

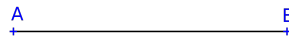
Každý úkol (označen +) je hodnocen 6 body; celkem můžete získat 54 bodů (+ bonusy). K ústní zkoušce je potřeba alespoň polovina.

Konstrukce doprovodíte stručným komentářem tak, aby bylo zřejmé pořadí a hlavně **korektnost** vašich úvah. U dotýkajících se objektů musí být zřejmá zejména konstrukce dotykových bodů.

1. Je dána úsečka AB , jejíž velikost představuje jednotku.

+ Sestrojte úsečku s velikostí x tak, aby platilo $x \cdot (x + 1) = 1$.

+ Svoji konstrukci zdůvodněte, tj. vysvětlíte, na které poznatky se v jednotlivých krocích odkazujete.



2. Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C a pata D výšky z bodu C . Symboly α , β , γ a δ označují po řadě velikosti úhlů CAB , CBA , ACD a BCD .

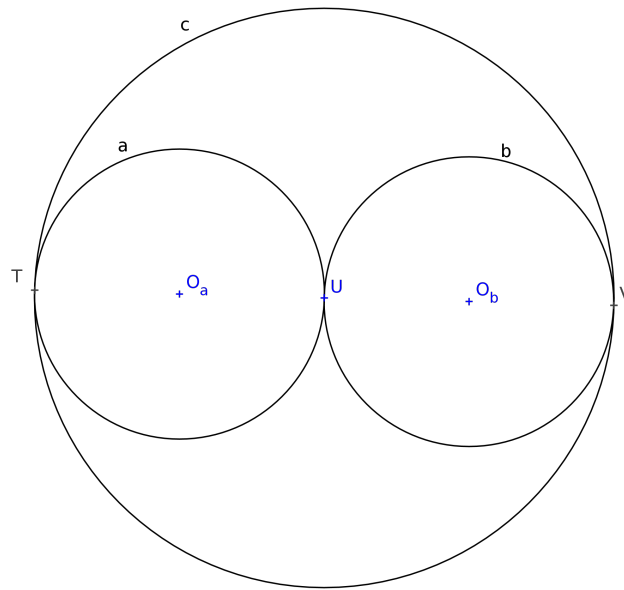
+ Uspořádejte, příp. doplňte následující tvrzení tak, aby tvořila důkaz nějaké (dobře známé) geometrické věty; tuto větu zformulujte.

- $AD : DC = CD : DB$
- $AD \cdot DB = CD^2$
- $\alpha + \gamma = \gamma + \delta = \delta + \beta$
- $\alpha = \delta$, $\beta = \gamma$
- trojúhelníky ADC a CDB jsou podobné

3. Jsou dány kružnice a, b, c . Kružnice se navzájem dotýkají v bodech T, U, V , přičemž U je středem kružnice c .

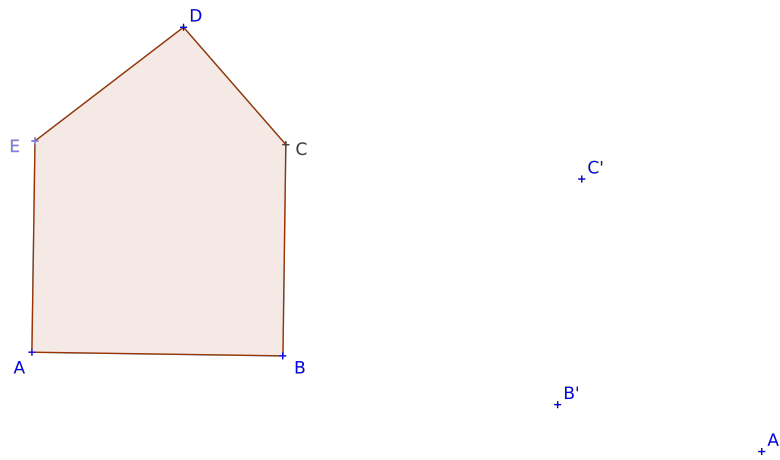
+ Zvolte (vhodně) kružnici Γ , která má střed v bodě V ; sestrojte obrazy a, b, c vzhledem ke kruhové inverzi určené kružnicí Γ .

+ Určete počet všech kružnic, které se dotýkají a, b, c ; všechny takové kružnice sestrojte.



4. Je dán mnohoúhelník $ABCDE$ takový, že body A, B, C, E jsou vrcholy obdélníku. Afinity transformace v rovině je dána obrazy A', B', C' bodů A, B, C .

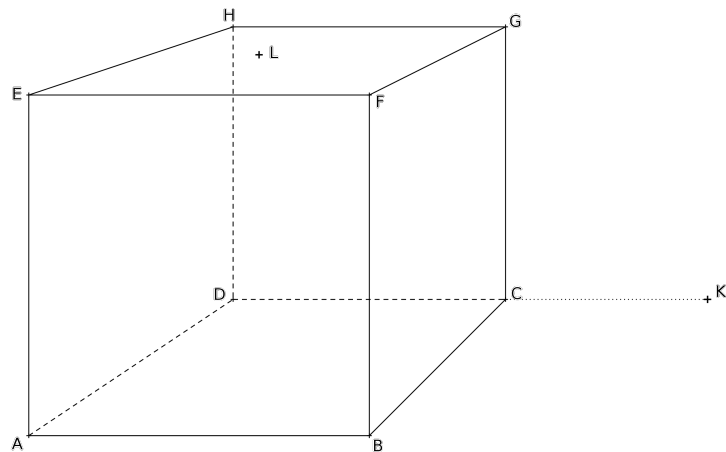
+ Rozhodněte, zda je tato transformace přímá či nepřímá; sestrojte obraz mnohoúhelníku $ABCDE$.



5. + Vyjmenujte vlastnosti obecných projektivních zobrazení; popište základní projektivní zobrazení a jejich určující prvky; uveďte nějaké konkrétní příklady jejich užití.

6. Je dán středový průmět krychle, jejíž stěna $ABFE$ se zobrazuje ve skutečné velikosti. Dále jsou dány body K a L , a to tak, že $K \in CD$ a $L \in EFGH$.

- + Sestrojte řez krychle rovinou určenou body K , L a směrem hrany AD .
- + Sestrojte skutečné vzdálenosti bodů A , D , L od bodu K .



Bonus

- + Sestrojte úsečky, jejichž velikosti jsou ve stejném poměru jako objemy částí krychle určené řezem v předchozí úloze.