Volné rovnoběžné promítání

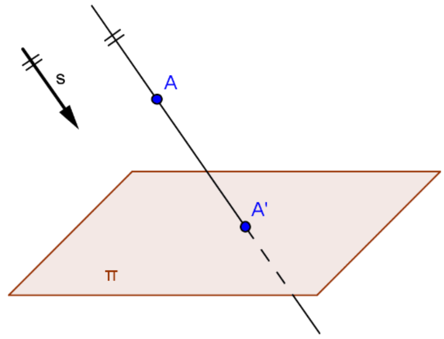
Stereometrie se zabývá studiem prostorových útvarů a jejich vzájemných vztahů. Abychom mohli s těmito prostorovými útvary účelně pracovat, a to nejen s modely, či ve svých představách, ale především v sešitě či na monitoru počítače, potřebujeme znát nějaké vhodné promítání, pomocí něhož zobrazíme trojrozměrný prostor do roviny.

Pro svou jednoduchost se při řešení základních stereometrických úloh volí tzv. volné rovnoběžné promítání (dále jen VRP). Toto promítání je určeno rovinou, do které promítáme, tzv. **průmětnou** (π) a **směrem promítání** (s), který není rovnoběžný se zvolenou průmětnou.

(Pozn.: Pozor - takto zadané promítání není vzájemně jednoznačné, jelikož všechny body ležící na přímce směru promítání se zobrazí do jednoho bodu. Nelze tedy zpětně zrekonstruovat promítaný objekt.)

π - průmětna

s - směr promítání



Přímka procházející bodem A ve směru promítání, je tzv. promítací přímka bodu A - protíná průmětnu v bodě A'. A' je rovnoběžným průmětem bodu A do průmětny.

Body ležící v průmětně splývají se svými obrazy.

Několik základních vlastností rovnoběžného promítání:

1) *Průmětem bodu je opět bod.*
2) *Průmětem přímky je přímka nebo bod, je-li přímka promítací (tj. směru promítání).*
3) *Průmětem roviny je celá průmětna, nebo jen přímka, je-li rovina promítací.*
4) *Rovnoběžné promítání zachovává incidenci.*
5) *Rovnoběžné promítání zachovává dělicí poměr.*
6) *Rovnoběžným průmětem dvou různých rovnoběžných přímek jsou opět rovnoběžné přímky (různé nebo splývající) nebo dva různé body, jsou-li přímky promítací.*
7) *Shodné a navzájem rovnoběžné úsečky se promítají do úseček, které jsou také shodné a navzájem rovnoběžné (jejich nositelky mohou splývat), nebo se promítají do dvou bodů (které mohou také splývat).*
8) *Útvar, který leží v průmětně, nebo v rovině s průmětnou rovnoběžné (tzv. průčelné rovině), se promítá do útvaru, který je s ním shodný.*
9) *V rovnoběžném promítání se obecně nezachovávají délky úseček, velikosti úhlů a tedy ani kolmost.*

Pro názornost zobrazovaných těles předpokládáme obvykle, že podstavy těles jdou v rovinách vodorovných (tj. kolmých k průmětně v případě, že uvažujeme svislou průmětnu). Tyto roviny nazýváme **hloubkové roviny**, rovněž přímky kolmé k průmětně nazýváme **hloubkové přímky**. Úsečky kolmé k průmětně se zobrazí do úseček, které s obrazem vodorovných úseček svírají úhel α a jejich velikost se zkrátí, popř. prodlouží v závislosti na parametru q.

Ukažme si postup na následujících příkladech:

(Pozn: Všimněte si, že pokud průměty hloubkových přímek rýsujeme tak, aby s podstavnými hranami rovnoběžnými s průmětnou svírali asi 45° a velikosti úseček, které leží na hloubkových přímkách, jsou rovny přibližně polovině skutečné velikosti, pak obrázky vypadají velice názorně, obecně ale může úhel α i parametr q = ½ nabývat různých hodnot – viz ukázka).

Příklad 1:

Ve volné rovnoběžném promítání (α = 45°, q = 1/2) sestrojte obraz krychle v nadhledu zprava i zleva a v podhledu zprava i zleva.

Příklad 2:

Ve volném rovnoběžném promítání (α = 45°, q = 1/2) zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, jehož podstavná hrana má délku 4 cm a výška měří 5 cm.

Příklad 3:

Sestrojte volný rovnoběžný průmět pravidelného čtyřbokého hranolu KLMNOPQR s podstavou o hraně a=3 a výškou v=5 (α = 45°, q = 1/2).

Příklad 4:

Sestrojte volný rovnoběžný průmět pravidelného šestibokého hranolu (α = 45°, q = 1/2).

Příklad 5:

Sestrojte volný rovnoběžný průmět pravidelného čtyřstěnu (α = 45°, q = 1/2).

Zatím intuitivně sestrojte tělesa s následujícími řezy:

Příklad 6:

Je dána krychle ABCDEFGH. Sestrojte průsečnici rovin α=↔ACG, β=↔DBF.

Příklad 7:

Je dán pravidelný jehlan ABCDV a body K,L, které jsou po řadě středy hran AV a CV. Sestrojte průsečnici roviny α=↔ABL s rovinou β=↔ACV. Určete průsečík přímky ↔KC s rovinou α.