58) ZTO 1.4.3-1

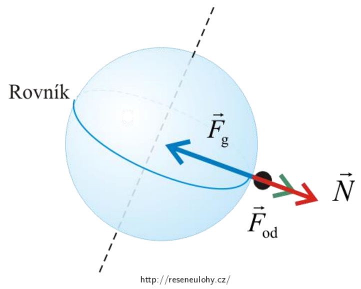
$m = 80\ \mathrm{kg}$

$r = 6.378\ \mathrm{km} = 6{,}378 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$

$\omega = 7{,}29 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$

$M = 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$

Vyjdeme z rovnosti sil, které působí na tělesa na rovníku:



$$\vec{F}_G + \vec{N} + \vec{F}_{OD} = 0$$

$$F_G - N - F_{OD} = 0$$

$$F_G = N + F_{OD}$$

Početně pak:

$$F_{OD} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = 80 \cdot \left(7{,}29 \cdot 10^{-5}\right)^2 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6 = 2{,}7\ \mathrm{N}$$

$$F_G = \kappa \frac{mM}{r^2} = 6{,}67428 \cdot 10^{-11} \frac{80 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{\left(6{,}378 \cdot 10^6\right)^2} = 783{,}1\ \mathrm{N}$$

Vidíme, že rgavitační síle je mnohem větší (o dva řády)
NEODLETÍ!!!

Doplnění:
Na to aby odletěl by muselo platit:

$$F_{OD} \geq F_G$$

$$m\omega^2 r \geq \kappa \frac{mM}{r^2}$$

$$\omega = \sqrt{\kappa \frac{M}{r^3}} = \sqrt{6{,}67428 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{\left(6{,}378 \cdot 10^6\right)^3}} = 1{,}24 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

$$v = \omega r = 1{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}378 \cdot 10^6 = 7.909\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Můžeme spočítat délku dne na takové planetě:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1{,}24 \cdot 10^{-3}} = 5.067\ \mathrm{s} = 1{,}4\ \mathrm{h}$$

61) BTO 1.4.4-5

$v_Z = 340\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$h = 138\ \mathrm{m}$

Kámen padá dolů

$s = \frac{1}{2} g t_K^2$

zvuk „letí“ z propasti nahoru

$s = v_Z t_Z$

$s = s$

$v_Z t_Z = \frac{1}{2} g t_K^2$

$t_Z = \frac{g t_K^2}{2 v_Z}$

Pak to dále vede na kvadratickou rovnici:….

Nebo lze řešit i takto:

$$s = \frac{1}{2} g t_K^2 \longrightarrow t_K = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 138}{9{,}81}} = 5{,}3\ \mathrm{s}$$

$$s = v_Z t_Z \longrightarrow t_Z = \frac{s}{v_Z} = \frac{h}{v_Z} = \frac{138}{340} = 0{,}4\ \mathrm{s}$$

$$t = t_K + t_Z = 5{,}3 + 0{,}4 = 5{,}7\ \mathrm{s}$$

$\frac{t_Z}{t_K} = 7{,}5\,\%$ $\qquad$ $\frac{t_Z}{t} = 7{,}0\,\%$

Je tedy vidět, že čím bude propast hlubší, tím bude chyba menší a naopak, čím je propast mělčí, tím je chyba větší.

63) ZU 1.4.4.-14 vrh šikmý

$d = 35\ \mathrm{m}$
$t = 1\ \mathrm{s}$
$v_0 = ?$
$\alpha = ?$

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \longrightarrow v_0 = \frac{t \cdot g}{2\sin\alpha}$$
$$x = v_0 t \cos\alpha \longrightarrow v_0 = \frac{x}{t\cos\alpha} = \frac{d}{t\cos\alpha}$$

$$v_0 = v_0$$

$$\frac{t\cdot g}{2\sin\alpha} = \frac{d}{t\cos\alpha}$$

$$t^2 g \cos\alpha = 2d\sin\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{t^2 g}{2d} = \frac{1^2 \cdot 9{,}81}{2\cdot 35} = 0{,}14 = \tan\alpha$$

$$\tan\alpha = 0{,}14 \longrightarrow \alpha = 7{,}97^\circ = 7^\circ 58'$$
$$v_0 = \frac{d}{t\cos\alpha} = \frac{35}{1\cdot\cos 7{,}97} = 35{,}34\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

63) BU 1.4.4.-16 vrh svislý dolů

64) BTO 1.4.5-1

I) D

$$a_g = \kappa \frac{M}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(2 \cdot 6.378.000)^2} = 2{,}44\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

II) C

$$F_g = F_d$$
$$\kappa \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$
$$v = \sqrt{\kappa \frac{M}{4r}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(4 \cdot 6.378.000)^2}} = 3.952\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 3{,}95\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

III) B

$$a = \kappa \frac{2M}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{2 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6.378.000^2} = 19{,}57\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

IV) A

$$a = \kappa \frac{4M}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{4 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6.378.000^2} = 39{,}15\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

V) B

$$v = \sqrt{\kappa \frac{4M}{r}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{4 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6.378.000^2}} = 15.802\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 15{,}8\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

VI) C

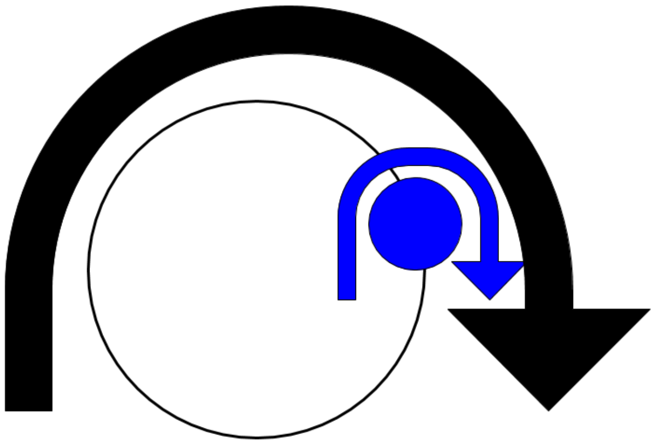
$$a = \kappa \frac{M}{r^2}$$
$$\frac{a}{4} = \kappa \frac{M}{(2r)^2}$$

65) BTO 1.4.5-2

B – v noci se rychlost otáčení Země kolem vlastní osy (1 674,4 km·h^{-1}) přičítá k postupné rychlosti Země kolem Slunce (107 460,6 km·h^{-1}). Ve dne se naopak rychlost otáčení Země kolem vlastní osy odečítá od postupné rychlosti Země. Zde ej ovšem vhodná otázka, zda se to nějak projeví, když je to změna jenom o 1 %.

Je-li Země Slunci nejblíže (je v přísluní), pohybuje se nejrychleji, naopak prochází-li Země nejvzdálenějším místem své oběžné dráhy (odsluní), pohybuje se nejpomaleji.

Země se otáčí kolem své osy od západu k východu. Při pohledu ze severní polokoule se otáčí proti směru pohybu hodinových ručiček. Jedno otočení kolem vlastní osy vůči Slunci se nazývá sluneční den a trvá 24 hodin. Naše Země rotuje kolem vlastní osy, ale zároveň obíhá ve stejném smyslu kolem Slunce. Posune se tedy každý den o malý kousek na oběžné dráze. Země se tedy do stejné polohy vůči hvězdám dostane za kratší dobu, a sice za tzv. hvězdný den, který trvá 23 hodin 56 minut a 4,9 sekund a hvězdy se tedy každý den objevují na obloze o čtyři minuty dříve.
Z tohot tedy vyplývá, že jdou modrá a černá šipka stejným směrem rychlosti se sčítají, pokud jsou proti sobě, budou se rychlosti odečítat.



65) ZTO 1.4.5-3

I) A)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\frac{2m}{\frac{4}{3}\pi(2r)^2} : \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$\frac{2}{8} : 1$$

$$\frac{1}{4} : 1$$

II) B)

$$\kappa\frac{2M}{(2r)^2} : \kappa\frac{M}{r^2}$$

$$\frac{2}{4} : 1$$

$$\frac{1}{2} : 1$$

III) C)

$$\varphi = \frac{E_P}{m} \longrightarrow \varphi = -\kappa\frac{M}{r} = -\kappa\frac{2M}{2r} \Rightarrow 1{:}1$$

65) BTO 1.4.5-4

$$F_g = F_D$$

$$\kappa\frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = \kappa\frac{M}{r} \longrightarrow r = \frac{\kappa M}{v^2}$$

Ve výšce *x* je *v/*2, pak platí:

$$\frac{r}{x} = \frac{\frac{\kappa M}{v^2}}{\frac{\kappa M}{\left(\frac{v}{2}\right)^2}} = \frac{1}{4}$$

$x = 4R$ – (od středu Země)

$x_1 = 3R$ – (od povrchu Země (–1·R))