

## Podrobnější instrukce k výstupům v SDM2, 2018

Irena Budínová

### 1. Úvodní seminář

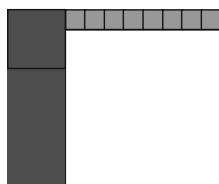
### 2. Algebraické výrazy

a) **Srovnávací studie učebnic:** vyberte dvě až tři řady učebnic s rozdílným přístupem zavádění neznámé ve formě písmena a porovnejte tyto přístupy.

b) **Využívání algebraických výrazů v geometrických úlohách**

S pomocí algebraických výrazů řešte následující úlohy ze sbírky úloh pro ZŠ a víceletá gymnázia. Při řešení používejte názorných obrázků, řešení by mělo být srozumitelné.

- 1) Je dán čtverec o straně délky  $a$ . Odstrihnutím jeho rohů vytvoříme pravidelný osmiúhelník. Určete délku strany osmiúhelníku.
- 2) Obdélník na obrázku je rozdělen na 12 čtverců. Délka strany tmavě šedých čtverců je 5 cm. Určete
  - a) obsah bílého čtverce,
  - b) obvod obdélníku.



c) **Rozklady mnohočlenů, úpravy výrazů**

Řešte následující úlohy s využitím úprav mnohočlenů:

- 1) Zjednodušte výraz a určete podmínky, za kterých mají provedené úpravy smysl.

$$\frac{3a^3 + ab^2 - 6a^2b - 2b^3}{9a^5 - ab^4 - 18a^4b + 2b^5}$$

Zamyslete se nad tím, ve kterých krocích si žáci často nevědí rady a ve kterých krocích často dělají chyby.

- 2) Číslo  $a$  rozdělte na dva sčítance tak, aby rozdíl jejich druhých mocnin se rovnal opět číslu  $a$ . Určete oba dva sčítance. (Postupujte od indukce k dedukci.)

**3. Rovnice****a) Propedeutika rovnic v Hejného učebnicích pro 1. a 2. stupeň ZŠ**

Prostudujte učebnice prof. Hejného od 1. do 7. ročníku a vyberte úlohy, které jsou propedeutikou budoucího učiva rovnice. Několik úloh v různém stupni náročnosti vzorově vyřešte.

**b) Úlohy rovnicového charakteru řešené aritmeticky**

Následující úlohu řešte aritmetickou metodou:

Láhev a sklenička mají dohromady stejnou hmotnost jako džbán. Láhev váží tolik jako sklenička s talířem dohromady. Dva džbány váží stejně jako tři talíře. Kolikrát je láhev těžší než sklenička?

**c) Řešení lineárních rovnic**

Řešte následující lineární rovnice a pojmenujte všechny ekvivalentní úpravy, které byly během řešení použity.

$$1) \frac{5x+1}{6} - \frac{7x-3}{8} = 1 - \frac{3x-1}{4}$$

$$2) x - \frac{x-1}{2} - \frac{2-x}{3} = 2$$

**4. Rovnice, slovní úlohy řešené rovnicemi****a) Řešení úlohy vedoucí na kvadratickou rovnici**

Vyřešte prostředky žáka základní školy úlohu Inda Bhaskary (12. stol.): Počet opic dělen osmi a umocněn dvěma udává ty, které poskakovaly v háji, zbylých 12 opic zůstalo na pahorku a hašteřilo se. Kolik opic bylo ve stádě?

**b) Řešení kvadratických rovnic různými způsoby**

Řešte úlohy ze SŠ matematiky:

1) Pomocí doplnění kvadratického trojčlenu na úplný čtverec řešte v oboru  $\mathbb{R}$  kvadratické rovnice a)  $x^2 - 3x + 2 = 0$ , b)  $2x^2 - 3x + 5 = 0$ .

2) Odvoďte vzorec pro reálné kořeny kvadratické rovnice  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, \neq 0$ ) s neznámou  $x$ .

**c) Řešení rovnic s neznámou ve jmenovateli ekvivalentními a důsledkovými úpravami**

Řešte rovnice s neznámou ve jmenovateli a) pouze ekvivalentními úpravami, b) ekvivalentními i důsledkovými úpravami. Vysvětlete, kdy určujeme podmínky řešitelnosti a kdy provádíme zkoušku správnosti.

$$1) \frac{x+1}{x} + \frac{(x+1)^2}{x^2} - \frac{(x+1)^3}{x^3} = 1$$

$$2) \frac{1}{u+1} + \frac{u}{u^2-1} - \frac{1}{u-1} = \frac{1}{1-u^2}$$

**5. Slovní úlohy řešené rovnicemi****a) Řešení slovních úloh aritmeticky a pomocí rovnic**

Následující úlohu řešte a) řízeným experimentem (pomocí tabulky), b) aritmeticky, c) pomocí soustavy rovnic:

Otec je o 2 roky starší, než je trojnásobek synova věku. Za 14 let bude otec dvakrát tak starý než jeho syn. Kolik let je otcí a kolik synovi?

**b) Úlohy o společné práci řešené rovnicemi**

Pomocí rovnic řešte následující úlohu:

Údržbář provede potřebné opravy za 24 dní. Vezme-li si na opravy pomocníka, budou společně hotovi za  $13\frac{1}{3}$  dne. Za kolik dní by opravy provedl pomocník?

Pomocí rovnic řešte následující úlohu:

Učni trvá vymalování bytu dvakrát déle než mistrovi. Učeň pracoval sám jeden den, poté se k němu připojil mistr a práci dokončili za 3 dny. Jak dlouho by trvalo vymalování bytu učni?

**c) Úloha o pohybu řešená rovnicově**

Následující úlohu řešte pomocí rovnice, co nejlépe ji graficky znázorněte.

Dvě letadla letí z letišť A a B vzdálených 420 km navzájem proti sobě. Letadlo z letiště A odstartovalo o 15 minut později a letí průměrnou rychlostí o 40 km/h větší než letadlo z letiště B. Určete průměrné rychlosti obou letadel, víte-li, že se setkají 30 minut po startu letadla z letiště A.

**6. Soustavy lineárních rovnic; závislosti****a) Různé metody řešení soustav lineárních rovnic**

Následující úlohu řešte algebraicky:

Obdélník na obrázku je rozdělen na tři obdélníky a čtverec. Určete obsah čtverce, jsou-li známy obsahy tří obdélníků (v centimetrech čtverečních).

18	27
72	

**b) Názorné zavedení funkce přímá úměrnost**

Hanka po dobu jednoho týdne dostávala od maminky 20 Kč denně za pomoc v domácnosti. Zakreslete graf závislosti získaného obnosu na počtu dní (na začátku neměla Hanka žádné peníze). Zapište funkční předpis. Úlohu změňte tak, aby byl graf a) posunut po ose  $x$ , b) posunut po ose  $y$ ). Určete definiční obor, obor hodnot, vlastnosti daných závislostí.

**c) Lineární funkce: Úlohy, pomocí kterých lze názorně zavést pojmy definiční obor a obor hodnot; grafické znázornění závislosti**

- 1) Jeden rohlík stojí 1,90 Kč. Zakreslete graf závislosti zaplacené sumy za rohlíky na počtu rohlíků. Zakreslete správně graf závislosti, určete její definiční obor a obor hodnot. Vysvětlete tyto pojmy.
- 2) Automobil po dobu 5 sekund zrychloval z rychlosti 45 km/h se zrychlením  $2 \text{ m/s}^2$ , poté jel 10 sekund konstantní rychlostí. Zakreslete graf závislosti rychlosti na čase. Určete funkční předpis jednotlivých závislostí, zakreslete graf a diskutujte jejich vlastnosti, jako jsou spojitost, monotonie, omezenost, extrém.

**7. Závislosti****a) Lineární funkce: zakreslování grafu**

- 1) Zakreslete grafy následujících funkcí a) statickou metodou, b) dynamickou metodou.

$$y = 3x + 1, y = 2 - 2x$$

- 2) Určete rovnici lineární funkce, jejíž graf prochází body  $A[0; 3]$ ,  $B[-2; -3]$ .

**b) Grafické řešení soustav lineárních rovnic**

Řešte graficky soustavy rovnic:

1) 
$$\begin{aligned} 2x - y &= 2 \\ 2x + 3y - 6 &= 0 \end{aligned}$$

2) 
$$\begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 3x + 6y &= 1 \end{aligned}$$

**c) Grafické řešení slovních úloh o pohybu**

Řešte graficky slovní úlohy o pohybu.

- 1) Alena vyšla v 7:40 hodin do školy, která je vzdálena od domu 600 m, rychlostí 3 km/h. Její bratr Ruda si všiml, že si doma zapoměla svačinu a rozhodl se ji doběhnout. Utíkal za ní rychlostí 6 km/h. Podaří se mu ji dohonit ještě před školou?
- 2) Mezi dvěma přístavišti na řece jezdí parník. Cesta tam a zpět mu trvá 3 hodiny 45 minut. Po proudu pluje rychlostí 12 km/h a proti proudu rychlostí 8 km/h. Určete vzdálenost mezi přístavišti.

**8. Závislosti, kombinatorika****a) Variace a kombinace bez opakování na ZŠ**

Na následujících úlohách ilustруйте, jakými metodami mohou řešit úlohy rozvíjející kombinační myšlení žáci ZŠ bez znalosti vzorců. Modifikujte zadání tak, aby bylo možno úlohy řešit intuitivně (řešte nejdříve jednodušší verze úloh).

- 1) Z čísel 1, 3, 4, 5, 8 sestavte všechna čtyřciferná čísla tak, aby se číslice v zápisu čísla neopakovaly.
- 2) Kolik a) úseček, b) přímek je zadáno pěti body v rovině?

**b) Variace a kombinace bez opakování na SŠ**

Odvod'te vztah mezi variacemi a kombinacemi bez opakování.

**9. Kombinatorika; statistika a pravděpodobnost****a) Variace a kombinace s opakováním na ZŠ**

- 1) Kolik čtyřciferných čísel můžeme sestavit z číslic 3 a 6?
- 2) Máme 2 druhy pohlednic, z nich chceme vybrat 3 pohlednice. Kolik je možností výběru?

**b) Variace, kombinace a permutace s opakováním na SŠ**

- 1) Kolik různých anagramů můžeme získat ze slova ROKOKO, nesmějí-li v takovém anagramu stát všechna písmena O vedle sebe?
- 2) V sadě je 32 karet, 8 druhů, každá ve čtyřech barvách. Kolika způsoby můžeme vybrat 4 karty, jestliže: a) rozlišujeme jen barvy, b) rozlišujeme barvy i hodnoty karet?

**10. Kombinatorika, statistika a pravděpodobnost****a) Zaznamenávání dat různými způsoby a jejich interpretace**

Pomocí didaktické hry uveďte problematiku zaznamenávání dat

**b) Zakreslování různých diagramů a čtení z nich**

Na různých příkladech ukažte různé možnosti zakreslování dat do diagramů.

**11. Statistika a pravděpodobnost**

- a) Určete pravděpodobnost, že náhodně zvolené dvojciferné přirozené číslo je buď prvočíslo, anebo mocnina čísla 2.
- b) Tenista má první podání úspěšné s pravděpodobností 0,6 a druhé podání má úspěšné s pravděpodobností 0,8. S jakou pravděpodobností se tento tenista dopustí dvojchyby? (Výpočet zdůvodněte.)