte si sami výzkumnou otázku z tématu funkce.

# 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

## GeoGebra z 2D do 3D

### Úloha 12

V rovině jsou dány tři kružnice tak, že každé 2 mají společné 2 body, ale všechny 3 nemají společný žádný bod. Potom se tři tětivy příslušejícím těmto kružnicím protínají v jednom bodě. Dokažte.

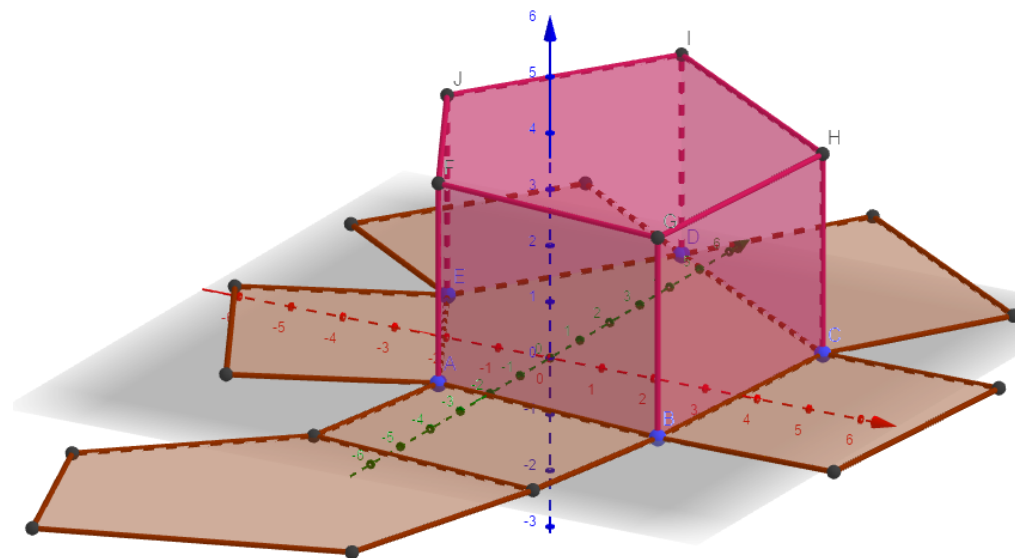


## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

### GeoGebra 3D

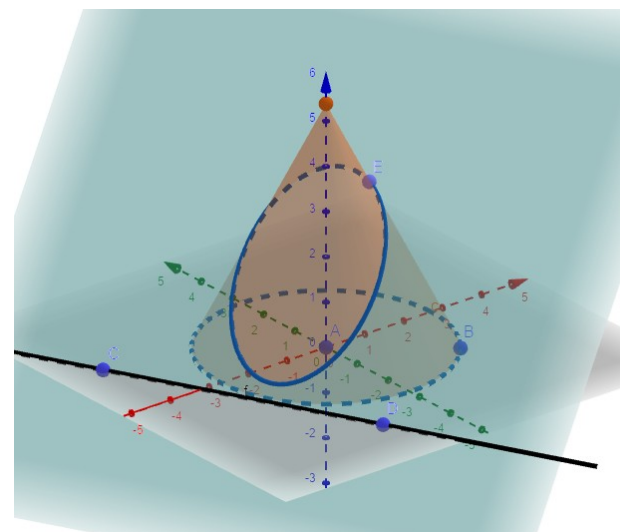
#### Úloha 13

Sestrojte libovolný kolmý hranol a jeho síť.



#### Úloha 14

Pomocí řezu kužele rovinou demonstrujte vznik elipsy.

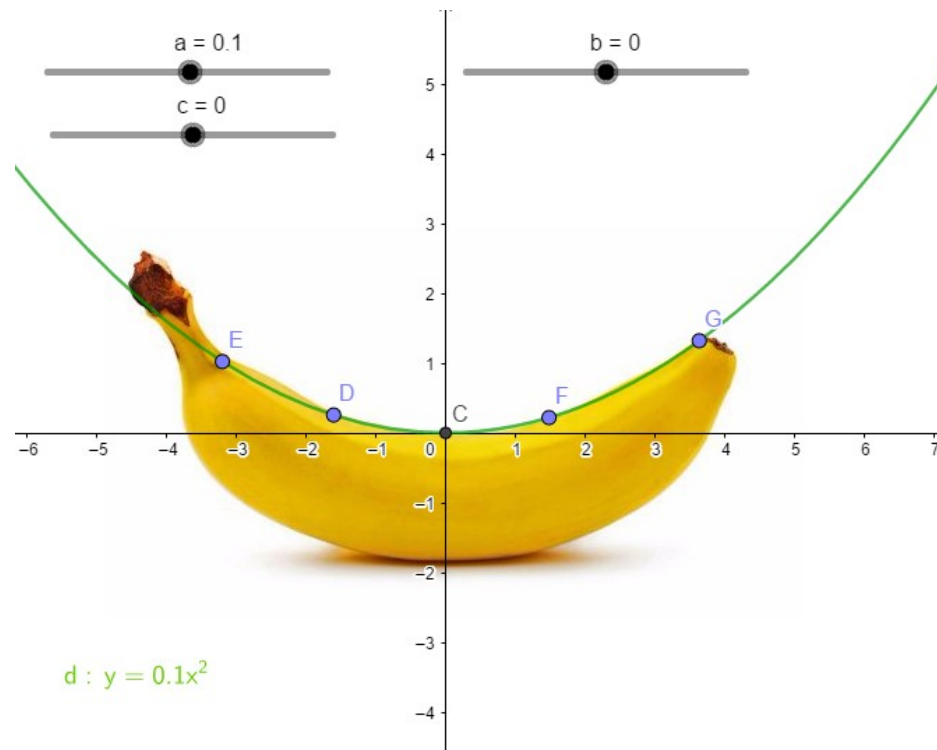


## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

### Odhad křivky z obrázku

#### Úloha 15

Zkuste se přesvědčit, že voda tryskající z fontány dopadá na zem po křivce, která je přibližně parabola.



## 4. Využití GeoGebry při výuce funkcí a geometrie

**Puštík**



**Fontána**



# Literatura

Gergelitsová Šárka (2011) Praha. *Počítač ve výuce nejen geometrie – průvodce Geogebrou.*

Jančařík, A. (Ed.). (2014a). *Dynamická matematika (využití programu GeoGebra ve výuce matematiky na středních školách).* Dostupné z

<https://docs.google.com/file/d/0B0vRYwckMceZaFhnWEJnUG9QazQ/edit?pli=1>

Jančařík, A. (Ed.). (2014b). *Matematický software.* Dostupné z

<https://docs.google.com/file/d/0B1Up5zguaHrblbdpRnVPcmRqbXc/edit?pli=1>

Trnová, E. (Ed.). (2012). *IBSE.* Dostupné z <http://profiles.ped.muni.cz/ibse.php>

Pech Pavel (2015) České Budějovice. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií.*

**Děkujeme za pozornost.**

