

The logo for Masaryk University (MUNI) in Brno, consisting of the letters M, U, N, and I in a stylized blue font on a black rectangular background.

MUNI

Katedra matematiky PdF MU
doc. RNDR. Jaroslav Beránek, CSc.
Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.
Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

Možnosti distanční výuky

Aritmetika 2
IMAp04 (jaro 2020)

MUNI

Nejmenší společný násobek

Katedra matematiky PdF MU
doc. RNDR. Jaroslav Beránek, CSc.
Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.
Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

Aritmetika 2

IMAp04 (jaro 2020)

Prezentace č. 4



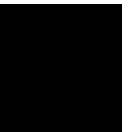
NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Definice:

Společný násobek přirozených čísel a, b je každé přirozené číslo m , které je dělitelné oběma čísly a, b , tj. $a|m$ a $b|m$.

Nejmenší společný násobek přirozených čísel a, b je ten ze společných násobků, který je dělitelem všech společných násobků čísel a, b . Označujeme $n(a,b)$.

- V množině přirozených čísel lze též říci, že $n(a,b)$ je nejmenší společný násobek je nejmenší z kladných společných násobků čísel a, b .
- Definici výše lze rozšířit na libovolný konečný počet přirozených čísel a_1, a_2, \dots, a_n .
- Nejmenší společný násobek čísel a, b můžeme určit různými způsoby:
 - a) využitím definice,
 - b) pomocí vztahu mezi $n(a,b)$ a $D(a,b)$, viz věta 5 níže,
 - c) pomocí rozkladu daných čísel na součin prvočinitelů.



NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 1:

Určete nejmenší společný násobek čísel 12 a 20.

Řešení - dle způsobu a)

Určíme násobky čísla 12: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, ...

Určíme násobky čísla 20: 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, ...

Společné násobky čísel 12 a 20 jsou: 0, 60, 120, ...

Nejmenší společný násobek $n(12,20) = 60$, neboť

$$60|0, \quad 60|60, \quad 60|120, \dots$$



NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Věta 5:

Pro každá dvě přirozená čísla a, b platí:

$$a \cdot b = n(a,b) \cdot D(a,b).$$

Větu 5 nelze rozšířit na více než dvě přirozená čísla

Příklad 2:

Určete nejmenší společný násobek čísel 12 a 20 pomocí Věty 5.

Řešení - dle způsobu b)

$$a = 12, b = 20, a \cdot b = 12 \cdot 20 = 240$$

$$D(12,20) = 4 \quad \text{dosadíme do vztahu: } a \cdot b = n(a,b) \cdot D(a,b)$$

$$12 \cdot 20 = n(a,b) \cdot 4$$

$$n(a,b) = 240 : 4 = 60$$



NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 3:

Určete nejmenší společný násobek čísel 96 a 64 pomocí rozkladu na prvočinitele.

Řešení - dle způsobu c)

Určíme rozklad na prvočinitele čísel 96 a 64.

$$96 = 2^5 \cdot 3$$

$$64 = 2^6$$

$n(96,64)$ určíme jako součin prvočísel, které jsou obsaženy alespoň v jednom z rozkladů obou čísel s větším exponentem.

$$n(96,64) = 2^6 \cdot 3 = 64 \cdot 3 = 192$$

Poznámka: Lze ověřit, že platí vztah $a \cdot b = n(a,b) \cdot D(a,b)$ ($96 \cdot 64 = 192 \cdot 32$)

$D(96, 64) = 32$ (viz minulá prezentace)



NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 4:

V krabici jsou tužky. Víme, že je jich více než 200 a méně než 300, a že se dají svázat do svazků po 10 nebo po 12, přičemž žádná tužka nezbyde. Kolik je tužek v krabici?

Řešení:

Určíme násobky čísla 10 větší než 200 a menší než 300:

210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290

Určíme násobky čísla 12 větší než 200 a menší než 300:

204, 216, 228, 240, 252, 264, 276, 288

Tužek v krabici je 240 ks.



NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 5:

Určete libovolné tři násobky čísel:

- a) 7 a 12
- b) 16 a 0
- c) 18 a 16

Příklad 6:

Určete :

- a) $n(7, 12)$
- b) $n(16, 0)$
- c) $n(18, 16)$

NEJMENŠÍ SPOLEČNÝ NÁSOBEK

Příklad 7:

Určete:

- a) $n(a, 1)$
 - b) $n(a, a)$
 - c) $n(a, a \cdot b)$
 - d) $n(a, a+1)$
-

Příklad 8:

2. ledna vypluly z přístavu 4 lodě. První se do přístavu vrací každé 4 týdny, druhá se vrací každých 6 týdnů, třetí se vrací každých 12 týdnů a čtvrtá se vrací každých 16 týdnů. Potkají se všechny čtyři lodě v přístavu ještě téhož roku?