## DIALOG O PODSTATĚ MATEMATIKY

Rényi, A.: Dialogy o matematice. Praha : Mladá fronta, 1980.

## Sokratovský dialog:

##

Hippokrates

 Sokrate! Mám to ale štěstí! Prošel jsem už celý Lykeion i tržiště a teď marně bloumám podél Illysu...

Sokratés

 Pak tedy hledáš mne. Smím vědět proč? Ne, ještě nic neříkej! Chtěl bych s tebou probrat nejdřív moje téma. Jistě víš jaké - myslím rozhovor s Protagorem.

Hippokrates

 To je skvělé! Hledám tě právě kvůli tomu!

Sokratés

 Takže se mnou chceš mluvit o tomtéž jako já s tebou: dvě přání se rovnají jednomu, vzdor všem zákonům matematiky.

Hippokrates

 Čteš mi myšlenky, Sokrate. Jde mi vlastně o matematiku.

Sokratés

 O matematiku? Pak ovšem nechápu, proč jdeš právě za mnou! Já přece nejsem žádný matematik... Neměl by ses v tom obrátit raději na učeného Theodora?

Hippokrates

 Jak je možné, že odpovídáš na moje otázky dřív, než je vyslovím? Právě jsem se tě chtěl zeptat, co bys říkal tomu, kdybych se stal Theodorovým žákem - totiž - ten dotaz je delší: Víš, když jsem chtěl začít studovat u Protagora, šel jsi se mnou k němu a vedl jsi rozmluvu s ním tak mistrovsky, jako bys ho už dávno znal. Ztratil jistotu a nevěděl si rady. Ukázalo se, že není schopen vysvětlit, v čem spočívá věda, kterou přednáší, dokonce ani o čem pojednává a čemu slouží. Od studia jsem tenkrát samozřejmě ustoupil. Jenže teď se mi to nějak rozleželo v hlavě: vím, kudy cesta nevede, ale nevím, kudy vede. Nic mi vlastně nechybí, chodím s přáteli na hřiště a do společnosti, ale současně mám pocit, že mi něco schází. Vadí mi, že vidím, jak málo toho znám - nebo že vlastně všechno co vím, si uvědomuji jen nejistě a bez souvislostí. Po tvém rozhovoru s Protagorem mám hlavu jako v mlhách. Všemu rozumím čím dál tím míň. Čím dál tím míň vím, co je dobro, krása a pravda. Otevřel jsi mi oči, Sokrate, ale zdá se mi, že tím novým pohledem vidím jen jediné: že vím míň.

Sokratés

 Rád slyším, žes' mi tak dobře rozuměl, Hippokrate. *Vždycky sice otevřeně říkám, že nic nevím, ale na rozdíl od většiny lidí si zakládám na tom, že vím, co nevím.*

Hippokrates

 To jenom ukazuje, oč jsi moudřejší než druzí. Jenže mně takový druh vědomostí nestačí. Chtěl bych získat širší, pevněji podložené znalosti a trápí mne, že vlastně nevím, co chci znát. Po tvém rozhovoru s Protagorem úplně tápu. Nevím, mám-li se vůbec na koho obrátit, čemu se mám vlastně učit, zda se mi vůbec vyplatí navštěvovat školy vědců. Mluvil jsem o tom také s Theaitetem. Říkal, že naprosto nezvratné pravdy najdu pouze v matematice a poradil mi, abych tedy studoval matematiku. Nejraději u Theodora, protože výpočtům a geometrii nerozumí v celých Athénách nikdo lip. Jenže já se nějak nedokážu rozhodnout a nechtěl bych se zase spálit jako tenkrát, když jsem chtěl studovat u Protagora. A tak jsem přišel znovu za tebou. Myslíš, že najdu u Theodora opravdu to, co hledám, nebo že hledat pevné, jisté a nezvratné poznání nemá vůbec smysl?

Sokratés

 Milý synu, synu Apollodorův, nemám co bych dodal, chceš-li se učit matematice u takového mistra, jakým je můj vynikající přítel Theodoros. Ovšem - zda je správné zvolit si právě studium matematiky, na to si musíš odpovědět sám. Sám musíš nejlépe vědět, čeho chceš dosáhnout.

Hippokrates

 Neodpírej mi pomoc, Sokrate. Pokud jsem tě svou otázkou nějak urazil, nehněvej se. Nevím, jak bych to řekl lip.

Sokratés

 Nerozumíš mi, mladý příteli. Rád bych ti pomohl, ale ty po mně žádáš nemožné. Tentokrát jde o rozhodnutí, které za tebe nemůže udělat nikdo druhý. Každý je sám strůjcem svého štěstí. Takže - ten oříšek, o kterém hovoříš, si budeš muset rozlousknout sám. Jediné, co pro tebe mohu udělat, je poradit ti, jak si při louskání nepřiskřípnout prsty.

Hippokrates

 Prosím tedy o radu. A pokud máš jen trochu času, prosím o ni hned.

Sokratés

 Dobrá. Ale půjdeme někam do stínu - třeba tam k té zátočině pod platany. Pojď.

Budu tě asi trochu trápit, ale nenech se tím odradit. Chtěl bych vést rozhovor tak, jak mívám ve zvyku: klást otázky a poslouchat tvoje odpovědi. Takže neočekávej, že z takového rozhovoru vyplyne něco jiného, než co už jsi předtím věděl. Neočekávej, že objevíš něco, co v tobě dříve nebylo. Jinými slovy: varuj se toho, čím proslul král Dareios, nevěř, že v dolech na měď najdeš zlato. Ani ten nejzručnější a nejpoctivější havíř ti z tvého dolu nevytěží to, co v něm není.

Hippokrates

 Při samém Diovi přísahám, že ti nebudu nic vyčítat! Jen už začni.

Sokratés

 Tak dobře. Odpověz mi nejprve na tuto otázku: co je to matematika? - Předpokládám, že víš, jakou vědu chceš studovat.

Hippokrates

 Na to přece umí odpovědět každé malé dítě: Matematika je věda, a to dokonce jedna z nejkrásnějších.

Sokratés

 Ptal jsem se po podstatě matematiky, ne po její kráse. Abys lépe pochopil, co je mi nejasné, začneme raději jinou vědou, třeba lékařstvím. Je správné, řeknu-li, že lékařství se zabývá zdravím a nemocemi a že jeho cílem je uzdravovat nemocné a zdravé před nemocemi chránit?

Hippokrates

 Samozřejmě!

Sokratés

 O jakou nemoc se jedná, jak ji lze poznat a jak se má léčit, to vědí jen lékaři. Ale co je předmětem a cílem medicíny, to ví skutečně každé dítě. Lékaři samozřejmě neznají všechno, takže mají asi i další cíl - rozšiřovat své znalosti, tedy zdokonalovat lékařskou vědu. U matematiky se to zdá být trochu jiné, nemyslíš?

Hippokrates

 Pak mi, prosím, ten rozdíl vysvětli, Sokrate. Já žádný nevidím.

Sokratés

 Dávej pozor: Zabývá se lékařství něčím skutečným, nebo neskutečným? Budou na světě nemocní, nebudou-li žádní lékaři?

Hippokrates

 To je otázka! Bude jich přece mnohem víc!

Sokratés

 Vezměme ještě jinou vědu, třeba hvězdářství. Je správné, řeknu-li, že hvězdář pozoruje hvězdy?

Hippokrates

 Bezpochyby ano.

Sokratés

 A zeptám-li se tě teď, zabývá-li se hvězdářství věcmi, které jsou, nebo věcmi, které nejsou, co mi odpovíš?

Hippokrates

 Že se hvězdářství samozřejmě zabývá tím, co je.

Sokratés

 Takže hvězdy budou svítit i bez hvězdářů.

Hippokrates

 To je přece jasné: budou svítit, i když hromovládný Zeus zničí všechny lidi na světě. Ale proč se bavíme o hvězdářství a ne o matematice?

Sokratés

 Nebuď tak netrpělivý. Než začneme s matematikou, musíme si přece prohlédnout její okolí, abychom ji mohli s něčím srovnávat.

Jak bys nazval člověka, který studuje zvířata a rostliny a který ví, co všechno žije v lesích a v hlubinách moří?

Hippokrates

 Řekl bych - biolog.

Sokratés

 Takže je správné, řeknu-li, že také tento člověk zkoumá věci skutečné, věci, se kterými se běžně setkává v přírodě.

Hippokrates

 Přesně tak.

Sokratés

 A jak bys pojmenoval člověka, který se zabývá horninami a ví, které z nich obsahují jakou rudu?

Hippokrates

 Nejspíš - geolog.

Sokratés

 Dobře. A geolog se zabývá tím, co je, nebo tím, co není?

Hippokrates

 Samozřejmě že tím, co je! Věda se přece vždycky zabývá právě tím, co je, co existuje. Jak by se mohla zabývat tím, co není?

Sokratés

 Tak mi, Hippokrate, pověz, čím se zabývá matematika!

Hippokrates

 Na to jsem se ptal už Theaiteta. Řekl mi, že se matematika zabývá čísly a geometrie obrazci, geometrickými útvary.

Sokratés

 To řekl docela správně a těžko by našel lepší odpověď. Ale zamysli se nad tím: můžeme říci, že čísla a obrazce nebo geometrické útvary skutečně jsou, že existují?

Hippokrates

 Myslím, že můžeme. Přece kdyby nebyly, tak bychom se o nich nemohli bavit!

Sokratés

 Na tom jistě něco je, ale zároveň se mi také cosi nezdá: Vezmi si třeba prvočísla. Existují tak jako hvězdy nebo jako ryby? Budou existovat i bez matematiků?

Hippokrates

 Už to bylo docela jasné, a ty to jedinou otázkou zboříš. Co na to mám říct?

Sokratés

 Zeptám se tedy jinak. Správně jsi řekl, že se hvězdy budou na obloze třpytit i bez hvězdářů, a vůbec bez ohledu na to, zda se na ně bude někdo dívat nebo ne, a že ryby budou plavat v moři dál, i když je nikdo nebude lovit nebo zkoumat jejich život.

Hippokrates

 Ano.

Sokratés

 Ale kdepak by byla například prvočísla, kdyby se jimi nezabývali matematikové?

Hippokrates

 Prostě by nikde nebyla, neexistovala by. Když se nebude nikdo prvočísly zabývat, nebude na ně nikdo myslet, tak žádná prvočísla prostě nebudou.

Sokratés

 Nemělo by se tedy říci, že se matematikové zabývají tím, co by bez nich neexistovalo, prostě nebylo?

Hippokrates

 Vypadá to tak.

Sokratés

 Když tedy řeknu, že se matematik zabývá něčím, co vlastně není, nebo alespoň není tak jako hvězdy nebo ryby, pak říkám pravdu…?

Hippokrates

 Asi ano.

Sokratés

 Podívejme se na to ještě odjinud, abychom se příliš neunáhlili. Máš s sebou něco ke psaní?

Hippokrates

 Bude stačit vosková tabulka?

Sokratés

 Podívej se: Napíšu na ni jedno číslo - třeba třicet devět. Existuje tohle číslo?

Hippokrates

 Jakpak by ne! Můžeš je přece vidět nebo dokonce vzít do ruky!

Sokratés

 Jsou tedy čísla přece jen něco, co skutečně je, co existuje?

Hippokrates

 Teď to ale přestávám chápat. Tady, Sokrate, něco nesouhlasí: Podívej, na tu samou tabulku namaluji lva a sedmihlavého draka. A lvi jsou, ale draci ne. Říkají to i ti nejstarší lidé, které znám, a já sám jsem také ještě nikdy žádného draka neviděl. Ale i kdybych se mýlil a nějaký drak by někde žil - co já vím, třeba za Heraklovými sloupy - pak to přece vůbec nic neznamená, protože já jsem namaloval to, co jsem si sám vymyslel! Pokud draci jsou, pak tenhle taky někde žije, a vůbec nesejde na tom, jestli jsem ho namaloval nebo ne.

Sokratés

 Výborně, Hippokrate! Vidím, že jsi pochopil, oč mi jde: to, že o číslech můžeme mluvit nebo je zapsat, přece ještě není důkaz, že čísla skutečně existují.

Hippokrates

 Co to tedy dokazuje? Že existují nějak jinak než lvi a hvězdy?

Sokratés

 Neměli bychom se ukvapovat. Pokusme se posoudit náš problém ještě z jiné strany: můžeme přece docela dobře spočítat ovce na louce nebo lodi v Pireu.

Hippokrates

 To můžeme.

Sokratés

 A ovce i lodi existují, jsou.

Hippokrates

 Ano.

Sokratés

 A existují-li ovce, pak přece musí existovat i čísla, kterými je počítáme, nemyslíš? Nezabývají se tedy matematikové přece jen tím, co je?

Hippokrates

 Už zase uhýbáš: matematikové přece netráví čas počítáním ovcí! To dělají pastýři a ti k tomu nepotřebují žádné zvláštní vzdělání.

Sokratés

 Jinými slovy - ty říkáš, že matematik se nezabývá počítáním ovcí nebo lodí, ale že ho zajímají čísla samotná, tak jak existují v jeho myšlenkách.

Hippokrates

 Ano.

Sokratés

 Pokud si dobře vzpomínám, říkal jsi, že se matematikové - podle Theaiteta - zabývají čísly a geometrickými útvary. Měli bychom se tedy podívat také na geometrii. Možná, že to u ní bude jasnější. Co mi řekneš, když se tě zeptám, zda existují geometrické útvary?

Hippokrates

 Že existují. Geometrickým útvarem je například každá pěkně vykroužená váza. Geometrické útvary a obrazce můžeme vidět vlastníma očima, můžeme se jich dotknout nebo je dokonce vzít do rukou. Proč by tedy neměly existovat?

Sokratés

 Můj milý Hippokrate, umíš báječně mluvit. Jistě bys leckoho přesvědčil, ale se mnou to budeš mít těžší.

Hippokrates

 To se zase mýlím?

Sokratés

 Posud sám: vidíš-li vázu, co vlastně vidíš? Vázu samotnou, nebo její tvar?

Hippokrates

 Obojí.

Sokratés

 Možná, že je to s vázou jako s ovcemi: díváš-li se na ovce, vidíš i jejich vlnu...

Hippokrates

 To je dobré srovnání.

Sokratés

 A mně se zase zdá, že to srovnání kulhá jako starý Hefaistos. Vlnu přece můžeš z ovce ostříhat a dívat se pak na ovci bez vlny a na vlnu bez ovce. Můžeš ale od vázy oddělit její tvar?

Hippokrates

 To ne, to nikdo nedokáže.

Sokratés

 Můžeš tedy tvrdit, že tvar je možno vidět?

Hippokrates

 Už zase nic nechápu.

Sokratés

 Nezdá se ti, že tvar vázy nemůže bez ní samé vůbec existovat?

Hippokrates

 Proč ne? Kdyby geometrické útvary existovaly jen v souvislosti s vázami a hrnci, mohlo by se geometrům rovnou říkat - hrnčíři! A takový Theodoros by dovedl vykroužit nejdokonalejší hrnec na světě, úplné mistrovské dílo!

Sokratés

 Bojím se, že by se ani neuměl posadit za hrnčířský kruh. A domysli to, Hippokrate, dál: kdyby se měli matematikové zabývat jen existujícími geometrickými útvary, tvary budov, sloupů, nebo soch, museli by se z nich proto stát architekti, stavitelé a sochaři?

Hippokrates

 To jistě ne.

Sokratés

 Vypadá to tedy tak, že se matematikové vůbec nezajímají o tvary skutečných předmětů, ale spíš o tvary jako takové, a že jim už vůbec nejde o předměty, které ten či onen tvar mají. Matematikové se totiž nezabývají viditelnými nebo hmatatelnými věcmi, ale - jak znovu poznáváme - jen tím, co si podle skutečných věcí vytvoří jako vlastní představu. Jak se na to díváš ty?

Hippokrates

 Jak jinak?

Sokratés

 Tak. Došli jsme tedy k tomu, že matematika vlastně nezkoumá věci existující, ale pouze myšlené. Ted bychom se měli ještě jednou podívat na Theaitetovo tvrzení, podle kterého má být matematika přesnější a neomylnější než kterákoli jiná věda. Uváděl k tomu Theaitetos nějaké příklady?

Hippokrates

 Dával několik příkladů, velice jasných a jednoduchých...

Sokratés

 Vzpomeň si, docela rád bych se z nich poučil.

Hippokrates

 Ale neřeknu-li je úplně přesně, nebude to jeho vina.

Sokratés

 Nelam si zbytečně hlavu, mluv!

Hippokrates

 Theaitetos například říkal, že není možné přesně zjistit vzdálenost mezi Spartou a Athénami. Všichni, kdo tou cestou šli, se shodují v počtu dní, ale kolik je to kroků, na tom se domluvit nemohou. Skutečná vzdálenost nebude nikdy odpovídat ani tomu nejpřesnějšímu měření. Bude-li se měřit znova, nebudou se nová měření shodovat se starými. Naproti tomu jsme ale schopni - například podle Pythagora - naprosto přesně vypočítat délku úhlopříčky ve čtverci.

Sokratés

 To je velmi přesvědčivé.

Hippokrates

 Theaitetos také říkal, že nikdo nemůže naprosto přesně zjistit, kolik žije v Řecku lidí. Kdyby se o to někdo pokoušel, jistě by mu během počítání několik lidí umřelo a jinde by se zase narodily děti, lidé by přicházeli a odcházeli nebo připlouvali a odplouvali na lodích. Výsledek by byl v každém případě jen přibližný a nejistý. Ale zeptáš-li se matematika, kolik hran má například pravidelný dvanáctistěn, dostaneš jedinou odpověď a ta je úplně přesná: pravidelný dvanáctistěn je složen z dvanácti pravidelných pětiúhelníků, z nichž každý má svých pět stran a každá strana takového pětiúhelníku patří vždy dvěma stěnám společně. Odtud plyne, že každý takový dvanáctistěn má dvanáctkrát pět děleno dvěma, to je třicet hran. A to je číslo, na kterém se už nikdy nic nezmění.

Sokratés

 Dával Theaitetos ještě nějaké příklady?

Hippokrates

 Nebraly konce, ale já mám paměť jako síto.

Říkal ještě, že ve skutečnosti nejsou na světě žádné dvě věci, které by byly úplně stejné. I když jsou si sloupy Poseidónova chrámu velice podobné, žádné dva nejsou docela shodné. Podobně nenajdeme nikdy ani žádná dvě vejce, která by byla úplně přesně stejná. Ale naproti tomu úplně přesně stejné jsou například úhlopříčky ve čtverci. Není mezi nimi ani ten nejmenší rozdíl. Právě tak jsou stejné i oba úhly přilehlé k základně rovnoramenného trojúhelníka.

Theaitetos také říkal, že se všechno na světě mění - jak už to ukázal Herakleitos - a že zaručeně správné a přesné vědění můžeme získat jen o takové věci, která se nemění. Třeba o sudých a lichých číslech, o kruhu nebo o přímce.

Sokratés

 Myslím, že nám tyhle příklady postačí. Theaitetovy myšlenky nás utvrzují v tom, že v matematice lze - na rozdíl od všedního života a od ostatních věd - získat naprosto přesné a nezvratné poznatky. Ale teď bych zase rád shrnul, kam až jsme došli:

Zdá se tedy, že se matematika zabývá věcmi, které sice nejsou, ale že nám zato umožňuje dozvědět se o nich nepopiratelnou pravdu.

Nemohli bychom to pokládat za výsledek našich úvah? Nebo že by to bylo jen špatné shrnutí našeho rozhovoru?

Hippokrates

 Nene, tak je to v pořádku!

Sokratés

 Dávej pozor, Hippokrate: není ti divné, že můžeme o něčem, co vlastně vůbec není, nabýt nepopíratelnějších a mnohem přesnějších znalostí, než o něčem, co doopravdy je?

Hippokrates

 Je to sice zvláštní a vypadá to skoro jako nemožné, ale v našich úvahách žádnou chybu nevidím. I když někde asi chyba bude!

Sokratés

 Bude? Proč? Vážili jsme přece každý krok, každou myšlenku jsme posuzovali z několika stran. V tom jistě chyba není...

Hippokrates

 V čem tedy ?

Sokratés

 Chvíli poslouchej, možná že na to přijdeš sám.

Stavil jsem se dnes ráno v domě druhého městského soudce. Právě tam probíhalo přelíčení proti ženě nějakého truhláře z Pitthu. Podváděla svého muže a za přispění nějakého milence ho nakonec zabila. U soudu to všecko tvrdošíjně popírala a přísahala při Artemidě a Afroditě, že nikdy nemilovala nikoho jiného než svého muže a že ho zavraždili lupiči. Někteří svědkové usoudili, že je ta žena vinna, jiní zase přísahali na její nevinu.

Hippokrates

 Místo abys mi pomohl najít pravdu, hraješ si na schovávanou a vyprávíš mi klepy z trhu. Co to má, prosím tě, co společného s matematikou?

Sokratés

 Jen se hned nerozčiluj, Hippokrate. Mám k tomu vyprávění dobrý důvod. Uvaž: ani soud nedokáže zjistit, zda je ta žena vinna, nebo nevinna. A přesto se o ní dá říci s naprostou jistotou, že žije, že je - na vlastní oči jsem ji viděl nejen já, ale i všichni ostatní, kdo byli v soudní síni. Mohl bych ti vyjmenovat několik důvěryhodných lidí, které by ani ve snu nenapadlo lhát...

Hippokrates

 To není nutné, Sokrate, ty sám mi jako svědek stačíš nad míru. Jen mi není pořád jasné, jak ta žena souvisí s naším rozhovorem?!

Sokratés

 Víc, než si myslíš. Napřed mi ale řekni: znáš příběh Agamemnóna a Klytaimnestry?

Hippokrates

 Totéž v jiném hávu - to přece zná každé dítě. V divadle jsem dokonce viděl celou Aischylovu trilogii.

Sokratés

 Tak pověz, o co v ní jde.

Hippokrates

 Ty mne utrápíš!

Zatímco mykénský král Agamemnón obléhal deset let hradby Tróje, sblížila se jeho žena Klytaimnestra s Agamemnónovým bratrancem Aigisthem. A když se král - jako vítěz nad Trójou - vrátil domů, Klytaimnestra ho spolu se svým milencem zabila.

Sokratés

 A odkudpak se, Hippokrate, Aischylos dozvěděl, že Klytaimnestra svého muže opravdu podváděla a zabila?

Hippokrates

 Nechápu, proč se mne ptáš na věci, které zná každý Řek?! Psal o tom přece už Homér: když Odysseus sestoupil do podsvětí, potkal tam Agamemnónův stín a ten mu to vyprávěl do nejmenších podrobností.

Sokratés

 A teď mi ještě, Hippokrate, řekni: jsi si jist, že Agamemnón a Klytaimnestra skutečně žili, že Homérovy verše odpovídají skutečnosti ?

Hippokrates

 Asi by mne ukamenovali, kdybych to prohlásil veřejně, ale myslím, že po tolika letech se dá sotva s jistotou tvrdit, že takoví lidé vůbec žili, a když ano, tak jaký měli osud. Ale i kdyby nežili, pro ten příběh by to vůbec nic neznamenalo, protože my, když mluvíme o Agamemnónovi a Klytaimnestře, myslíme na ně jako na bytosti z masa a krve, jako bychom je skutečně znali - nebo docela jednoduše - myslíme na ně jako na postavy z Homérových básní nebo z Aischylových tragédií.

Sokratés

 Pak tedy máme pravdu, říkáme-li, že nevíme nic o tom, zda skutečná Klytaimnestra a skutečný Agamemnón žili, ale že víme s naprostou jistotou, co o své Klytaimnestře a o svém Agamemnónovi říká Aischylos ve známé trilogii. Můžeme také tvrdit, že Klytaimnestra, o které mluví Aischylos, svého Agamemnóna podváděla a zabila, protože právě tak se to na scéně odehrává.

Hippokrates

 To je sice velmi hezky řečeno, ale mne by spíš zajímalo, jak to všecko souvisí s matematikou.

Sokratés

 Jednoduše: osoby vystupující v tragédii jsou přece lidé, kteří ve skutečnosti nejsou.

Hippokrates

 Že mne to nenapadlo!

Sokratés

 Můžeme tedy říci, že Klytaimnestra z básníkovy vymyšlené tragédie - Klytaimnestra, která asi sotva kdy žila - podváděla a zabila Agamemnóna vystupujícího v téže tragédii. Naproti tomu o ženě, která dnes stála před soudem, víme totéž jen velmi nejistě.

Hippokrates

 A já začínám mít stejně nejisté tušení, že vím, kam míříš. Ale byl bych skoro raději, kdybys to všechno řekl sám.

Sokratés

 Věřím, Hippokrate, že se tu jedná o stejnou záležitost jako u matematiky. O lidech, kteří ve skutečnosti nikdy neexistovali, ale byli vymyšleni - třeba jako postavy nějaké divadelní hry - můžeme říci mnohem víc než o lidech, kteří opravdu žijí. A proto tvrdíme-li, že Klytaimnestra byla vinna, neděláme nic jiného, než že prohlašujeme, že Klytaimnestra, kterou básník vymyslel a popsal, byla skutečně vinna, protože to ze hry jasně vyplývá. Je to docela stejné jako tvůj příklad se čtvercem, o němž můžeme s naprostou jistotou říci, že jeho úhlopříčky jsou shodné. Jasně to vyplývá z pojmů a z matematické definice.

Hippokrates

 Takže je správné - ať se to zdá jakkoli zvláštní - řeknu-li, že matematikové mohou získat velmi přesné a nezvratné vědomosti o tom, co existuje v jejich myšlenkách pouze jako obraz skutečnosti, a že jsou to mnohem přesnější a jistější poznatky, než jaké mohou získat například přírodovědci o tom, co skutečně je.

Myslím, že tomu už konečně rozumím. Jde vlastně o to, že matematikové znají u pojmů, které si sami tvoří, všechny potřebné základní vlastnosti. Pak už není žádné umění dozvědět se beze zbytku vše, protože to, o čem přemýšlejí, mohou podrobně prozkoumat ze všech stran. Zato s věcmi, které existují i mimo lidské myšlení, s těmi je to jiné. Ty se vždycky v něčem od našich představ liší. A proto je vlastně nikdy nemůžeme beze zbytku poznat.

Sokratés

 Tak vidíš, Hippokrate, teď jsi na to přišel sám. A říkáš to velice správně, lépe, než bych to dokázal já.

Hippokrates

 Hlava se mi z toho točí. Ted už vidím, že měl Theaitetos pravdu, když mi radil, abych se zabýval matematikou, mám-li touhu poznat něco pevného a naprosto pravdivého. A myslím, že už také tuším, co je hlavní předností matematiky. Jenže se bojím, že těch nejdůležitějších otázek jsme se ještě ani nedotkli.

Sokratés

 Jaké otázky máš na mysli?

Hippokrates

 Přišel jsem si pro radu, zda mám studovat u Theodora. Zatím jsem si ujasnil, čím se zabývá jeho věda a proč může být tak naprosto přesná a všeplatná. Také jsem pochopil, že matematik se liší od ostatních vědců tím, že vytváří nové pojmy a ty pak dál studuje. A že právě proto může nalézt ryzí pravdu o věcech, které vlastně nejsou - leda v jeho myšlenkách - ale jsou právě tím, co jimi sám rozumí. Budu-li studovat matematiku, poznám určitě takových nepopiratelných myšlenek a pravd celou řadu. Ale zatím mi není ani za mák jasné, k čemu je to všecko dobré.

Víš - každé dítě ti řekne, že má svůj smysl vědět něco o tom, co skutečně je. Osvojit si nějaké znalosti o hvězdách, o zvířatech nebo o rostlinách, to všecko může být k něčemu prospěšné nejen pro toho, koho to zajímá, ale pro všechny. Dozví-li se někdo něco víc nebo míň určitého o hvězdách, má z toho užitek, protože může - co já vím - v noci lépe nalézt cestu na moři. Ale k čemu jsou mi znalosti o tom, co vlastně vůbec není?

Sokratés

 Milý příteli, jsem přesvědčen, že na to umíš docela dobře odpovědět sám. Chceš mne jen zkoušet!

Hippokrates

 U samého Herakla ti přísahám, že nemám ani nejmenší tušení, co by se na to dalo říci!

Sokratés

 Tak se pokus odpovědět na tuto otázku: Shodli jsme se na tom, že se matematik zabývá pojmy, které sám vytvořil. To ovšem neznamená, že by své pojmy vytvářel jen podle vlastního rozmaru a okamžité nálady.

Hippokrates

 Proč ne? Srovnávali jsme přece matematiku s literaturou a viděli jsme, že si matematika vytváří své pojmy stejně svobodně jako básník osoby ve svých hrách. Právě tak jako básník připisuje svým postavám různé charaktery a vlastnosti, určuje matematik vlastnosti svých nových pojmů.

Sokratés

 Kdyby to tak, Hippokrate, opravdu bylo, pak by existovalo tolik druhů matematiky, kolik je na světě matematiků. Jestliže by si vytvářel každý matematik pojmy jen podle své vlastní libovůle, byla by to pouze veliká náhoda, že by se pak všichni zabývali týmiž pojmy a problémy. Pak by bylo sotva možné, aby byli matematikové ve svých názorech tak jednotní. A oni jsou: Mluví-li o číslech, mluví všichni o stejných číslech. Rozmlouvají-li o přímkách, kruzích, čtvercích, koulích nebo o pravidelných obrazcích, znamená to pro ně vždycky totéž!

Hippokrates

 Nedá se to vysvětlit třeba tím, že všichni lidé myslí stejným způsobem, takže si stejné věci představují stejně?

Sokratés

 Drahý Hippokrate, uspokojivou odpověď nedostaneme dřív, dokud náš problém neprozkoumáme ze všech stran.

Uvaž ještě tohle: Jak myslíš, že by se například dalo vysvětlit, že matematikové, kteří nabyli vzdělání v různých školách, nikdy se neviděli a ani o sobě nevědí - jeden může žít třeba v Tarentu a druhý na Samu - objeví totéž? A že naopak žádní dva básníci, kteří se neznají a navzájem o sobě nic nevědí, nenapíšou nikdy - ani o téže věci - stejnou báseň?

Hippokrates

 Nevím. To nedokážu vysvětlit. Ale něco na tom bude. Theaitetos o tom hovořil také. Objevil jednu velmi zajímavou věc, pokud si dobře vzpomínám, šlo o nějaké nesouměřitelné veličiny. Zašel s tím za Theodorem a ten mu ukázal dopis od Archyta z Tarentu, který psal o stejném objevu, takřka slovo od slova stejně. Ale že by dva různí básníci napsali stejnou báseň, to jsem opravdu ještě nikdy neslyšel.

Sokratés

 V poezii to prostě není možné, přestože básníci cítí podobně nebo dokonce stejně.

Stojíme tak vlastně před dalším problémem: Jak je možné, že se mohou matematikové shodnout na tom - dokonce právě a pouze na tom - co je pravdivé? Zatímco jedná-li se například o politiku, třeba o to, která forma státu je nejlepší, neshodují se s námi nejen Peršané, ale dokonce ani Sparťané. A ke všemu nejsme schopni se dohodnout ani v Athénách.

Hippokrates

 Ale na to je přece jednoduchá odpověď, Sokrate. Pokud jde o politiku, vede k neshodám něco jiného než touha po pravdě. Ve hře jsou přece i osobní zájmy lidí a ty pohánějí jednoho proti druhému. V matematice se něco takového stát nemůže. Matematika má jediný jasný cíl: dobrat se pravdy.

Sokratés

 Chceš tím říci, Hippokrate, že se matematikové snaží nalézt takovou pravdu, která je na nich nezávislá?

Hippokrates

 Ano.

Sokratés

 Pak ale musíme opravit tvrzení, že matematikové své pojmy vymýšlejí a musíme připustit, že matematické pojmy přece jen nezávisle existují. Nezdá se ti, že bychom to celé měli probrat ještě jednou?

Hippokrates

 Nejspíš ano, ale odkud a jak?

Sokratés

 Máš-li ještě trochu trpělivosti, třeba od téhle otázky: Jestlipak víš, co má společného mořeplavec, který objeví nějaký neznámý ostrov, s malířem, který namíchá nějaký nový barevný odstín?

Hippokrates

 Myslím, že oba obohatí lidstvo o něco nového.

Sokratés

 A v čem myslíš, že je mezi nimi rozdíl?

Hippokrates

 Řekl bych, že mořeplavec je spíš objevitel, protože objevuje ostrov, který už dávno předtím byl, jenomže o něm nikdo nevěděl. A tomu malíři by se mělo možná raději říkat vynálezce, protože vynalézá něco - novou barvu - o čem předtím sice také nikdo nevěděl, ale to proto, že to vůbec nebylo.

Sokratés

 Tos' nemohl říci lépe! A jak je to u našeho problému: když matematik dojde k nějaké nové pravdě, objeví ji, nebo vynalezne?

Hippokrates

 To je složitější. Podle toho, co mi říkal Theaitetos o výzkumech, na kterých spolupracoval s Theodorem, myslím, že matematikové mají bliž k objevitelům. Ačkoli - řekl bych, že mají i dost společného s vynalézáním. - Ne, spíš jsou to přece jen objevitelé. Připomínají mořeplavce: vyplouvají na neznámé moře myšlenek a objevují jeho nové břehy, ostrovy a hloubky nebo úskalí.

Sokratés

 To zní hezky a máš v tom pravdu. Jenže mně se, Hippokrate, zdá, že matematikové jsou objeviteli i vynálezci zároveň. Naznačil jsi to také, ale nějak jsi od toho srovnání s vynálezci rychle utekl. Co jsi tím chtěl říci?

Hippokrates

 To, k čemu jsi mne právě před chvílí dovedl: že si matematik tvoří své pojmy sám, a teprve pak že je zkoumá. Pokud matematik nějaký nový pojem vytváří, postupuje stejně jako nějaký vynálezce. A jestliže takový pojem, který vytvořil on sám nebo někdo jiný, také zkoumá a své poznatky o něm vyslovuje třeba ve větách, teorémech, v řeči společné všem matematikům, a jestliže svá tvrzení dokáže, pak vykonává totéž, co dělá objevitel.

Podle toho, co mi řekl Theaitetos, hraje objevení matematické věty v práci matematiků mnohem důležitější roli než vynalezení nového pojmu. Protože vynalezení a zavedení třeba i velmi jednoduchých základních pojmů - jako je třeba číslo a jeho dělitelnost - může vést k velmi složitým a obtížně řešitelným problémům.

Sokratés

 Vidím, Hippokrate, že ses toho už od Theaiteta hodně naučil a že máš jasno dokonce i v tom, proč je matematik víc objevitelem než vynálezcem. Vynálezcem je jen do takové míry, do jaké jím musí být každý objevitel. Chce-li mořeplavec vyplout na nikým neprozkoumané moře, musí být i vynálezcem, musí si postavit loď, která by byla pevnější než lodi těch, kdo se plavili před ním. Nepřipadá ti, že se nové matematické pojmy podobají novým lodím, které vezou svého kapitána na objevitelských cestách rozbouřeným mořem rychleji a bezpečněji než všechny jeho předchůdce?

Hippokrates

 Především si, Sokrate, myslím, že ani v Athénách, ani v celém Řecku nežije člověk, který by ovládal umění diskutovat lépe než ty. Vždycky, když shrnuješ, co jsem řekl, přinášíš do hry nové a nové myšlenky, které jsem snad tušil, ale které bych nikdy nedokázal tak přesně a jasně vyjádřit - tak, aby nás dováděly stále dál. Z toho, co říkáš, vyplývá zcela jasně, že cílem každého matematika je odhalovat tajemství oceánu lidského myšlení, tajemství sice nezávislé na něm samém, ale nikoli nezávislé na myšlení lidí. Ačkoli může matematik definovat pojmy zcela libovolně, je ta libovůle jenom zdánlivá. Konečně i mořeplavec, který se plaví za svými objevy, má svobodu. Může si postavit loď, jak se mu zrovna zachce. Ale nebude určitě tak hloupý, aby vyplouval s člunem, který se mu v první bouři roztříští. Postaví si loď tak, aby s ní mohl dosáhnout cíle své cesty. Z toho srovnání také jasně vyplývá, proč se všichni matematikové shodují na stejných principech, nebo alespoň ti, kteří žijí ve stejné době a mají stejné vzdělání. Je to podobné, jako když si námořníci vyměňují své zkušenosti a všichni se přitom plaví na stejně osvědčeném typu lodi.

Myslím, že už to teď konečně všechno začínám chápat.

Sokratés

 Takže ti je jistě také jasné, co je to matematika. Pokus se to teď říci znovu!

Hippokrates

 Zkusím to, ale určitě z toho zase vyplyne, že zatím znám jen střípek celé pravdy.

Sokratés

 Jen začni, a odvážně jako mořeplavec!

Hippokrates

 Jak jsem teď poznal, nevyjadřovali jsme se předtím právě přesně, když jsme tvrdili, že se matematikové zabývají věcmi, které ve skutečnosti nejsou. V tom směru tady přece jenom něco existuje. Ale ne tak jako kameny nebo stromy. Nemůžeme to vidět, ani si na to sáhnout. Můžeme to vnímat jen v myšlenkách. Ale přesto to je.

Přemýšlíme-li o tom, přemýšlíme o tomtéž jako všichni, kdo se zabývají matematikou. Takže se zdá, že to, čím se matematika zabývá, existuje zcela nezávisle na lidech a na jejich myšlenkách. Jako by tu byl ještě nějaký jiný svět než ten náš obyčejný - svět matematiky, svět, ve kterém je matematik odvážným mořeplavcem, který se nebojí ani překážek, ani nebezpečí.

Sokratés

 Tvé nadšení mne strhává, Hippokrate. Ale obávám se, že jsi ve svém výkladu přeskočil jeden nebo dva schody.

Hippokrates

 Které?

Sokratés

 Zdá se mi, že stále uhýbáš od odpovědi na otázku, co je to matematika. A také jsme ještě v celé šíři neřekli, jaký má význam, smysl a cíl - v tom nedohledném oceánu lidských myšlenek...

Hippokrates

 Máš samozřejmě zase pravdu.

Už bych se málem spokojil s tím, že matematika poskytuje nezvratné znalosti o ryzí pravdě a že kdybych se věnoval jejímu studiu, měl bych na dosah i ten krásný pocit, který bych ničím jiným nezískal: pocit, že existuje něco, v čem není sebemenšího místa pro pochybnost. Když jsem před chvilkou říkal, že svět matematiky není takový jako kameny a stromy, že je vlastně nezávislý na lidech, cítil jsem takovou opojnou jistotu. Ani mi nepřišlo, že by bylo nutné se ptát, k čemu to celé je! Nezdá se ti, že bychom tyhle problémy vyřešili mnohem rychleji, kdybys mne už konečně přestal trápit a řekl to všechno sám?

Sokratés

 I kdybych na to uměl odpovědět, neudělal bych to, protože bys z toho nic neměl. Kdyby ti někdo tenhle problém vyřešil, šlo by ti to jedním uchem tam a druhým ven. To, co se lidé dozvědí bez námahy, to má pro ně jen pramalou cenu. Je to stejné, jako když zaléváš květiny. Žádná květina nemůže žít bez vody, ale zaléváš-li jen její listy, moc jí to nepomůže. Voda se vypaří a zmizí. Květina může růst jedině tehdy, prolne-li voda k jejím kořenům.

Hippokrates

 Tak mi aspoň pomoz.

Sokratés

 Nechceme-li se v našem rozhovoru úplně ztratit, měli bychom znovu navázat nit tam, kde zatím končí.

Hippokrates

 Doufám, že to není na samém začátku.

Sokratés

 Ne. Myslím, že je to v těch místech, kde jsme říkali, že matematik nepočítá jenom ovce a lodi, ale že se zabývá čísly samotnými, že se nezajímá jen o tvary nádob a předmětů, ale o tvary jako takové. Dávej teď dobrý pozor: můžeme to, co se matematikové dozvědí o číslech, co se dozvědí nezávisle na jakémkoli jiném předmětu, upotřebit například u ovcí?

Hippokrates

 Nevím, jak to myslíš.

Sokratés

 Jestliže matematik zjistí, že třeba číslo sedmnáct je prvočíslo, neznamená to snad také, že sedmnáct živých ovcí nelze rozdělit mezi několik lidí tak, aby jich všichni dostali stejný počet - vyjma případu, kdy by bylo právě sedmnáct osob a každý by dostal jednu?

Hippokrates

 Ano!

Sokratés

 Takže: vlastnosti, které matematik objeví u čísel, se dají dobře využít i v běžném životě.

Hippokrates

 Vypadá to tak.

Sokratés

 A teď se podívejme, jako je to s geometrií. Architekt přece používá při rýsování plánů týchž geometrických pouček, k jakým došli matematikové. Rýsuje-li například pravý úhel, využívá při tom známé Pythagorovy věty.

Hippokrates

 To je pravda.

Sokratés

 A nepoužívají snad téže věty také zeměměřiči?

Hippokrates

 Používají.

Sokratés

 A jak je to se staviteli lodí - nebo s tesaři ?

Hippokrates

 Používají stejných nebo podobných pouček.

Sokratés

 A dělá-li hrnčíř kruh nebo počítá-li kapitán lodi, kolik obili se vejde do podpalubí, neužívá snad při tom matematiku?

Hippokrates

 To ano, ale já si myslím, že tihle lidé nepotřebují od matematiky nic víc, než co věděli už staří Egypťané. Z toho, co mi tak nadšeně vysvětloval Theaitetos, by tihle lidé asi moc neměli. Skoro bych se vsadil, že o něčem podobném ještě ani jeden z nich neslyšel.

Sokratés

 Tu sázku bys jistě vyhrál, ale musel bys ji uzavřít hned. Může přece přijít doba, kdy budou lidé potřebovat i všechny dnešní matematické objevy. To, co se nám dnes zdá jako šedá teorie, může být přece jednou úplně nepostradatelné.

Hippokrates

 Jednou! Toho se sotva dožijeme.

Sokratés

 Pak nejsi, Hippokrate, ani trochu důsledný. Chceš-li se stát matematikem, znamená to, že chceš pracovat pro budoucnost.

Hippokrates

 Jak to?

Sokratés

 Jen si vzpomeň na srovnání matematika s mořeplavcem, který vyplouvá na dalekou cestu, a zkus si představit, co se stane, objeví-li nějaký neznámý ostrov.

Hippokrates

 Už zase další pohádka... Až se z ostrova vrátí, bude vyprávět, kde ten ostrov leží, dá-li se tam žít, jsou-li tam prameny pitné vody a co tam roste. Dříve nebo později se najde dost dobrodruhů, kteří se přeplaví přes moře a zkusí na tom ostrově žít. Ty první možná moře pohltí, možná, že je rozsápou dravé šelmy, anebo se třeba sami navzájem povraždí. Ale dřív nebo později se ostrov osídli a vyroste na něm - co já vím - třeba město.

Sokratés

 Tak je to docela správně, příteli. Vidím, že to dobře chápeš. Ale přece, podívej: čím bude ten ostrov přístupnější, čím příhodnější bude mít zálivy pro budoucí přístavy, tím rychleji bude osídlen, nemyslíš ?

Hippokrates

 Samozřejmě.

Sokratés

 A jak je to s nejvzdálenějšími ostrovy, které mají místo břehů jen strmé skály? Myslíš, že je lidé neosídli, když zjistí, že by se na nich dobře dařilo obili a vínu?

Hippokrates

 Půjde to pomalu, ale jednou se tam lidé usadí také.

Sokratés

 Vidíš. Tak proč bychom měli předpokládat, že to bude s matematikou jiné?

Hippokrates

 Hm . . . Máš asi pravdu.

Sokratés

 Takže se můžeme od budoucnosti vrátit zpět. Co bys řekl na tohle: jak to přijde, že můžeme v běžném životě užívat poznatků ze světa matematiky, i když je to svět docela jiný, než svět ve kterém žijeme? Matematika - jak jsi sám řekl - se přece zabývá věcmi, které se nedají vidět, které existují jen v našich myšlenkách. Nezdá se ti to podivné?

Hippokrates

 Postavíš-li otázku takhle, pak ano. Dokonce bych řekl, že je to nejen podivné, ale přímo podezřelé.

Sokratés

 Věřím, že kdybychom tu věc probrali podrobněji, bylo by to naopak docela přirozené. A dalo by nám to odpověď na jeden prastarý problém.

Hippokrates

 Já už zase vůbec nic nechápu. Co bylo černé, je najednou bílé, a ke všemu s další hádankou!

Sokratés

 Tohle není hádanka: představ si, že nějaký člověk prošel mnoho cizích zemí, získal mnoho zkušeností a teď se vrací domů. A všem ve svém městě dokáže rozdávat moudré rady. Nezdá se ti to úžasné?

Hippokrates

 Vůbec ne. To je přece úplně normální.

Sokratés

 I v případě, že by v té daleké zemi žili jiní lidé, mluvili jinou řečí a vyznávali jiné bohy?

Hippokrates

 Co je na tom zvláštního? Lidé přece mají spoustu společných vlastností, i když mluví úplně jinými jazyky.

Sokratés

 Tak dávej ještě jednou pozor: Kdyby se ukázalo, že svět matematiky a svět, ve kterém žijeme, se navzájem podobají, divil by ses pak, že může být matematika skutečnému světu nějak užitečná?

Hippokrates

 Kdyby to bylo takhle, tak bych se nedivil. Ale pak mi, Sokrate, řekni, co mají ty dva světy společného!

Sokratés

 Ptáš se docela správně. Dosud jsme mluvili jen o rozdílech. Podívej se tamhle - přes Illys. Vidíš tu skálu na druhém břehu? Tam, jak se proud rozlévá do malého jezírka?

Hippokrates

 Vidím.

Sokratés

 A vidíš její odraz v hladině řeky?

Hippokrates

 Vidím.

Sokratés

 Tak mi řekni, v čem jsou ty dva pohledy různé, a v čem se shodují.

Hippokrates

 Skála je tvrdá a hrubá a právě teď je pěkně rozpálena sluncem. Mohl bych si na ni sáhnout a snadno bych se o tom přesvědčil. Její odraz ve vodě ale do ruky vzít nemohu. Kdybych stál teď tam, co vidím její okraje, mohl bych vzít do dlaně jen studenou vodu. Zrcadlový obraz je vlastně jen zdání, nic víc.

Sokratés

 To byly rozdíly. Ted ještě nějaké shody.

Hippokrates

 Odraz ve vodě je vlastně dost věrným obrazem skály. Několik maličkostí se na něm sice ztrácí, ale hlavní obrysy zůstávají stejné.

Sokratés

 Kdybys pozoroval jen odraz ve vodě a ne skálu samotnou, mohl bys pak třeba říci, jakým způsobem by se dalo na skálu šplhat?

Hippokrates

 To ano. - Už vím! Tím chceš říci, že svět matematiky není nic jiného než zrcadlový obraz světa, ve kterém žijeme?

Sokratés

 To neříkám já, to je tvůj názor!

Hippokrates

 Tak je to zase špatně?

Sokratés

 Ale ne. Vzpomeň si ještě jednou na to, jak vznikají matematické pojmy. Říkali jsme přece, že zabývá-li se matematik třeba čísly, nemysli na ovce, ani na lodi, ale na čísla sama o sobě, na čísla naprosto nezávislá na jiných předmětech. Myslíš ale, že by tak dokázal myslet, kdyby nikdy nespočítal věci, kterých se může dotknout, které skutečně existují?

Učíš-li dítě počítat, ukazuješ mu napřed, jak se počítají kamínky nebo hůlky. Teprve potom, když už dítě získá svou vlastní představu o počítání a bez rozpaků řekne, že dva kamínky a tři kamínky je dohromady pět kamínků, teprve pak mu můžeš vštípit do mysli, že dvě věci a tři věci bude dohromady vždycky pět věcí, a konečně, že dvě a tři je pět. A stejné je to i s geometrickými obrazci. Jenom takové dítě, které zná míče a jiné kulaté předměty, je schopno dojít k pojmu kulatosti a pochopit, co je to koule. Touhle cestou nevytvářejí své pojmy jen děti, stejným způsobem - i když složitějším, pomalu a postupně - vznikaly vlastně všechny základní pojmy matematiky. Matematické pojmy se tedy nevytvářely nezávisle na běžném světě. Pak ovšem není nijak nepochopitelné, ale dokonce velmi přirozené, že si s sebou nesou pečeť svého původu, tak jako se děti podobají svým rodičům.

A právě tak, jako je dospělý syn pro své rodiče pomocí, může být každé odvětví matematiky velkou pomocí k hlubšímu poznání světa, ve kterém žijeme.

Hippokrates

 Říkáš to tak krásně, že se skoro bojím znovu se ptát: jak je možné, že pravdy a poznatky, které se vztahují jen k myšlenkám a k neměnným pojmům, mohou být užitečné i v obyčejném a stále proměnlivém světě?

Sokratés

 To je otázka na správném místě, Hippokrate. Odpověď na ni není nijak jednoduchá. Pomůže nám k ní jedno srovnání: Mořeplavci a poutníci velmi dobře vědí, jak skvělým pomocníkem je jim mapa. Když je to dobrá mapa.

Hippokrates

 To vím dokonce z vlastní zkušenosti.

Sokratés

 Nezdá se ti, že je to trochu podobné jako s matematikou?

Hippokrates

 Otvíráš mi oči, Sokrate! To srovnání je docela jasné: Zabývat se matematikou, to vlastně znamená pozorovat skutečný svět v zrcadle myšlenek a srovnávat zrcadlový obraz světa s vlastními zkušenostmi. Matematika je tak vlastně něco jako mapa skutečného světa. Už je mi to docela jasné!

Sokratés

 To ti tedy závidím, protože mně, obyčejnému člověku, to tak úplně jasné není. Doufám, že mi s tím pomůžeš.

Hippokrates

 Samozřejmě a rád, alespoň v něčem ti budu platný. Jenže ty už se zase lišácky usmíváš!

Sokratés

 Můj milý Hippokrate, zabýváš-li se tak složitými a zásadními otázkami, musíš dávat mimořádně dobrý pozor, aby se ti z očí neztratil cíl. Vždyť už zase pro stromy nevidíš les... Chceš přece vědět, má-li smysl zkoumat svět matematiky, a jestliže ano, pak jaký to má smysl. Zdá se mi, že od téhle otázky stále odbíháme.

Hippokrates

 Vůbec ne! Na to jsme přece úplně dostatečně odpověděli, když jsme řekli, že ve světě matematiky můžeme získat naprosto přesné a nezvratné znalosti. Tenkrát jsme sice hned neřekli, jsou-li takové poznatky také vůbec k něčemu dobré – když už jsou například schopny uspokojovat touhu po poznání a dělat radost – ale pak jsme přece jen našli docela dobré východisko: to, co se můžeme ve světě matematiky dozvědět, může být hned nebo v budoucnu využito, protože svět matematiky není nic jiného, než odraz skutečného světa v našem myšlení. Objevíme-li tedy v tomhle zrcadle něco nového, pomůže nám to třeba poznat něco, co jsme ještě ve světě skutečných věcí neznali. Taková odpověď ti nestačí?

Sokratés

 Upřímně řečeno - nestačí. Čímž tě ovšem nechci dráždit, ale jen upozornit, že na nedostatečnost svých slov přijdeš brzy sám. Kdybych ti to neřekl hned, jistě bys mi to pak vyčítal, takže se nehněvej a měj ještě chvilinku strpení.

Hippokrates

 Samozřejmě. Poslouchám.

Sokratés

 Začni tedy u toho, jaký smysl má zkoumat obraz v zrcadle, když můžeme vidět zkoumaný předmět i přímo.

Hippokrates

 Ty jsi ale kouzelník, Sokrate! Několika slovy zboříš všechno, co jsme s takovou námahou vymysleli! Na takovou otázku by se samozřejmě muselo odpovědět, že pozorovat zrcadlový obraz toho, co můžeme vidět přímo, nemá vůbec žádný smysl! Přímé zkoumání je přece daleko snadnější! Ale jak tě znám, určitě v tom bude zase nějaký háček.

Sokratés

 Snad ho společně objevíme. Mám dojem, že nás to srovnání trochu zmátlo. Každé srovnání je něco jako lávka - očekává-li se od něho moc, může lehce selhat.

Hippokrates

 Takže si budeme myslet, že jsme to zrcadlo rozbili. Ale vymyslet náhradu nebude asi jen tak...

Sokratés

 Náhradou je otázka a klást otázky je přece velmi jednoduché. Je to jediné umění, ve kterém mám trochu zkušeností.

Co bys řekl na tohle: Jaký smysl by mělo, kdyby se podle věcí běžného světa vytvářely zcela určité a přesné obecné pojmy a ty by se pak užívaly tak dlouho, až by se zapomnělo na jejich původ. Jako by jejich původní předlohy už ani nebyly. Bylo by pak možné dovědět se prostřednictvím těchto pojmů o skutečných věcech něco podstatného? A pokud ano, mohlo by to mít nějaký hlubší smysl?

Hippokrates

 Na to jsme už přece jednou odpovídali. Tímhle postupem se dají poměrně snadno získat znalosti o spoustě věcí, které jsou v nějakých ohledech podobné, a přitom se vůbec nemusí zkoumat každá ta věc zvlášť. Tvrdíme-li například něco o číslech, pak to můžeme tvrdit i o věcech, kterých je právě tolik. Když přijdeme na nějakou novou vlastnost kruhu, bude platit pro všechny předměty, které mají jeho tvar. Matematické pojmy tedy obsahují něco, co je mnoha předmětům společné, a současně neberou ohled na nějaké nepodstatné rozdíly. Řekl bych, že to má spoustu výhod, protože každý takový matematický pojem je mnohem jasnější a jednodušší než jakákoli skutečná věc.

Možná, že je to trochu podobné tomu srovnání s mapou: Pomocí ní se ve světě neztratíme právě proto, že obsahuje pouze ty nejdůležitější věci. Jediným pohledem se v ní dají přehlédnout vzdálenosti, k jejichž vyměření bylo zapotřebí mnoha měsíců nebo dokonce let. Dalo by se říci, že mapu potřebujeme tehdy, když chceme něco nového poznat. Samozřejmě, mapy se musí střídat podle účelů, k jakým mají sloužit. Když se chci vydat na velkou cestu, potřebuji k tomu nejen mapu, která celou tu pouť obsáhne, ale také podrobnější mapky krajiny a plány měst, kterými budu procházet. Myslím, že něco podobného platí i o matematice, má-li sloužit k poznávání skutečného světa.

Sokratés

 To jsi řekl docela správně, Hippokrate. Mně už by se to asi tak pěkně nepodařilo. Ale nemyslíš, že je to také tak, jako by ses díval z vrcholu kopce na nějaké město? Shora budeš mít přehled, na jaký by ses z labyrintu uliček nikdy nezmohl.

Hippokrates

 Ano! Vojevůdce, který pozoruje postup nepřátelských vojsk z vrcholu hory, má přece mnohem lepší přehled než první řady bojujících vojáků. Ti vidí jen to, co jim stojí v cestě.

Sokratés

 Tím přirovnáním jsi mne, Hippokrate, překonal. Ale dalo by se to říci ještě jinak. Nedávno jsem byl u Aristofana, syna starého Aglaofóna, podívat se na jeho obrazy. Říkal mi: nedívej se na obraz tak zblízka, potom vidíš jen samé barevné skvrny, a ne celé dílo!

Hippokrates

 Myslím, že už bychom mohli v našem rozhovoru zase něco shrnout, ne? Slunce pomalu zapadá a mně z toho dlouhého povídání pořádně vyschlo v krku.

Sokratés

 Nejenom tobě. Pomalu půjdeme...

Hippokrates

 Mohu se tě po cestě něco zeptat?

Sokratés

 Jen se ptej, aspoň nám to rychleji uběhne.

Hippokrates

 Po tomhle rozhovoru je mi jasné, že bych sotva mohl udělat něco moudřejšího, než se zapsat u Theodora a začít studovat matematiku. A za to poznání jsem ti, Sokrate, velice vděčný. Pře- svědčil jsi mne, že to, co hledám, mohu nalézt právě a pouze v matematice. Ukázal jsi mi její podstatu mnohem jasněji, než sám Theaitetos - a to je mistr na slovo vzatý.

Sokratés

 Ale...

Hippokrates

 Jak to potom přijde, že ty sám matematiku ani nestuduješ, ani se jí nezabýváš? - Aspoň o tom nic nevím. Uvážím-li, co všechno jsi mi o ní řekl, připadá mi, že jsi schopen právě tuto vědu přednášet lépe a s větším úspěchem než kdokoli jiný. Dovedl jsi mne k přesvědčení zvolit si matematiku za hlavní předmět studia, ale já mám přes to přese všecko dojem, že tím nejlepším učitelem bys byl pro mne ty.

Sokratés

 Ale Hippokrate, to přece není můj obor! Theodoros tomu všemu rozumí daleko lépe než já, lepšího učitele bys nenašel, kdybys sedmery boty prošlapal. Pokud tě opravdu zajímá, proč se nezabývám matematikou, to je ovšem něco jiného.

Nikdy jsem se netajil tím - a před tebou už vůbec ne - jak vysoce si matematiky cením. Myslím, že my, Řekové, si vlastně na žádném jiném umění nezakládáme tolik, jako právě na matematice. A přitom jsme teprve na začátku. Pokud se nepovraždíme v nějakých nesmyslných válkách, můžeme na poli matematiky udělat ještě mnoho užitečného. Ať už jako objevitelé, nebo vynálezci. Ptáš se mne, proč jsem nevstoupil do řad těch, kdo téhle krásné vědě věnují celý svůj život. Ale podíváš-li se na to podrobněji, shledáš, že už to vlastně dělám, jenže trochu jinak než ostatní.

Kdysi jsem se sám sebe ptal, z čeho vlastně matematikové svá moudrá poznání čerpají. A už jako malý chlapec jsem si odpověděl, že klíč k jejich úspěchům tkví ve způsobu myšlení, ve snaze o nejvyšší správnost a čistotu úvah, ve snaze poznat pravdu bez jakýchkoli mezer a výjimek, ve snaze vycházet z pevných, jasných a bezrozporných základů, které nepřipouštějí ani různý, ani třeba jen nedostatečný výklad. Samozřejmě, že jsem se pak sám sebe ptal, zda by se pravidla, jakých se užívá při studiu čísel a obrazců, nedala použít i mimo matematiku, zda by nestálo za to, pokusit se přesvědčit lidi, aby měli na vlastní myšlení stejné nároky jako matematikové, aby podobná přesnost myšlení ovládla i filozofii, politiku a vůbec běžný život. Vidíš, a to je to, o co se od té doby snažím. Pokoušel jsem se lidem ukázat - jistě si vzpomínáš, bylo to také při našem rozhovoru s Protagorem - do jaké míry jsou nevědomí a na jak nejistých základech staví své úvahy jen proto, že vycházejí z pojmů, které jsou podle matematických měřítek nepřesné, nejasné a mlhavé.

Mnozí mne proto nemají rádi. Pro ty, kdo užívají nepřesných pojmů, aby zakryli své prohnilé myšlení - sám vím, že je takových lidí stále ještě dost - pro ty jsem jen žijící výčitkou svědomí. Lidé nikdy nemají rádi, když jim někdo připomíná jejich lenost a neschopnost. Vím, že proti mně jednou povstanou a zabijí mne. Ale do té doby ve svém boji neustanu.

A teď už běž za Theodorem!

konec citátu z knihy

## https://ucnmuni-my.sharepoint.com/:w:/g/personal/384\_muni\_cz/EViWs4xVfklMrbgGlQ6j88gBTjWpY6me\_sjcIZomxpIg9w?e=1jZUJR