

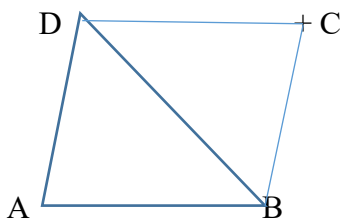
# IMAp09 Didaktika matematiky

## P 4

### Geometrie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ - čtyřúhelníky

Růžena Blažková

Jsou dány čtyři různé body A, B, C, D v rovině a žádné tři z nich neleží v téže přímce. **Čtyřúhelníkem ABCD** nazýváme sjednocení trojúhelníků ABD a BDC, právě když průnikem těchto trojúhelníků je úsečka BD.

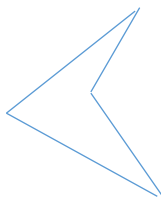


Jsou dány čtyři různé body A, B, C, D v rovině a žádné tři neleží v téže přímce. **Čtyřúhelníkem ABCD** nazýváme sjednocení uzavřené lomené čáry ABCD s její vnitřní oblastí.

Čtyřúhelníky můžeme třídit podle různých hledisek.

První hledisko třídí čtyřúhelníky na konvexní a nekonvexní (připomeňte si definice konvexního a nekonvexního geometrického útvaru).

Příklad: nekonvexní čtyřúhelník



konvexní čtyřúhelník



Podle vzájemné polohy stran třídíme čtyřúhelníky takto:

#### Čtyřúhelníky

Různoběžné strany

Alespoň jedna dvojice rovnoběžných stran

RŮZNOBĚŽNÍKY – např. deltoid

Právě jedna dvojice rovnoběžných stran

Dvě dvojice rovnoběžných stran

LICHOBĚŽNÍKY

ROVNOBĚŽNÍKY

## Klasifikace rovnoběžníků

### ROVNOBĚŽNÍKY

Sousední strany jsou na sebe kolmé

Sousední strany nejsou kolmé

#### PRAVOÚHELNÍKY

#### KOSOÚHELNÍKY

Sousední strany jsou shodné

Sousední strany nejsou shodné

Sousední strany jsou shodné

Sousední strany nejsou shodné

ČTVEREC

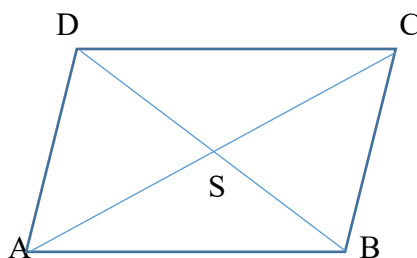
OBDELNÍK

KOSOČTVEREC

KOSDĚLNÍK

### Definice a vlastnosti rovnoběžníků

**Rovnoběžník** je čtyřúhelník, který má každé dvě protější strany rovnoběžné.



Každý rovnoběžník má tyto vlastnosti:

Každé dvě protější strany rovnoběžníku jsou shodné.  $AB \cong CD$   $BC \cong AD$

Protější úhly rovnoběžníku jsou shodné.

Úhlopříčky rovnoběžníku se půlí.  $AS \cong SC$   $BS \cong SD$

Součet vnitřních úhlů rovnoběžníku je úhel plný. Součet velikostí vnitřních úhlů je  $360^\circ$ .

Rovnoběžník je souměrný podle svého středu (průsečíku úhlopříček).

Na prvním stupni ZŠ je největší pozornost věnována obdélníku a čtverci, i když se s ostatními čtyřúhelníky také setkávají.

### Obdélník

Obdélník je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a nejsou shodné



Obdélník má všechny vlastnosti, které jsou uvedeny u rovnoběžníku a navíc má:

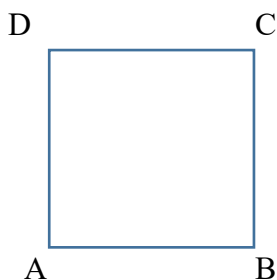
Úhlopříčky obdélníku jsou shodné  $AC \cong BD$

Obdélníku lze opsat kružnici.

Obdélník je souměrný podle dvou os souměrnosti.

## Čtverec

Čtverec je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a jsou shodné.



Čtverec má všechny vlastnosti, které má rovnoběžník a obdélník a navíc:

Úhlopříčky čtverce jsou na sebe kolmé.

Čtverci lze opsat i vepsat kružnici.

Čtverec je souměrný podle čtyř os souměrnosti.

Je vhodné, když věnujeme pozornost základním pojmům, jako jsou vrcholy obdélníku, vrcholy čtverce, dvojice sousedních stran, dvojice protějších stran obdélníku, čtverce. Zapisujeme rovnoběžnost protějších stran, shodnost protějších stran, kolmost sousedních stran obdélníku, shodnost sousedních stran čtverce. K označení vrcholů obdélníku a čtverce používáme různá písmena, např. KLMN, PRST apod.

## Obvod obdélníku, obvod čtverce

Připomeňme si, co v matematice chápeme pod pojmem obvod geometrického útvaru.

Obvod geometrického útvaru je délka jeho hranice.

Nezaměňujme proto pojmy: hranice geometrického útvaru (množina hraničních bodů – např. „ohrádka“, „to, co je kolem dokola“, atd.) a obvod geometrického útvaru jako velikost hranice, tj. číslo s jednotkou.

K vyvození pojmu obvod obdélníku bychom měli využít aktivity žáků, kdy si pojem vyvodí na základě vlastní činnosti. Žáci mají obdélníky s délkami stran v centimetrech, mají měřítko a mají určit délku hranice – obvod obdélníku. Ponecháme na vlastním přístupu žáků – jak sami vidí, co mají určit. Pokud zapíšeme obecně, s čím se asi setkáme, jsou možné tři přístupy: Někteří žáci počítají  $o = a + b + a + b$ .

Někteří vidí shodnost protějších stran a počítají:  $o = 2a + 2b$

Někteří vidí delší a kratší stranu.  $o = (a + b) \cdot 2$  neboli  $o = 2 \cdot (a + b)$ .

Analogicky vyvodíme obvod čtverce:  $o = a + a + a + a$   $o = 4 \cdot a$

Málo efektivní je metody, kdy žáci vidí obrázek obdélníku nebo čtverce s označenými stranami a pouze zapsaný vztah pro výpočet obvodu obdélníku nebo čtverce.

### Obsah obdélníku, obsah čtverce

Podobně, jak hovoříme o velikosti úsečky, což je její délka, můžeme hovořit o velikosti geometrického útvaru, což je jeho obsah.

Obsah geometrického útvaru je nezáporné reálné číslo, které udává jeho velikost. Číslo určíme jako počet jednotkových čtverců, kterými můžeme útvar pokrýt. Je třeba rozlišovat pojmy geometrický útvar jako množina bodů a jeho obsah jako číslo.

K vyvození obsahu obdélníku využijeme manipulativní činnosti žáků. Žáci mají obdélníky vystřižené z papíru s délkami stran v centimetrech a nastříhané jednotkové čtverečky  $1 \text{ cm}^2$ .

Úkolem je porýt obdélník jednotkovými čtverci tak, aby se nepřekrývaly. Žáci vidí počet řádků a počet sloupců čtverečných jednotek. Pro konkrétní případy vypočítají obsah obdélníku, poté se vztah zobecní:  $S = a \cdot b$ .

Obsah obdélníku určíme také ve čtvercové síti s modulem 1 cm.

Analogicky se vyvodí vztah pro obsah čtverce :  $S = a \cdot a$ .

Pokud se k vyvození vztahů pro obvod a obsah obdélníku a čtverce využije vlastní aktivity žáků, je menší pravděpodobnost, že žáci budou vztahy zaměňovat a plést si je.

Nejméně efektivní metodou je postup, kdy žáci vidí nakreslený obdélník s označenými stranami, a pod ním napsaný vzorec, který si mají zapamatovat.

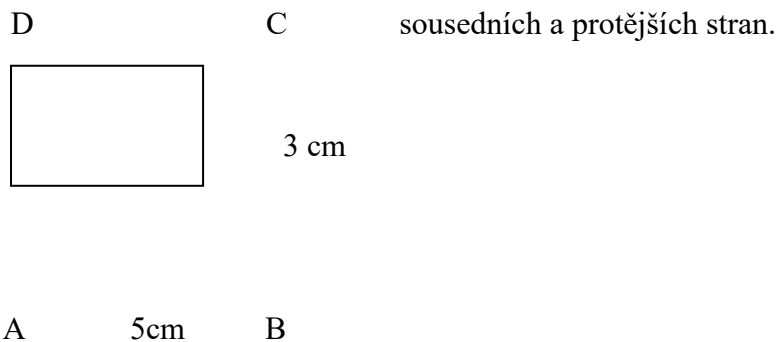
### Vlastnosti obsahu pravoúhelníku (obdélníku, čtverce)

1. Obsah pravoúhelníku je nezáporné reálné číslo.
2. Každé dva pravoúhelníky, které jsou shodné, mají obsahy sobě rovné (obrácená věta neplatí).
3. Obsah geometrického útvaru, který je vytvořen sjednocením dvou pravoúhelníků, které nemají společný vnitřní bod, je roven součtu obsahů těchto pravoúhelníků.
4. Existuje alespoň jeden čtverec, jehož obsah je roven 1.

**Konstrukce obdélníku a čtverce** (*od 4. ročníku*): (fáze konstrukční úlohy viz kapitola Trojúhelník)

Narýsuj obdélník ABCD o stranách  $|AB| = 5 \text{ cm}$  a  $|BC| = 3 \text{ cm}$

1. Obdélník nejprve načrtneme. Označíme vrcholy, zapíšeme délky stran a uvědomíme si vlastnosti



2. Provádíme vlastní konstrukci a popisujeme ji slovně:

Např. takto:

1. Narýsuji přímku  $p$  a na ní úsečku AB o délce 5 cm.
  2. Sestrojím kolmice v bodech A a B k přímce  $p$ .
  3. Na kolmicích sestrojím body C, D tak, aby  $|AD| = 3 \text{ cm}$  a  $|BC| = 3 \text{ cm}$ .
  4. Narýsuji úsečku CD.
- 
1. Ověříme, že jsme sestrojili obdélník podle zadání úlohy. Tzn. změříme
  2. strany obdélníku a přesvědčíme se o kolmosti sousedních stran pomocí pravítka s ryskou.

*Úkoly:*

1. V uvedené konstrukci obdélníku jsme využili kolmosti sousedních stran a shodnosti protějších stran. Uvažujte alespoň dvě další možnosti konstrukce obdélníku (čtverce), popište přesně postup konstrukce a uveďte, které vlastnosti obdélníku jste při konstrukci využili.

2. Vyřešte úlohu: (srov. Matematika pro 4. ročník, třetí díl (nakl. Alter) ):  
Narýsuj dvě kolmé přímky  $a$ ,  $b$  a vyznač si na nich čtyři body P, R, U, T jako na obrázku. Vyznač středy úseček PR, RU, UT, TP. Vyznačené středy jsou vrcholy čtyřúhelníku.

Rozhodněte o typu čtyřúhelníku a své tvrzení zdůvodněte!

3. Najděte v různých učebnicích pro 4. a 5. ročník alespoň tři konstrukční úlohy, ve kterých se děti seznámí s další vlastností obdélníku nebo čtverce.

4. Kde se děti setkávají s jinými druhy čtyřúhelníků?

Poznámka: Děti se setkávají i s dalšími druhy čtyřúhelníků, např. drak může mít tvar deltoidu (tj. konvexní čtyřúhelník, jehož úhlopříčky jsou k sobě kolmé a právě jedna z nich je půlena druhou).

*Úkol:* Uveďte příklady další čtyřúhelníků, se kterými se děti setkávají ve svém okolí.

Ve druhém období se žáci dále seznamují s obvodem a obsahem obdélníku a čtverce.