

Učivo o trojúhelníku na 1. stupni ZŠ

Růžena Blažková

1. Motivace

Úkol č. 1

Hledejte ve svém okolí objekty, na kterých vidíte model trojúhelníku. Našli jste jich alespoň pět? (Pozor, rozlišujte trojúhelník od kruhové výseče – např. sýr, kterému se říká „trojúhelníček“ a je z válcové krabičky není modelem trojúhelníku.)

Trojúhelník děti poznávají nejprve jako tvar, později jako geometrický útvar.

2. Co je trojúhelník

K vymezení pojmu trojúhelník můžeme přistupovat několika způsoby. Vždy je třeba uvést, z čeho vycházíme, které prvky nebo útvary (body, úsečky, přímky) jsou dány. Připomeňte si, jak jste se seznámili s trojúhelníkem v geometrii na vysoké škole.

Úkol č. 2

Pokuste se říci vlastními slovy, co je trojúhelník (ne co „má“, ale co „je“), abyste jej vymezili co nejpřesněji.

Poznámka. Děti definice v žádném případě neučíme, ale vytváříme pojem trojúhelníku v duchu správných definic.

A) Definice pomocí průniku polorovin.

Jsou dány tři různé body A, B, C, které neleží v jedné přímce. Trojúhelníkem ABC rozumíme průnik polorovin ABC, ACB, BCA (jejich společnou část).

Symbolický zápis: $\triangle ABC = \rightarrow ABC \cap \rightarrow ACB \cap \rightarrow BCA$

Úkol č. 3

Nakreslete obrázek k definici.

Práce s dětmi – na papíře si zvolte tři různé body A, B, C, narýsujte přímky AB, AC, CB. Buď můžete vybarvovat příslušné poloroviny různými barvami, trojúhelník ABC pak bude vybarven všemi třemi barvami, nebo vybarvíte pouze část, kterou vidíte jako trojúhelník.

(Je možné využít překládání papíru – viz E-learning MU, výukové publikace: Blažková, R. (2011) Zajímavá geometrie pro každého.)

Poznámka: Při prvotním vytváření pojmu trojúhelník bychom neměli modelovat pouze jeho hranici, např. pomocí špejlí, protože pak vytváříme mylný dojem, že trojúhelník je jen hranice a uvnitř je „díra“.

B) Definice pomocí uzavřené lomené čáry:

Jsou dány tři různé body A, B, C, které neleží v jedné přímce. Trojúhelníkem ABC rozumíme uzavřenou lomenou čáru ABC sjednocenou s její vnitřní oblastí.

Úkol č. 4

Nakreslete obrázek k definici

3. Základní pojmy

Vrcholy trojúhelníku ABC: Body A, B, C.

Strany trojúhelníku ABC: Úsečky AB, AC, BA.

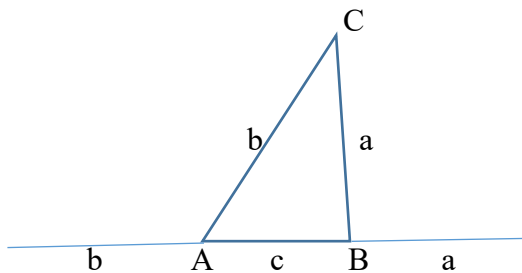
Strany trojúhelníku také označujeme písmeny malé abecedy, většinou podle písmene protějšího vrcholu. Např. strana proti vrcholu A se označuje a , proti vrcholu M se označuje m apod.

Délky stran trojúhelníku – velikosti úseček v příslušných jednotkách délky. Délky úseček zapisujeme buď symboly $|AB|$, nebo a . V tomto případě a označuje jak úsečku, tak její délku.

Body, které trojúhelníku patří (body ve vnitřní oblasti, body na hranici trojúhelníku), nepatří (body ve vnější oblasti).

Vnitřní úhly trojúhelníku ABC (pojem úhlu uvádíme v případě, že v ŠVP je pojem úhlu zařazen, avšak pojem pravého úhlu je používán na 1. stupni běžně).

Obvod trojúhelníku je délka jeho hranice. Zapisujeme např. $o = a + b + c$. Obvod trojúhelníku můžeme určit také graficky tak, že narýsujeme grafický součet úseček (stran trojúhelníku) a změříme jeho délku.



Úkol č. 5

Vyhledejte úlohu a praktický příklad, kde je třeba vypočítat obvod trojúhelníku.

Propedeuticky se žáci mohou seznamovat i s pojmem **obsah trojúhelníku**, např. pokud je trojúhelník zakreslen ve čtvercové síti a žáci počítají počet čtverců sítě, které trojúhelníku náleží.

Úkol č. 6

Vyhledejte úlohu, např. z testů k přijímacím zkouškám na víceleté gymnázium, kde je třeba určit obsah trojúhelníku.

Klasifikace podle stran (zapisujeme buď délky stran, nebo využíváme znaků pro shodnost \cong):

$a \neq b \neq c$	$a = b \neq c$	$a = b = c$
trojúhelník ABC: různostranný	rovnoramenný	rovnostranný

Klasifikace podle vnitřních úhlů.

Trojúhelník ABC s vnitřními úhly α, β, γ , pro velikosti vnitřních úhlů vždy platí:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ, \quad \text{grafický součet těchto úhlů je úhel přímý.}$$

Trojúhelník ABC:	ostroúhlý	$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma < 90^\circ$
	pravoúhlý	$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma = 90^\circ$
	tupoúhlý	$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma > 90^\circ$

4. Trojúhelníková nerovnost

Strany trojúhelníku jsou úsečky, avšak můžeme z jakýchkoliv tří úseček trojúhelník sestavit?

Děti si mohou na trojúhelníkovou nerovnost vyvodit vlastní činností.

Připravíme několik barevných špejlí, např. červená 6 cm, modrá 8 cm, zelená 5 cm, žlutá 2 cm, fialová 3 cm. Vyzveme děti, aby zkoušely ze špejlí sestavovat trojúhelníky a zkusily zjistit, z kterých špejlí trojúhelník sestaví a z kterých nesestaví.

Z experimentů vzniknou tři základní situace:

Z červené, modré, zelené trojúhelník sestaví.

Z červené, modré a žluté trojúhelník nesestaví.

Z modré, žluté a fialové trojúhelník nesestaví.

Z fialové, zelené a žluté trojúhelník nesestaví.

Z červené, zelené a fialové trojúhelník sestaví.

Z experimentální činnosti by děti měly přijít na to, že je možné trojúhelník sestavit jedině v případě, že součet kterékoliv dvojice stran je větší než strana třetí.

Tedy platí tzv. trojúhelníková nerovnost:

$$a + b > c, \quad a + c > b, \quad b + c > a.$$

5. Konstrukce trojúhelníku ze tří stran (věta sss)

Konstrukce trojúhelníku je první příležitostí, kdy se děti setkávají s konstruováním geometrického útvaru. Proto by se k ní mělo od počátku přistupovat tak, jak se budou v budoucnu konstrukční úlohy řešit, i když v zjednodušené formě. To znamená, že děti by si měly úlohu načrtnout, jako by byla vyřešená, vyznačit v ní zadané prvky a přemýšlet, jak postupovat, aby úlohu vyřešily. Nejprve však ověří, zda má vůbec smysl úlohu řešit, tj. zda je splněna trojúhelníková nerovnost.

Úloha: Sestrojte trojúhelník ABC, jestliže $a = 5$ cm, $b = 4$ cm, $c = 7$ cm.

1. Rozbor: Úlohu načrtneme, jako by byla vyřešená, tedy nakreslíme od ruky trojúhelník ABC a v něm vyznačíme zadané strany. Trojúhelníková nerovnost je splněna, $5 + 4 > 7$ (stačí sečíst délky kratších stran).
2. Postup: Narýsujeme úsečku AB délky 7 cm, neznámý bod je bod C. Ten získáme jako průsečík dvou oblouků (můžeme naznačit špejlemi).
3. Můžeme (ale nemusíme) zapsat jednoduchý postup, např.

1.	AB
2.	$k(A, 4 \text{ cm})$
3.	$l(B, 5 \text{ cm})$
4.	C



4. Konstrukce. Trojúhelník narýsujeme.
5. Ověříme, že narýsovaný trojúhelník odpovídá zadání, tj. změříme, že strana AB má délku 7 cm, strana AC má délku 4 cm a strana BC má délku 5 cm.

Další konstrukce se mohou týkat sestavení trojúhelníku pravoúhlého, a to:

- a) Jsou dány délky jeho odvěsen.
- b) Je dána délka jedné odvěsny a délka přepony.

Úkol 7

1. Narýsujte trojúhelník ABC, jestliže je dáno: $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$.
2. Narýsujte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C, je-li dáno:
 $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$.
3. Narýsujte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C, je-li dáno:
 $a = 6 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$.