

## IMAk02 Základy algebry - Samostatná zápočtová práce

1. Jsou dány množiny  $A = \{a, b, c, d\}$  a  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ . Rozhodněte a zdůvodněte, zda následující binární relace z množiny  $A$  do množiny  $B$  jsou zobrazení. Pokud ano, určete přesně typ zobrazení:

- a)  $R_1 = \{[b, 1], [c, 2], [d, 3]\}$ ,  
 b)  $R_2 = \{[a, 1], [b, 2], [a, 3]\}$ ,  
 c)  $R_3 = \{[a, 1], [b, 3], [c, 2], [d, 4]\}$ ,  
 d)  $R_4 = \{[a, 1], [b, 1], [c, 1], [d, 1]\}$ .

2. Rozhodněte a zdůvodněte, která z následujících množin je ekvivalentní s množinou všech přirozených čísel  $N$ . Které z uvedených množin jsou nekonečné?

$$A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\}, B = \{7, 6, 4, a, x\}, D = \{x \in N: x = 5^n \wedge n \in N\}.$$

3. Zjistěte, které z vlastností  $ND, A, K, EN, EI, ZR$  mají operace  $*$ ,  $\circ$ ,  $\Delta$  definované v množině  $M = \{a, b, c\}$ :

*	a	b	c
a	b	a	c
b	a	b	c
c	c	c	b

$\circ$	a	b	c
a	c	c	c
b	c	c	c
c	c	c	c

$\Delta$	a	b	c
a	c		a
b		c	b
c	a	b	c

Dále určete neutrální a agresivní prvky, pokud existují. Stanovte přesně typ každé algebraické struktury, kterou množina  $M$  spolu s jednotlivými operacemi tvoří.

4. Rozhodněte a zdůvodněte, které z vlastností  $ND, A, K, EN, EI, ZR$  mají následující operace ( $C$  je množina všech celých čísel):

- a)  $\circ = \{[x, y, z] \in N^3: z = x + 2y\}$  neboli  $x \circ y = x + 2y$ ,  
 b)  $*$  =  $\{[x, y, z] \in C^3: z = x + y + 1\}$  neboli  $x * y = x + y + 1$ .

5. Určete přesně typ algebraických struktur s jednou operací ( $Q$  je množina všech racionálních čísel,  $Q_0^+$  je množina všech nezáporných racionálních čísel):

$$(N, +), (N, \cdot), (N, -), (Q_0^+, +), (Q_0^+, \cdot), (Q - \{0\}, +), (Q - \{0\}, \cdot).$$

6. Určete přesně typ algebraických struktur se dvěma operacemi:

$$(N, +, \cdot), (Q_0^+, +, \cdot), (Q - \{0\}, +, \cdot).$$

7. Je dána množina  $M = \{a, b\}$ . Určete přesně typ algebraických struktur

$$(\mathcal{P}(M), \cup), (\mathcal{P}(M), \cap), (\mathcal{P}(M), -), (\mathcal{P}(M), \Delta), (\mathcal{P}(M), \cup, \cap), (\mathcal{P}(M), \cap, \cup),$$

kde  $\mathcal{P}(M)$  je potenční system množiny  $M$ . Platí uvedené závěry i pro všechny množiny  $M$ , které mají nejméně dva prvky?