

IMAk02 Základy algebry – Úlohy k procvičení

1. Jsou dány množiny $A = \{a, b, c, d\}$ a $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Rozhodněte a zdůvodněte, zda následující binární relace z množiny A do množiny B jsou zobrazení. Pokud ano, určete přesně typ zobrazení:

- a) $R_1 = \{[b, 1], [c, 2], [d, 3]\}$,
 b) $R_2 = \{[a, 1], [b, 2], [a, 3]\}$,
 c) $R_3 = \{[a, 1], [b, 3], [c, 2], [d, 4]\}$,
 d) $R_4 = \{[a, 1], [b, 1], [c, 1], [d, 1]\}$.

2. Rozhodněte a zdůvodněte, která z následujících množin je ekvivalentní s množinou všech přirozených čísel N . Které z uvedených množin jsou nekonečné?

$$A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\}, B = \{7, 6, 4, a, x\}, D = \{x \in N : x = 5^n \wedge n \in N\}.$$

3. Zjistěte, které z vlastností ND, A, K, EN, EI, ZR mají operace $*$, \circ , Δ definované v množině $M = \{a, b, c\}$:

*	a	b	c
a	b	a	c
b	a	b	c
c	c	c	b

\circ	a	b	c
a	c	c	c
b	c	c	c
c	c	c	c

Δ	a	b	c
a	c		a
b		c	b
c	a	b	c

Dále určete neutrální a agresivní prvky, pokud existují. Stanovte přesně typ každé algebraické struktury, kterou množina M spolu s jednotlivými operacemi tvoří.

4. Rozhodněte a zdůvodněte, které z vlastností ND, A, K, EN, EI, ZR mají následující operace (C je množina všech celých čísel):

- a) $\circ = \{[x, y, z] \in N^3 : z = x + 2y\}$ neboli $x \circ y = x + 2y$,
 b) $*$ = $\{[x, y, z] \in C^3 : z = x + y + 1\}$ neboli $x * y = x + y + 1$.

5. Určete přesně typ algebraických struktur s jednou operací (Q je množina všech racionálních čísel, Q_0^+ je množina všech nezáporných racionálních čísel):

$$(N, +), (N, \cdot), (N, -), (Q_0^+, +), (Q_0^+, \cdot), (Q - \{0\}, +), (Q - \{0\}, \cdot).$$

6. Určete přesně typ algebraických struktur se dvěma operacemi:

$$(N, +, \cdot), (Q_0^+, +, \cdot), (Q - \{0\}, +, \cdot).$$

7. Je dána množina $M = \{a, b\}$. Určete přesně typ algebraických struktur

$$(\mathcal{P}(M), \cup), (\mathcal{P}(M), \cap), (\mathcal{P}(M), -), (\mathcal{P}(M), \Delta), (\mathcal{P}(M), \cup, \cap), (\mathcal{P}(M), \cap, \cup),$$

kde $\mathcal{P}(M)$ je potenční system množiny M . Platí uvedené závěry i pro všechny množiny M , které mají nejméně dva prvky?