Každý úkol (označen +) je hodnocen 6 body; celkem můžete získat 54 bodů (+ bonusy). K ústní zkoušce je potřeba alespoň polovina.

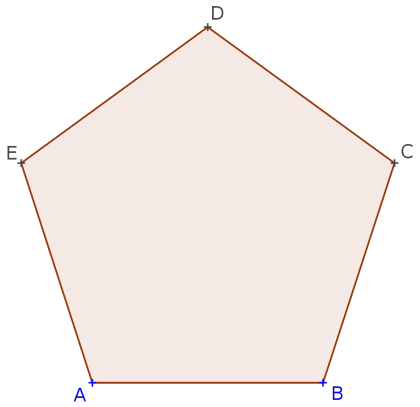
Konstrukce doprovoďte stručným komentářem tak, aby bylo zřejmé pořadí a hlavně **korektnost** vašich úvah. U dotýkajících se objektů musí být zřejmá zejména konstrukce dotykových bodů.

---

1. Je dán pravidelný pětiúhelník $ABCDE$.

+ Sestrojte obdélník, jehož jedna strana je shodná s úsečkou AB a který má stejný obsah jako pětiúhelník $ABCDE$.

+ Svoji konstrukci zdůvodněte, tj. vysvětlete, na které poznatky se v jednotlivých krocích odkazujete.



2. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC a pata D výšky z vrcholu C. Symboly a, b, c, d, e, f označují po řadě velikosti úseček BC, AC, AB, BD, AD, CD.

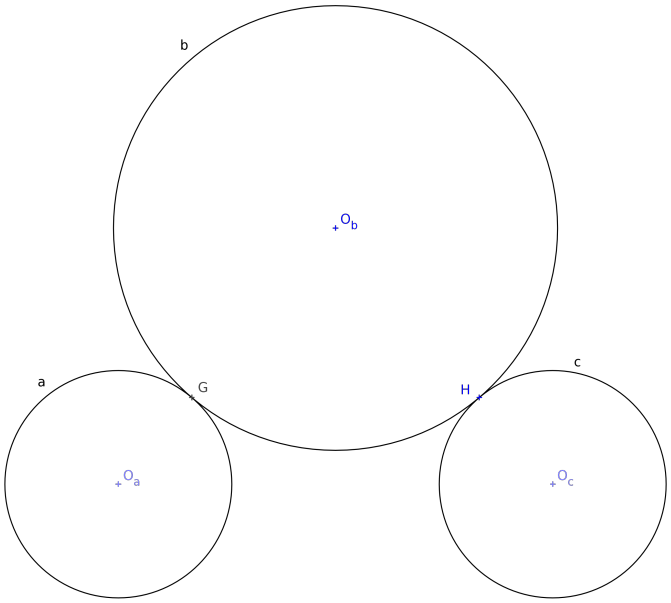
+ Uspořádejte, příp. doplňte následující tvrzení tak, aby tvořila důkaz nějaké (dobře známé) geometrické věty; tuto větu zformulujte.

- $b^2 = c^2 + a^2 - 2cd$
- $b^2 = e^2 + f^2$
- $e = c - d$
- $f^2 = a^2 - d^2$
- trojúhelníky ADC a BDC jsou pravoúhlé

3. Jsou dány kružnice a, b, c. Kružnice a, c mají stejný průměr, kružnice a, b se dotýkají v bodě G a kružnice b, c se dotýkají v bodě H.

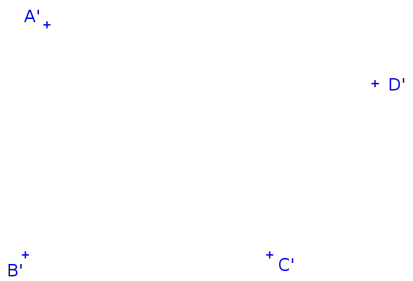
+ Zvolte (vhodně) kružnici Γ, která má střed v bodě G; sestrojte obrazy a, b, c vzhledem ke kruhové inverzi určené kružnicí Γ.

+ Určete počet všech kružnic, které se dotýkají a, b, c; všechny takové kružnice sestrojte.



4. Body A', B', C', D' jsou obrazy vrcholů pravidelného pětiúhelníku $ABCDE$ vzhledem k nějakému projektivnímu zobrazení.

+ Sestrojte úběžnici (tj. obraz nevlastní přímky) a obraz bodu E.

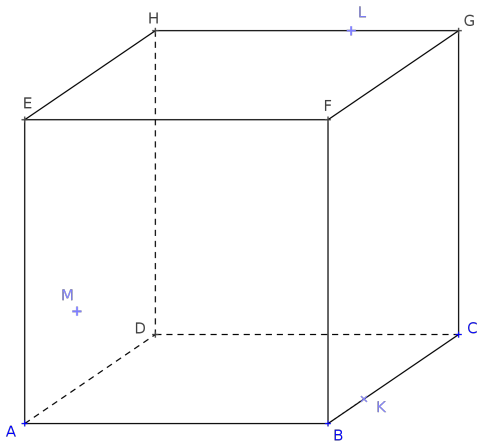


5. + Vyjmenujte vlastnosti obecných ekviafinních zobrazení; popište základní ekviafinní zobrazení a jejich určující prvky; uveďte nějaké konkrétní příklady jejich užití.

6. Je dán rovnoběžný průmět krychle, jejíž stěna $ABFE$ se zobrazuje jako čtverec. Dále jsou dány body K, L, M, a to tak, že $K \in BC$, $L \in GH$ a $M \in ABFE$.

+ Sestrojte řez krychle rovinou KLM.

+ Sestrojte skutečné vzdálenosti bodů K, L, M od přímky BF.



Bonus

+ Sestrojte podstavu pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož objem je stejný jako objem krychle z předchozí úlohy a jehož výška se shoduje s tělesovou úhlopříčkou této krychle.