Vlastnosti grup, podgrupy, generátory grupy

16. Vyřešte v grupě $(G, *)$ systém rovnic:
    a) $x^2 = b, x^5 = e$
    b) $ax^2 = b, x^3 = e$
    c) $x^2 = a^2, x^5 = e$
17. Dokažte nebo vyvraťte následující tvrzení:
    a) $x^2 = e \Rightarrow x = e$
    b) $x^2 = a^2 \Rightarrow x = a$
18. Pro následující grupy nalezněte podgrupy:
    a) $(Z, +)$
    b) $(R - \{0\}, \cdot)$
    c) $(F(R), +)$
19. Určete tabulku pro grupu všech symetrií rovnostranného trojúhelníku s operací skládání $(D_3, \circ)$.
20. Vypište všechny cyklické podgrupy grupy $(H_{10}, +)$ skládání otáčení hodinové ručičky o násobky desetiny plného úhlu.
21. Vypište všechny cyklické podgrupy grupy $(H_{12}, +)$ skládání otáčení hodinové ručičky o násobky dvanáctinu plného úhlu.

Algebraické struktury se dvěma binárními operacemi

22. V množině Q jsou definovány operace $\oplus$ a $\odot$ předpisy: $x \oplus y = x + y,\ x \odot y = \frac{1}{2}xy$. Ověřte, zda $(Q, \oplus, \odot)$ je těleso.
23. V množině Z jsou definovány operace $\oplus$ a $\odot$ předpisy: $a \oplus b = a + b + 1,\ a \odot b = a + b + 1$. Určete typ algebraické struktury $(Z, \oplus, \odot)$.
24. V množině R jsou definovány operace $\oplus$ a $\odot$. Zjistěte, zda $(R, \oplus, \odot)$ je těleso.
    a) $x \oplus y = x^2 + y^2, x \odot y = xy$
    b) $x \oplus y = x + y, x \odot y = \frac{1}{3}xy$