

1. Diferenciál

Pomocí diferenciálu vypočítejte přibližně $(1,05)^3$.

Poznámka: Nebudeme hodnotu určovat pomocí kalkulačky, ani pomocí součinu, ale využijeme geometrického významu první derivace. Pomocí bádání a návodných otázek tuto úlohu vyřešíme.

Pracujte v programu GeoGebra (zakreslujte do jednoho souboru).

1. V GeoGebře zakreslete graf funkce $f: y = x^3$
2. Určete hodnotu funkce v bodě 1, tedy $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$
3. Vypočítejte směrnici tečny t ke grafu funkce $f: y = x^3$ v bodě 1 a určete rovnici této tečny. Zakreslete tečnu do GeoGebry.
4. V GeoGebře si určete a vyznačte průsečík B (nad osou x) grafu funkce f a tečny t .
5. V GeoGebře si vyznačte přímkou $p: x = 1,05$
6. V GeoGebře si určete a vyznačte průsečík C přímky p a tečny t grafu funkce f
7. V GeoGebře zakreslete přímkou $l: y = 1$
8. V GeoGebře si určete a vyznačte průsečík D přímky p a přímky l
9. Určete délku odvěsny b v pravoúhlého trojúhelníku BDC, přičemž k výpočtu použijte směrnici tečny t ke grafu funkce f .

Řešení:

10. Délku odvěsny využijte při přibližném určení zadané hodnoty:

$$(1,05)^3 \doteq f(1) + b$$

$$(1,05)^3 \doteq \underline{\hspace{2cm}}$$

Zkouška:

Zkuste zapsat (obecně), jak jste dostali hodnotu b , která nám určuje tzv. diferenciál („přírůstek na tečně“):

2. Taylorův polynom

Je dána funkce $f(x) = \sin x$

1. Určete hodnotu funkce v bodě $\frac{\pi}{2}$ bez použití kalkulačky

Řešení:

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. V bodě $x_0 = \frac{\pi}{2}$ určete pro tuto funkci Taylorův polynom stupně

a) $n = 3$

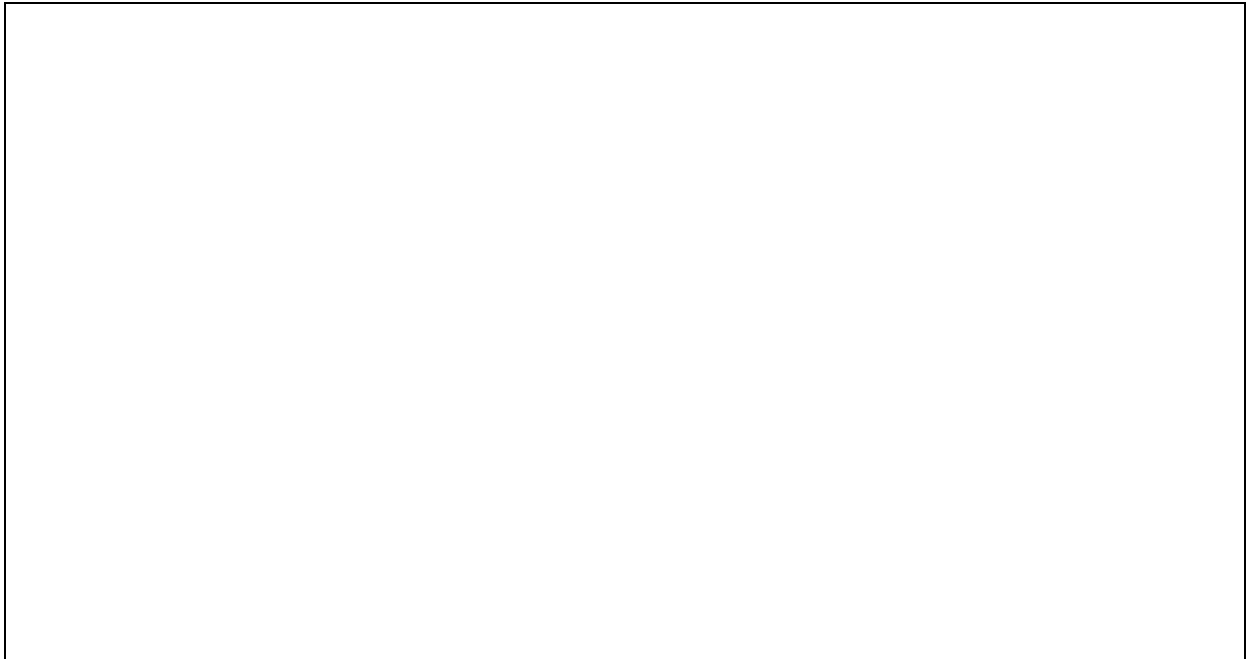
Řešení:

Taylorův polynom třetího stupně:

$$T_3(x) = \underline{\hspace{15cm}}$$

b) $n = 5$

Řešení:



Taylorův polynom pátého stupně:

$T_5(x) =$ _____

3. V GeoGebře, do jedné kartézské soustavy souřadnic zakreslete:

a) graf funkce $f(x) = \sin x$

b) graf $T_3(x)$

c) graf $T_5(x)$



4. Napište závěry z bádání:

3. Vzorově vypočítejte

Přibližně vyjádřete hodnotu následujících výrazů pomocí diferenciálu a Taylorova polynomu 3. řádu, přičemž bod x_0 vhodně zvolte tak, aby byl výsledek aproximace co nejpřesnější a zároveň jste nemuseli(y) využít kalkulačku:

a) $\cos 62^\circ$

b) $\sin 44^\circ$

c) $\sqrt[3]{8,02}$

S jakou chybou jste vyjádřili výsledek? Porovnejte výsledky vašich výpočtů s pomocí kalkulačky.