KRUŽNICE, KRUH

Růžena Blažková

1. Historická poznámka

Na oba útvary hleděl starověk i středověk velmi romanticky, obdivoval se jim z několika důvodů:

- Nebeská tělesa jsou okrouhlá.
- V kruhu je jedině dokonalost.
- Člověk nejraději své výrobky krouží do tvaru kruhu a koule (nádoby, číše).
- Kruh má největší obsah z rovinných útvarů.
- Kruh nemá žádné „rohy“ a „kouty“.

Problémem byl výpočet obvodu a obsahu kruhu, museli se spokojit s jemnějším či hrubším odhadem. Poměr obvodu kruhu a jeho obsahu určovali v různých oblastech s různou přesností, např. v Egyptě Ahmes (500 let p.n.l.) $\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3{,}1605$, Archimédes určoval vztah mezi průměrem kruhu a jeho obvodem tak, že danému kruhu vepisoval a opisoval pravidelné mnohoúhelníky (s počty stran 6, 12, 24, 48, 96) a vyšel z předpokladu, že obvod kruhu je vždy menší, než obvod opsaného mnohoúhelníku a větší než obvod vepsaného mnohoúhelníku. Tím byla poprve užita vědecká metoda k výpočtu čísla π. Archimédes dospěl k závěru, že $\frac{223}{71} < \pi < \frac{220}{70}$, tedy $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$, neboli $3{,}1408 < \pi < 3{,}1428$.

2. Vývoj pojmů

Děti se od malička v běžném životě setkávají s předměty, na kterých se vyskytují kruhy a kružnice. Nejprve vše zahrnují pod pojem „kulaté“, později začínají diferencovat, nejprve na předměty prostorové (koule, válec, kužel) a rovinné (kruh, kružnice) a až ve školním věku pak diferencují mezi jednotlivými pojmy v rovině i v prostoru.

3. Reprezentace pojmů kružnice a kruh v běžném životě

Tvar kružnice má např. prstýnek, obruč,

Tvar kruhu má např. dopravní značka zákazová, dno hrnce nebo kastrolu, podstava válce.

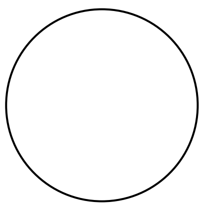
4. Základní pojmy

K definici kružnice a kruhu můžeme přistupovat dvěma způsoby:

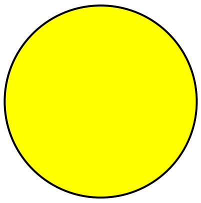
a) **využijeme shodnosti** (je to jako když zahradník vyznačuje kruhový záhon pomocí provázku a kolíku) :

Je dán bod S a úsečka AB. Kružnicí *k* nazýváme množinu všech bodů X v rovině, pro které platí, že úsečka SX je shodná s úsečkou AB.

Symbolický zápis: $k = \{X \in \rho,\ SX \cong AB\}$



Je dán bod S a úsečka AB. Kruhem *K* nazýváme množinu všech bodů X v rovině, pro které platí, že bod X je bodem úsečky SY a úsečka SY je shodná s úsečkou AB.
Symbolicky: $K = \{X \in \rho, X \in SY \wedge SY \cong AB\}$.



b) **využijeme pojmu vzdálenosti**
Je dán bod S a nezáporné reálné číslo r. Kružnicí *k* rozumíme množinu všech bodů X v rovině, pro které platí, že mají os bodu S vzdálenost r.
Symbolicky: $k = \{X \in \rho, |SX| = r\}$.

Je dán bod S a nezáporné číslo r. Kruhem *K* rozumíme množinu všech bodů X v rovině, které mají od bodu S vzdálenost menší nebo rovnu r.
Symbolicky: $K = \{X \in \rho, |SX| \leq r\}$.

Bod S se nazývá střed kružnice nebo kruhu (tento bod kružnici nepatří)
Poloměr kružnice (kruhu)
- je úsečka, jejímiž krajními body jsou bod S a libovolný bod kružnice.
- velikost této úsečky (r = 3 cm).

Označuje se písmenem r (radius)
Průměr kružnice (kruhu)
- je úsečka, která prochází středem kružnice (kruhu) a jejímiž krajními body jsou dva různé body kružnice.
- velikost této úsečky (d = 8 cm).

Označuje se písmenem d (diametr)
Platí: d = 2r.
Označení kružnice se středem S a poloměrem r: *k(S, r)*.
Označení kruhu se středem S a poloměrem r: *K(S, r)*.

Oblouk kružnice je část kružnice s krajními body A, B, které náleží kružnici. Dva různé body kružnice rozdělují kružnici na dva oblouky.
Pokud dva různé body kružnice A, B leží na průměru kružnice, oblouk se nazývá půlkružnice.

Tětiva kružnice je úsečka, jejímiž krajními body jsou dva různé body kružnice. Platí:
- Osa tětivy prochází středem kružnice.
- Shodné tětivy téže kružnice mají od středu stejnou vzdálenost.

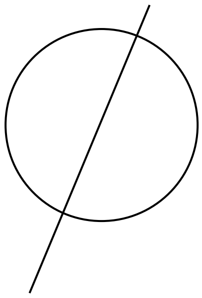
5. Rýsování kružnic

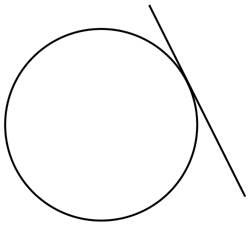
Nejprve je nutné, aby žáci zvládli techniku práce s kružítkem. Je vhodné aby:
a) rýsovali kružnice zcela libovolně
b) rýsovali obrázky pomocí kružnic (kytičky, terče, sněhuláky, housenky aj.)
c) rýsovali kružnice s daným středem
d) rýsovali kružnice s daným středem a daným poloměrem

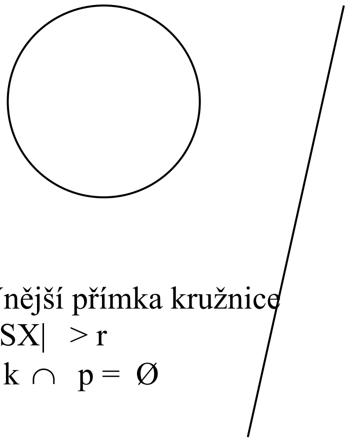
e) rýsovali kružnice, které mají daný střed a procházejí daným bodem.

6. Vzájemná poloha kružnice a přímky

I když tato část není přímým učivem na 1. stupni ZŠ, tak v běžném životě se se situacemi, kde se vyskytuje vzájemná poloha kružnice a přímky nebo vzájemná poloha dvou kružnic často setkávají.







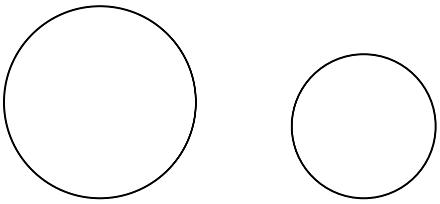
Sečna
$|SX| < r$
$k \cap p = \{A, B\}$

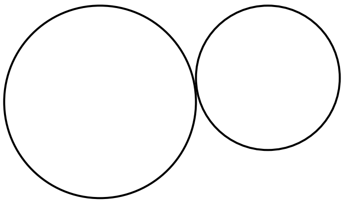
Tečna
$|SX| = r$
$k \cap p = \{T\}$

Vnější přímka kružnice
$|SX| > r$
$k \cap p = \emptyset$

Průnikem kruhu a přímky je úsečka, nazývá se tětiva.

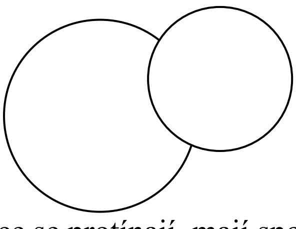
7. Vzájemná poloha dvou kružnic

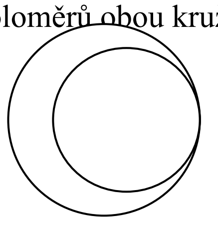




Kružnice nemají společný bod.
Vzdálenost jejich středů je větší než součet poloměrů obou kružnic.

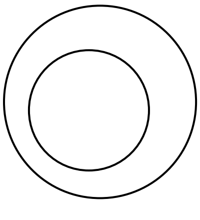
Kružnice se dotýkají vnějším dotykem.
Vzdálenost jejich středů je rovna součtu poloměrů obou kružnic.

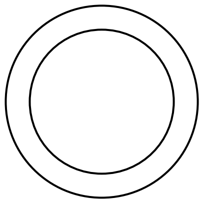




Kružnice se protínají, mají společné dva body.
Vzdálenost jejich středů je menší než součet poloměrů, ale větší než jejich rozdíl.

Kružnice se dotýkají uvnitř.
Vzdálenost jejich středů je rovna rozdílu poloměrů (v absolutní hodnotě).





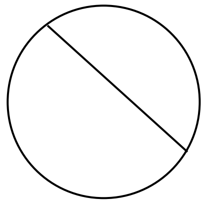
Jedna kružnice leží ve vnitřní oblasti druhé kružnice.
Vzdálenost jejich středů je větší než 0 a menší než absolutní hodnota rozdílu poloměrů.

Soustředné kružnice. Středy obou kružnic splývají.

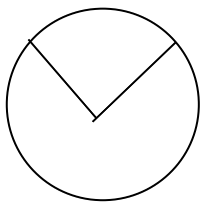
8.Části kruhu

Ani toto učivo není zařazeno na 1. stupni ZŠ, avšak měli bychom znát správné názvy částí kruhu:

Kruhová úseč
Je dán kruh K a jeho sečna s. Kruhová úseč je průnik kruhu a poloroviny, jejíž hraniční přímka obsahuje tětivu kruhu.
Každá tětiva rozdělí kruh na dvě kruhové úseče.



Kruhová výseč
Kruhová výseč je průnik kruhu a jeho středového úhlu.



Mezikruží
Mezikruží ohraničené soustřednými kružnicemi k_1 a k_2 s poloměry r_1 a r_2 (r_1 je větší než r_2) je množina všech bodů, které mají od středu S vzdálenost alespoň r_2 a nejvýše r_1 .