Možnosti distanční výuky

Aritmetika 2

IMAp04 (jaro 2020)

Katedra matematiky PdF MU
doc. RNDR. Jaroslav Beránek, CSc.
Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.
Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

Nejmenší společný násobek

Katedra matematiky PdF MU
doc. RNDR. Jaroslav Beránek, CSc.
Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.
Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

Prezentace č. 4

Aritmetika 2

IMAp04 (jaro 2020)

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Definice:

Společný násobek přirozených čísel *a, b* je každé přirozené číslo m, které je dělitelné oběma čísly *a, b,* tj. $a|m$ a $b|m$.

Nejmenší společný násobek přirozených čísel *a, b* je ten ze společných násobků, který je dělitelem všech společných násobků čísel *a, b. Označujeme **n(a,b)**.*

- V množině přirozených čísel lze též říci, že ***n(a,b)*** je nejmenší společný násobek je nejmenší z kladných společných násobků čísel *a, b* .
- Definici výše lze rozšířit na libovolný konečný počet přirozených čísel $a_1, a_2, \ldots, a_n$.
- Nejmenší společný násobek čísel *a, b* můžeme určit různými způsoby:

a) využitím definice,

b) pomocí vztahu mezi ***n(a,b)*** a ***D(a,b)****, viz věta 5 níže,*

c) pomocí rozkladu daných čísel na součin prvočinitelů.

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 1:

Určete nejmenší společný násobek čísel 12 a 20.

Řešení - dle způsobu a)

Určíme násobky čísla 12: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, …

Určíme násobky čísla 20: 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, …

Společné násobky čísel 12 a 20 jsou: 0, 60, 120,…

Nejmenší společný násobek n(12,20) = 60, neboť

60|0, 60|60, 60|120,…

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Věta 5:

Pro každá dvě přirozená čísla *a, b* platí:

$$\boldsymbol{a \,.\, b = n(a,b) \,.\, D(a,b).}$$

Větu 5 nelze rozšířit na více než dvě přirozená čísla

Příklad 2:

Určete nejmenší společný násobek čísel 12 a 20 pomocí Věty 5.

Řešení - dle způsobu b)

a = 12, b = 20, a . b = 12 . 20 = 240

D(12,20) = 4 *dosadíme do vztahu:* $\boldsymbol{a \,.\, b = n(a,b) \,.\, D(a,b)}$

$$12 \,.\, 20 = \boldsymbol{n(a,b)} \,.\, 4$$

$$\boldsymbol{n(a,b)} = 240 : 4 = 60$$

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 3:

Určete nejmenší společný násobek čísel 96 a 64 pomocí rozkladu na prvočinitele.

Řešení - dle způsobu c)

Určíme rozklad na prvočinitele čísel 96 a 64.

$96 = 2^5 \cdot 3$

$64 = 2^6$

n(96,64) určíme jako součin prvočísel, které jsou obsaženy alespoň v jednom z rozkladů obou čísel s větším exponentem.

n(96,64) = $2^6 \cdot 3 = 64 \cdot 3 = 192$

Poznámka: **Lze ověřit, že platí vztah *a . b = n(a,b) . D(a,b)*   *(96 . 64 = 192 . 32)***

D(96, 64) = 32 (viz minulá prezentace)

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 4:

V krabici jsou tužky. Víme, že je jich více než 200 a méně než 300, a že se dají svázat do svazků po 10 nebo po 12, přičemž žádná tužka nezbyde. Kolik je tužek v krabici?

Řešení:

Určíme násobky čísla 10 větší než 200 a menší než 300:

210, 220, 230, <u>240</u>, 250, 260, 270, 280, 290

Určíme násobky čísla 12 větší než 200 a menší než 300:

204, 216, 228, <u>240</u>, 252, 264, 276, 288

Tužek v krabici je 240 ks.

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 5:

Určete libovolné tři násobky čísel:

a) 7 a 12
b) 16 a 0
c) 18 a 16

Příklad 6:

Určete :

a) n(7, 12)
b) n(16, 0)
c) n(18, 16)

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 7:

Určete:

a) n(a, 1)

b) n(a, a)

c) n(a, a.b)

d) n(a, a+1)

Příklad 8:

2. ledna vypluly z přístavu 4 lodě. První se do přístavu vrací každé 4 týdny, druhá se vrací každých 6 týdnů, třetí se vrací každých 12 týdnů a čtvrtá se vrací každých 16 týdnů. Potkají se všechny čtyři lodě v přístavu ještě téhož roku?