Možnosti distanční výuky

Základy algebry a aritmetiky – předmět IMAp02 (jaro 2020)

Katedra matematiky PdF MU
doc. RNDR. Jaroslav Beránek, CSc.
Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.
Mgr. Petra Bušková

Ekvivalentnost množin

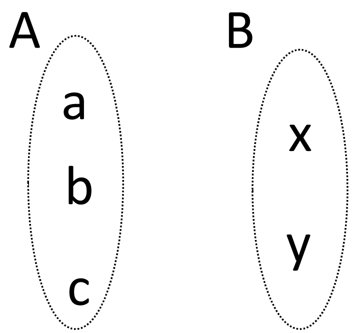
Základy algebry a aritmetiky – předmět IMAp02 (jaro 2020)

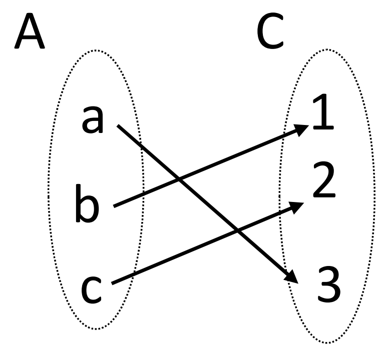
Katedra matematiky PdF MU
doc. RNDR. Jaroslav Beránek, CSc.
Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.
Mgr. Petra Bušková

Prezentace č. 1

- *Definice 1*: Řekneme, že množiny A, B jsou **ekvivalentní** právě tehdy, když existuje prosté zobrazení množiny A na množinu B. Značíme **A ~ B**.
- *Příklad 1*: Dány množiny A = {a, b, c}, B = {x, y}, C = {1, 2, 3}. Rozhodněte, které množiny jsou ekvivalentní.

  Řešení:





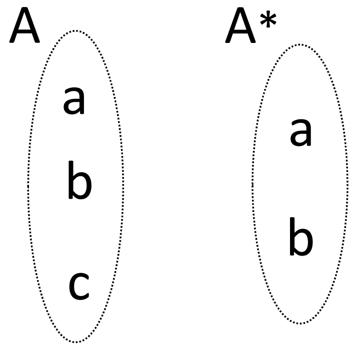
Množiny A, B nejsou ekvivalentní (neexistuje prosté zobrazení množiny A na množinu B).

Množiny A, C jsou ekvivalentní (existuje prosté zobrazení množiny A na množinu C, například R = {[a,3],[b,1],[c,2]}), tj. **A ~ C**.

- *Poznámka.* Množina M je **vlastní podmnožinou** množiny N právě tehdy, když M je podmnožinou N a současně $M \neq N$.

- *Definice 2:* Řekneme, že množina A je **konečná** právě tehdy, když žádná vlastní podmnožina množiny A není ekvivalentní s množinou A.

- *Příklad 3*:



$A = \{a, b, c\}$, $A^* = \{a, b\}$

množina A^* je vlastní podmnožinou množiny A

$(A^* \subset A \wedge A^* \neq A)$

- *Definice 3:* Řekneme, že množina B je **nekonečná** právě tehdy, když existuje alespoň jedna vlastní podmnožina množiny B, která je ekvivalentní s množinou B.

- *Příklad 4*: Uvažujme množinu $\mathbb{N}$ všech přirozených čísel a množinu S všech kladných sudých čísel. Zjistěte, zda jsou ekvivalentní.

  Řešení: Připomeneme, že $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5,\ldots\}$, $S = \{2, 4, 6, 8 , 10,\ldots\}$.

  Uvažujme relaci $R = \{[x,y] \in \mathbb{N} \times S;\ y = 2x\}$

$$
\begin{array}{cccccccc}
\mathbb{N} = \{ & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \ldots\} \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
S = \{ & 2, & 4, & 6, & 8, & 10, & \ldots\}
\end{array}
$$

Relace R je prosté zobrazení množiny $\mathbb{N}$ na množinu S, neboť

- ke každému $x \in \mathbb{N}$ existuje právě jedno $y \in S$ takové, že $[x,y] \in R$,
- ke každému $y \in S$ existuje právě jedno $x \in \mathbb{N}$ takové, že $[x,y] \in R$.

Tedy $\mathbb{N} \sim S$.

Množina $\mathbb{N}$ všech přirozených čísel je nekonečná, neboť je ekvivalentní s množinou S všech kladných sudých čísel, přičemž S je vlastní podmnožinou množiny $\mathbb{N}$.