

Geometrie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ

IMAk09 Didaktika matematiky 2

Konzultace 19. 3. 2021

Růžena Blažková

Obvod obdélníku, obvod čtverce

- Motivace: co je obvod geometrického útvaru, kde se s ním setkáme v praxi?
- Co je obvod geometrického útvaru?
- Obvod geometrického útvaru je nezáporné reálné číslo, které udává délku jeho hranice.
- Pozor! Nezaměňovat pojmy hranice geometrického útvaru – množina bodů (např. ohrádka, „to, co je okolo“, ...) a velikost této hranice - obvod geometrického útvaru jako číslo. Píšeme např. $o = 28 \text{ cm}$.

Možné přístupy k výuce

- 1. Vyvození vztahů samotnými žáky.
- Žáci dostanou různé obdélníky délkou stran v centimetrech (např.
 - 3 cm 6 cm
 - 4 cm 5 cm
 - 2 cm 7 cm
 - 5 cm 8 cm
- Dále dostanou papírové měřítko (nebo jiné měřidlo, např. pravítko s měřítkem).

Postup

- Úkol:
- Kdyby váš obdélník byl např. zahrada, kolik metrů plotu byste potřebovali k oplocení ?
- Kdyby váš obdélník byl pokoj, kolik metrů lišty byste potřebovali k olištování ?

- Změřte si, co potřebujete (délky stran) a určete obvod obdélníku.

Přístupy žáků

- Někteří žáci sečtou délky všech čtyř stran:
 - $o = 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$
 - $o = a + b + a + b$
- Někteří žáci si všimnou, že protější strany mají stejnou délku, každá strana je dvakrát:
 - $o = 2 \cdot 3 \text{ cm} + 2 \cdot 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$
 - $o = 2a + 2b$
- Někteří žáci uvidí součet delší strany a kratší strany a vidí, že je dvakrát:
 - $o = (3 \text{ cm} + 6 \text{ cm}) \cdot 2 = 18 \text{ cm}$
 - $o = (a + b) \cdot 2 = 2(a + b)$
 - *Poznámka: psaní jednotek ve výpočtech*

Možné přístupy k výuce

2. Využijeme umístění obdélníku do čtvercové sítě, barevně vyznačíme strany a počítáme počet délkových jednotek.

3. Nakreslíme na tabuli obdélník, napíšeme „vzoreček“ a požadujeme, aby si žáci vzoreček zapamatovali.

4. Všechny vzorečky na výpočet známých geometrických útvarů zapíšeme do přehledné tabulky, vyžadujeme zapamatování.

Obvod čtverce

- Žáci obdrží čtverce s délkou stran v centimetrech:
 - 4 cm
 - 5 cm
 - 6 cm
 - 3 cm
 - Mají určit délku hranice – obvod čtverce
-
- $o = 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$
 - $o = a + a + a + a$
-
- $o = 4 \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$
 - $o = 4 a$

Příklady k procvičení - náměty

- Obvod třídy
- Obvod pokoje
- Zahrada má tvar obdélníku, délka je 65m, šířka je 25 m. Kolik metrů pletiva je potřeba k jejímu oplocení?
- Sportovní stadion má rozměry: šířka 50 m, délka 90 m. Kolik metrů uběhneš, když jej oběhneš kolem dokola.
- Náměstí tvaru obdélníku
- Náměstí tvaru čtverce

Příklady

- Obvod obdélníku je 68 m. Délka je o 12 metrů větší než šířka. Jaké jsou délky stran tohoto obdélníku?
- Obdélník má obvod 24 cm (48 cm). Jaké mohou být délky jeho stran (v celých centimetrech)?
- Čtverec a rovnostranný trojúhelník mají stejný obvod 72 cm. O kolik cm je strana trojúhelníku delší než strana čtverce?
- Obvod čtverce je 48 cm. Rovnoramenný trojúhelník má základnu stejně dlouhou, jako je strana čtverce a délka ramene trojúhelníku je o 5 cm delší než je délka základny. Jaký je obvod trojúhelníku?

Příklady

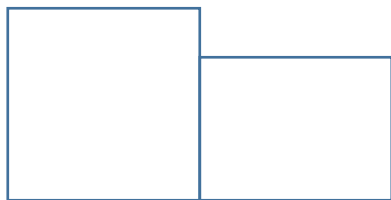
- Jak se změní obvod čtverce, když délku jeho strany zvětšíme dvakrát?
- Jak se změní obvod obdélníku, když jeho délku o 5 cm zmenšíme a jeho šířku o 5 cm zvětšíme?
- Jak se změní obvod obdélníku, když každou jeho stranu třikrát zvětšíme?

Obsah obdélníku

- Motivace – kdy potřebujeme určit obsah obdélníku? Vymyslete alespoň 5 možných situací.
- Co je obsah geometrického útvaru?
- Obsah geometrického útvaru je nezáporné reálné číslo, které udává, kolika čtverečnými jednotkami můžeme útvar pokrýt.
- Obsah obdélníku – počet čtverečných jednotek
- Nezaměňujme pojmy obdélník jako množina bodů a jeho obsah jako číslo!

Vlastnosti obsahu pravoúhelníků

1. Obsah pravoúhelníku je nezáporné reálné číslo.
2. Každé dva pravoúhelníky, které jsou shodné, mají obsahy sobě rovné (obrácená věta neplatí).
3. Obsah geometrického útvaru, který je vytvořen sjednocením dvou pravoúhelníků, které nemají společný vnitřní bod, je roven součtu obsahů těchto pravoúhelníků.



4. Existuje alespoň jeden čtverec, jehož obsah je roven 1.

Možné přístupy k výuce

1. Využijeme obdélníků, které měli žáci při určování obvodu obdélníku. Žáci dále dostanou čtverce o obsahu 1 cm.

Úkol: pokryjte obdélník čtverečky o obsahu 1 cm čtverečný. Kolik čtverečků použijete?

Podle použitých obdélníků mají děti příslušný počet řádků a sloupců čtverečků, např.

3 řádky, 6 sloupců

4 řádky, 5 sloupců

2 řádky, 7 sloupců

5 řádků, 8 sloupců

Výsledek činnosti zobecníme: $S = a \cdot b$

Možné přístupy k výuce

2. Využijeme čtvercové sítě a počítáme, kolik čtverců sítě vyplní obdélník.

3. Nakreslíme obdélník, zapíšeme vzorec $S = a \cdot b$. V tomto případě se vytvoří nesprávná představa obsahu obdélníku – součin délek stran jako součin úseček (strana krát strana), nikoliv jako počet řádků a počet sloupců čtverečných jednotek.

Správným přístupem k vyvození pojmů obvod a obsah obdélníku můžeme přispět k tomu, aby si děti pojmy i vzorce neplety.

Zpočátku používáme případy, kdy jsou strany pravoúhelníku celočíselným násobkem jednotky délky, avšak můžeme poukázat na případy, kdy tomu tak není.

Obsah čtverce

- Přístup je analogický vyvození obsahu obdélníku. Děti použijí čtverce z předcházejících aktivit, pokládají čtverečné jednotky a na základě vlastních činností si vyvodí vztah pro obsah čtverce:

$$S = a \cdot a$$

Jednotky obsahu

- Náročné učivo
- Vytvoření představy jednotek obsahu
- Názor
- Základní jednotkou obsahu je m^2 .
- Díly: dm^2 , cm^2 , mm^2
- Násobky: ar , ha , km^2
- Převodní vztahy
- Mřížka k převádění jednotek obsahu

Příklady

- **1. Obvod čtverce je 28 cm. Jaký je jeho obsah?**
- **2. Je možné rozdělit čtverec, který má obsah 36 cm^2 na čtyři stejné čtverce? Jakou délku strany má jeden tento nový čtverec?**
- **3. Obdélník má obsah 48 cm^2 . Jaké mohou být délky jeho stran (v celých centimetrech)? Který z obdélníků má nejmenší obvod?**

Příklady, aktivity

- 4. Zjistěte rozměry hřišť na různé sporty (kopaná, hokej, házená, florbal, tenis, také plavecký bazén, aj.) a vypočítejte jejich obvod a obsah.
- 5. Kolik metrů čtverečných mají místnosti v našem bytě? Jaká je rozloha celého bytu?
- 6. Čtverec má stranu dlouhou 12 cm. Obdélník má délku dvakrát větší, než je strana čtverce, šířku dvakrát menší, než je strana čtverce. Jaká je obsah obdélníku? Jaký je obsah čtverce?

Konstrukce pravoúhelníků

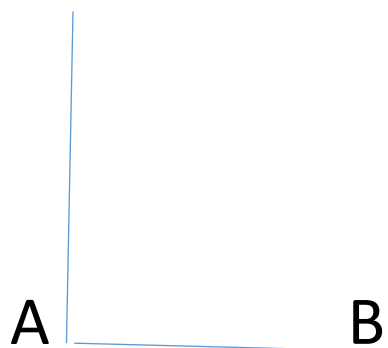
Konstrukce obdélníku, čtverce – jsou dány délky stran (např. $a = 4 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$)

Využíváme vlastností stran obdélníku:

Protější strany jsou rovnoběžné

Sousední strany jsou na sebe kolmé

Protější strany jsou shodné



Další konstrukční úlohy

- Je dána přímka p a bod D , který neleží na přímce p . Narýsujte čtverec $ABCD$ tak, aby strana AB ležela na přímce p .
- Je dána přímka p , na přímce p je dán bod K a mimo přímku bod M . Sestrojte obdélník $KLMN$ tak, aby strana KL ležela na přímce p . Jak je třeba volit bod M , aby bylo možné obdélník sestrojít?
- Jsou dány dvě různoběžné přímky a , b a bod C , který neleží na žádné z přímek. Narýsujte obdélník $ABCD$ tak, aby strana AB ležela na přímce a a bod D byl bodem přímky b .

+C

Příklady

- Je dán obdélník ABCD. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABE se základnou BE tak, aby bod E ležel na straně DC.
- Jsou dány dvě různoběžné přímky p , s . Na přímce p je dán bod B. Narýsujte obdélník ABCD tak, aby jeho vrcholy A a C ležely na přímce s .
- Jsou dány dvě různoběžné přímky a , b , jejich průsečík označte P. Na každé z polopřímek s počátkem P zvolte postupně body K, L, M, N. Narýsujte úsečky KL, LM, MN, NK a sestrojte jejich středy. Středy úseček označte postupně A, B, C, D. Narýsujte čtyřúhelník ABCD. Co o tomto čtyřúhelníku můžeme říci? Co v případě, že přímky budou na sebe kolmé? Co v případě, že body K, L, M, N budou mít od počátku stejnou vzdálenost? Zdůvodněte.

Příklady

- Jsou dány dvě různoběžné přímky a , b , jejich průsečík označte P . Na každé z polopřímek s počátkem P zvolte postupně body K , L , M , N a narýsujte čtyřúhelník $KLMN$. Sestrojte středy úseček PL , PM , PN , PK . Označte je postupně A , B , C , D . Narýsujte čtyřúhelník $ABCD$. Co o tomto čtyřúhelníku můžeme říci? Co v případě, že přímky budou na sebe kolmé? Co v případě, že body K , L , M , N budou mít od počátku stejnou vzdálenost? Zdůvodněte.

Kružnice, kruh

- Motivace – kde se setkáváme s kružnicí, kde se setkáváme s kruhem
- Pozor – rozdíl mezi kružnicí a kruhem!
- K zavedení těchto pojmů můžeme využít aktivity žáků:
- Obkreslování mincí, kruhů – ukázat – čára je kružnice, vybarvit – kruh
- Zapíchnout kolík a provázkem, vyznačit kruh
- Zvolit bod S a rýsovat úsečky SA , SB , SC , ... tak, aby byly všechny shodné - aby měly stejnou délku

Kružnice, kruh

- Na základě aktivit můžeme přiblížit tyto geometrické útvary – vytvořit představu v duchu správných definic.
- Definice – s využitím shodnosti
- Je dána úsečka AB a bod S . Kružnice k je množina všech bodů X v rovině, pro které platí $SX \cong AB$.
- Je dána úsečka AB a bod S . Kruh K je množina všech bodů X v rovině, pro které platí: bod X náleží úsečkám SX a $SX \cong AB$.

Kružnice, kruh

Definice pomocí vzdálenosti

Je dán bod S a reálné číslo $r > 0$. Kružnice k je množina všech bodů X v rovině, pro které platí, že jejich vzdálenost od bodu S je r .

Je dán bod S a reálné číslo $r > 0$. Kruh K je množina všech bodů X v rovině, pro které platí, že jejich vzdálenost od bodu S je menší nebo rovna r .

Pojmy - upevnění

- Vyznač body, které náležejí kružnici
 - Vyznač body, které náležejí kruhu
 - Vyznač body, které nenáležejí kružnici ani kruhu
 - Vyznač body, které náležejí kruhu, ale nenáležejí kružnici
-
- Jak můžete vyznačit kruhový záhon o průměru tři metry?
 - Jak byste snadno vystřihli kruh z papíru tvaru čverce?

Další pojmy

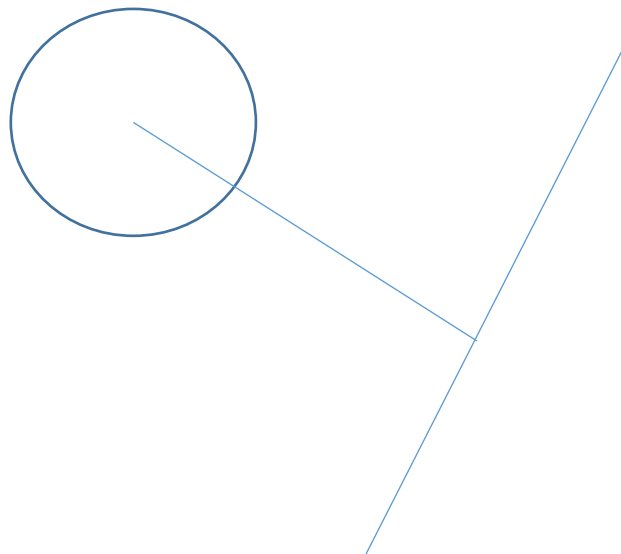
- **Oblouk** kružnice – Dva různé body kružnice (např. A, B) rozdělí kružnici na dva oblouky. Body A, B jsou krajní body oblouku. Oblouk, který uvažuji, vyznačím buď barevně nebo pomocí dalšího bodu oblouku.
- **Půlkružnice** – body, které vyznačují oblouk, leží na průměru. Oba oblouky jsou shodné.
- **Půlkruh** – společná část (průnik) kruhu a poloroviny, jejíž hraniční přímka prochází středem kruhu

Rýsování kružnic

- Libovolně, obrázky – zvládnutí techniky práce s kružítkem
- Kružnice s daným středem
- Kružnice s daným středem a daným poloměrem
- Kružnice s daným středem a procházející daným bodem

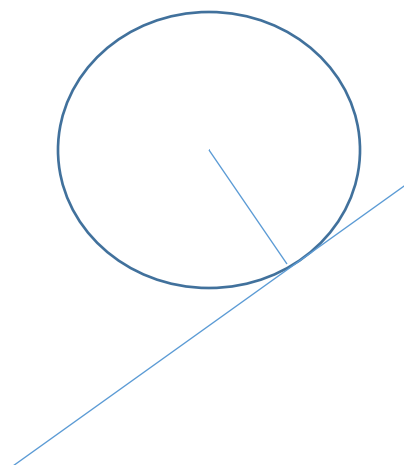
Vzájemná poloha kružnice a přímky

- Kružnice a přímka **nemají** společné body - vnější přímka kružnice



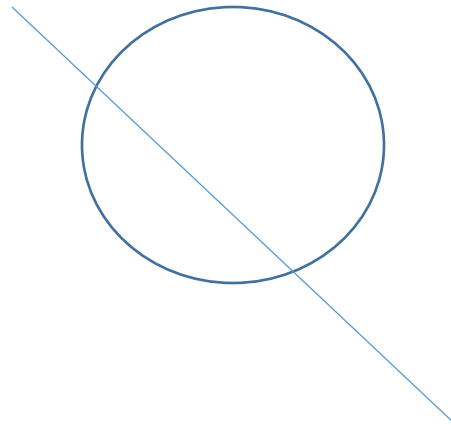
Vzájemná poloha kružnice a přímky

- Kružnice a přímka mají společný právě jeden bod - tečna



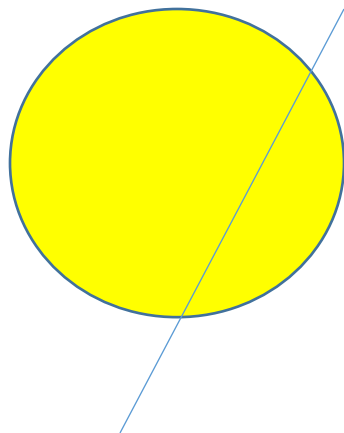
Vzájemná poloha kružnice a přímky

- Kružnice má s přímkou společné dva body - sečna



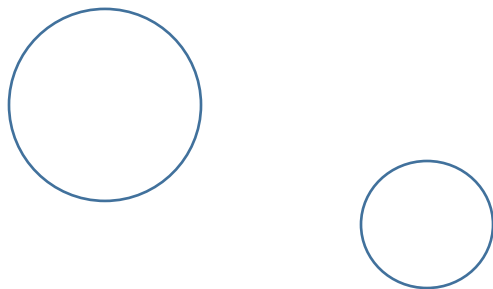
Vzájemná poloha kruhu a přímky

- Kruh má s přímkou společnou úsečku - tětiva

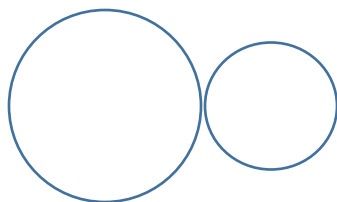


Vzájemná poloha dvou kružnic

- Kružnice nemají společný bod

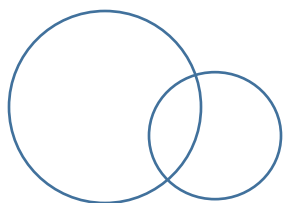


- Kružnice mají společný bod, dotýkají se vně

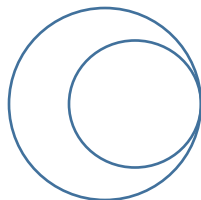


Vzájemná poloha dvou kružnic

- Kružnice se protínají

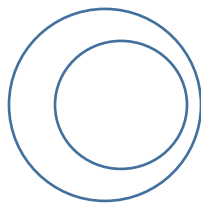


- Kružnice se dotýkají uvnitř

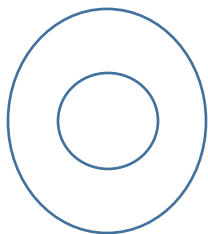


Vzájemná poloha dvou kružnic

- Jedna kružnice je ve vnitřní oblasti druhé kružnice



- Soustředné kružnice



Části kruhu

- Kruhová úseč
- Kruhová výseč
- Mezikruží

Konstrukční úlohy

- Narýsujte kružnici se středem S . Narýsujte dva různé průměry této kružnice. Průsečíky průměrů s kružnicí označte postupně A , B , C , D . Co můžete říci o čtyřúhelníku $ABCD$?
- Narýsujte libovolný trojúhelník KLM . Sestrojte středy jeho stran a narýsujte osy jeho stran. Průsečík os stran označte S . Sestrojte kružnici, která má střed v bodě S a prochází bodem K . Kterými dalšími body trojúhelníku kružnice prochází?
- Je dána úsečka AB . Narýsujte kružnici k tak, aby úsečka AB byla jejím průměrem.



Konstrukční úlohy

- Jde dána přímka p a dva různé body S , A . Narýsujte kružnici k , která má střed v bodě S a prochází bodem A . Zvolte polohu bodu A tak, aby:
 - a) kružnice k s přímkou p neměla společný bod
 - b) kružnice k s přímkou p měla právě jeden společný bod
 - c) kružnice k s přímkou p měla dva společné body.
 -

Konstrukční úlohy

- Narýsuj osu úsečky pomocí kružítka a pravítka.
- Pomocí kružnice a oblouků narýsuj pravidelný šestiúhelník.
- Narýsuj kružnici opsanou:
 - a) čtverci
 - b) obdélníku
 - c) trojúhelníku
- V kterých bodech mají tyto kružnice středy?

Konstrukční úlohy

- Pomocí soustředných kružnic narýsujte terč.
- Pomocí kružnic, které se protínají, narýsujte model „olympijských kruhů“. Jaké barvy mají jednotlivé kružnice a které světadíly představují?