

MUNI
PED

Aritmetika 2 – jaro 2021

6. prezentace

Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

RNDr. Petra Bušková

Rozklad přirozeného čísla na součin prvočinitelů

Prvočíselný rozklad přirozeného čísla využíváme především k výpočtu největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku daných čísel a k určení počtu všech přirozených dělitelů daného přirozeného čísla.

Příklady - prvočíselný rozklad:

$$132 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$121 = 11 \cdot 11$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Výpočet největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku z rozkladu daných čísel na součin prvočinitelů.

Největší společný dělitel daných přirozených čísel je součinem všech prvočinitelů, kteří se současně vyskytují v prvočíselných rozkladech všech daných čísel, a to s nejmenším s vyskytujícími se exponentů.

Nejmenší společný násobek daných čísel je součinem všech různých prvočinitelů, kteří se vyskytují v rozkladech daných čísel, a to v největší mocnině.

Hledání $D(a,b)$ a $n(a,b)$ pomocí prvočíselného rozkladu

Příklad: Zjistěte $D(108, 90)$ a $n(108, 90)$.

Řešení:

$$108 = 2^2 \cdot 3^3 \quad 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$D(108, 90) = 2 \cdot 3^2 = 18$$
$$n(108, 90) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540$$

Určení počtu dělitelů

–Věta: Je li

$$a = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k}$$

rozklad přirozeného čísla $a > 1$ na prvočinitele, pak počet dělitelů čísla a je určen vztahem

$$(e_1 + 1)(e_2 + 1) \cdots (e_k + 1)$$

Všechny přirozené dělitele čísla a určíme jako všechny možné součiny prvočinitelů, přičemž každý prvočinitel, probíhá všechny mocniny od 0. po tu, ve které se vyskytují v rozkladu.

Příklad

– Zjistěte počet všech přirozených dělitelů čísla 90 a napište je všechny.

Řešení: $90 = 2 \times 5 \times 3^2$

Dělitelé neobsahující č. 5

1	1	3	9
1	1	3	9
2	2	6	18

Dělitelé obsahující č. 5

5	1	3	9
1	5	15	45
2	10	30	90

Číslo 90 má 12 přirozených dělitelů.

Příklady

1. Vypočítejte a) $D[n(84, 54), n(24, 132)]$

b) $n[D(84, 132), n(24, 54)]$

2. Zjistěte, zda platí: $D[n(48, 72), n(48, 144)] = n[48, D(72, 144)]$

3. Určete nejmenší nenulové přirozené číslo, kterým je třeba násobit

a) číslo 1224, abychom dostali druhou mocninu přirozeného čísla

b) číslo 600, abychom dostali třetí mocninu přirozeného čísla.

Příklady

4. Určete všechny přirozené dělitele čísel 68, 360, 504.
5. Určete počet všech přirozených dělitelů čísel 420, 824, 687.
6. Obdélník o rozměrech 56cm a 98cm se má rozdělit příčkami rovnoběžnými se stranami obdélníku na čtverce co možná největší. Kolik bude čtverců a jak velká bude jejich strana?
7. V krabici jsou tužky. Víme, že je jich více než 200 a méně než 300 a že se dají svázat do svazků po 10 a po 12. Kolik je tužek v krabici?