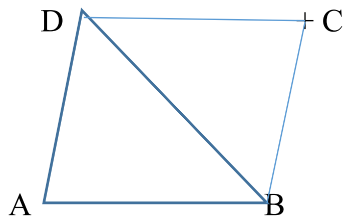
IMAp09 Didaktika matematiky

P 4

Geometrie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ - čtyřúhelníky

Růžena Blažková

Jsou dány čtyři různé body A, B, C, D v rovině a žádné tři z nich neleží v téže přímce. **Čtyřúhelníkem ABCD** nazýváme sjednocení trojúhelníků ABD a BDC, právě když průnikem těchto trojúhelníků je úsečka BD.

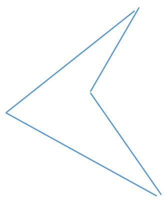


Jsou dány čtyři různé body A, B, C, D v rovině a žádné tři neleží v téže přímce. **Čtyřúhelníkem ABCD** nazýváme sjednocení uzavřené lomené čáry ABCD s její vnitřní oblastí.

Čtyřúhelníky můžeme třídit podle různých hledisek.

První hledisko třídí čtyřúhelníky na konvexní a nekonvexní (připomeňte si definice konvexního a nekonvexního geometrického útvaru).

Příklad: nekonvexní čtyřúhelník konvexní čtyřúhelník



Podle vzájemné polohy stran třídíme čtyřúhelníky takto:

Čtyřúhelníky

Různoběžné strany	Alespoň jedna dvojice rovnoběžných stran	
RŮZNOBĚŽNÍKY – např. deltoid	Právě jedna dvojice rovnoběžných stran	Dvě dvojice rovnoběžných stran
	LICHOBĚŽNÍKY	ROVNOBĚŽNÍKY

Klasifikace rovnoběžníků

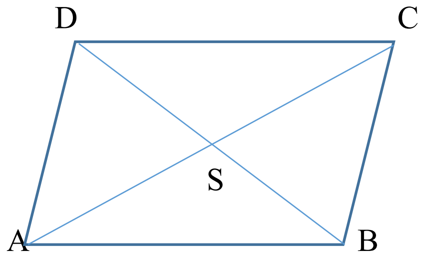
ROVNOBĚŽNÍKY

Sousední strany jsou na sebe kolmé	Sousední strany nejsou kolmé
PRAVOÚHELNÍKY	KOSOÚHELNÍKY

Sousední strany jsou shodné	Sousední strany nejsou shodné	Sousední strany jsou shodné	Sousední strany nejsou shodné
ČTVEREC	OBDÉLNÍK	KOSOČTVEREC	KOSDÉLNÍK

Definice a vlastnosti rovnoběžníků

Rovnoběžník je čtyřúhelník, který má každé dvě protější strany rovnoběžné.



Každý rovnoběžník má tyto vlastnosti:

Každé dvě protější strany rovnoběžníku jsou shodné. $AB \cong CD$ $BC \cong AD$
Protější úhly rovnoběžníku jsou shodné.
Úhlopříčky rovnoběžníku se půlí. $AS \cong SC$ $BS \cong SD$
Součet vnitřních úhlů rovnoběžníku je úhel plný. Součet velikostí vnitřních úhlů je 360°.
Rovnoběžník je souměrný podle svého středu (průsečíku úhlopříček).

Na prvním stupni ZŠ je největší pozornost věnována obdélníku a čtverci, i když se s ostatními čtyřúhelníky také setkávají.

Obdélník

Obdélník je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a nejsou shodné

Obdélník má všechny vlastnosti, které jsou uvedeny u rovnoběžníku a navíc má:

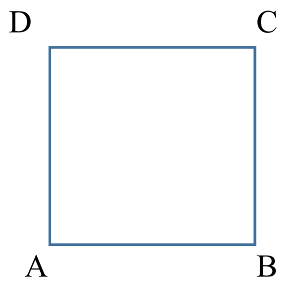
Uhlopříčky obdélníku jsou shodné $AC \cong BD$

Obdélníku lze opsat kružnici.

Obdélník je souměrný podle dvou os souměrnosti.

Čtverec

Čtverec je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a jsou shodné.



Čtverec má všechny vlastnosti, které má rovnoběžník a obdélník a navíc:

Úhlopříčky čtverce jsou na sebe kolmé.

Čtverci lze opsat i vepsat kružnici.

Čtverec je souměrný podle čtyř os souměrnosti.

Je vhodné, když věnujeme pozornost základním pojmům, jako jsou vrcholy obdélníku, vrcholy čtverce, dvojice sousedních stran, dvojice protějších stran obdélníku, čtverce. Zapisujeme rovnoběžnost protějších stran, shodnost protějších stran, kolmost sousedních stran obdélníku, shodnost sousedních stran čtverce. K označení vrcholů obdélníku a čtverce používáme různá písmena, např. KLMN, PRST apod.

Obvod obdélníku, obvod čtverce

Připomeňme si, co v matematice chápeme pod pojmem obvod geometrického útvaru.

Obvod geometrického útvaru je délka jeho hranice.

Nezaměňujme proto pojmy: hranice geometrického útvaru (množina hraničních bodů – např. „ohrádka", „to, co je kolem dokola", atd.) a obvod geometrického útvaru jako velikost hranice, tj. číslo s jednotkou.

K vyvození pojmu obvod obdélníku bychom měli využít aktivity žáků, kdy si pojem vyvodí na základě vlastní činnosti. Žáci mají obdélníky s délkami stran v centimetrech, mají měřítko a mají určit délku hranice – obvod obdélníku. Ponecháme na vlastním přístupu žáků – jak sami vidí, co mají určit. Pokud zapíšeme obecně, s čím se asi setkáme, jsou možné tři přístupy: Někteří žáci počítají $o = a + b + a + b$.

Někteří vidí shodnost protějších stran a počítají: $o = 2a + 2b$

Někteří vidí delší a kratší stranu. $o = (a + b) \cdot 2$ neboli $o = 2 \cdot (a + b)$.

Analogicky vyvodíme obvod čtverce: $o = a + a + a + a$ $o = 4 \cdot a$

Málo efektivní je metody, kdy žáci vidí obrázek obdélníku nebo čtverce s označenými stranami a pouze zapsaný vztah pro výpočet obvodu obdélníku nebo čtverce.

Obsah obdélníku, obsah čtverce

Podobně, jak hovoříme o velikosti úsečky, což je její délka, můžeme hovořit o velikosti geometrického útvaru, což je jeho obsah.

Obsah geometrického útvaru je nezáporné reálné číslo, které udává jeho velikost. Číslo určíme jako počet jednotkových čtverců, kterými můžeme útvar pokrýt. Je třeba rozlišovat pojmy geometrický útvar jako množina bodů a jeho obsah jako číslo.

K vyvození obsahu obdélníku využijeme manipulativní činnosti žáků. Žáci mají obdélníky vystřižené z papíru s délkami stran v centimetrech a nastříhané jednotkové čtverečky 1 cm^2.

Úkolem je porýt obdélník jednotkovými čtverci tak, aby se nepřekrývaly. Žáci vidí počet řádků a počet sloupců čtverečných jednotek. Pro konkrétní případy vypočítají obsah obdélníku, poté se vztah zobecní: $S = a \cdot b$.

Obsah obdélníku určujeme také ve čtvercové síti s modulem 1 cm.

Analogicky se vyvodí vztah pro obsah čtverce : $S = a \cdot a$.

Pokud se k vyvození vztahů pro obvod a obsah obdélníku a čtverce využije vlastní aktivity žáků, je menší pravděpodobnost, že žáci budou vztahy zaměňovat a plést si je.

Nejméně efektivní metodou je postup, kdy žáci vidí nakreslený obdélník .s označenými stranami, a pod ním napsaný vzorec, který si mají zapamatovat.

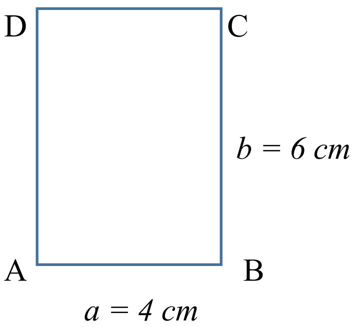
Vlastnosti obsahu pravoúhelníku (obdélníku, čtverce)

1. Obsah pravoúhelníku je nezáporné reálné číslo.
2. Každé dva pravoúhelníky, které jsou shodné, mají obsahy sobě rovné (obrácená věta neplatí).
3. Obsah geometrického útvaru, který je vytvořen sjednocením dvou pravoúhelníků, které nemají společný vnitřní bod, je roven součtu obsahů těchto pravoúhelníků.
4. Existuje alespoň jeden čtverec, jehož obsah je roven 1.

Konstrukce obdélníku a čtverce

Úloha: Narýsujte obdélník ABCD, jestliže $a = 4$ cm, $b = 6$ cm..

Postup: obdélník načrtneme tak, jako by úloha byla vyřešena. Popíšeme jeho vrcholy a strany.



Rozmyslíme si, jak budeme postupovat a kterých vlastností obdélníku při konstrukci využijeme.

Můžeme využít rovnoběžnosti protějších stran, kolmosti sousedních stran, shodnosti protějších stran.

Ilustrujeme konstrukci, kde využíváme kolmosti sousedních stran a shodnosti protějších stran.

1. Narýsujeme úsečku AB, délka úsečky AB je 4 cm.
2. V bodě A narýsujeme kolmici.
3. Na kolmici sestrojíme bod D tak, že, délka úsečky AD je 6 cm.
4. V bodě B narýsujeme kolmici,
5. Na této kolmici sestrojíme bod C tak, že délka úsečky BC je 6 cm.
6. Sestrojíme úsečku CD, obdélník ABCD je narýsován.

Průběh konstrukce doprovázíme slovně a sledujeme, zda žáci stačí rýsovat.

Provedeme zkoušku správnosti, Měřením stran obdélníku zjistíme, zda délky stran vyhovují zadání. Trojúhelníkem s ryskou ověříme kolmost sousedních stran obdélníku.

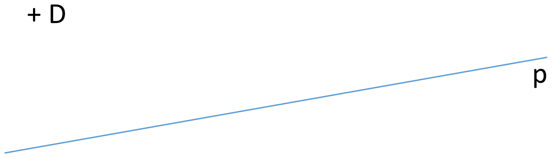
Na prvním stupni ZŠ zpravidla postup konstrukce nezapisujeme. Pokud by měli žáci o zápis postupu konstrukce zájem, můžeme jej uvést stručně, např. v tabulce:

1.	Úsečka AB
2.	Kolmice *k*, bod D
3.	Kolmice *l*, bod C
4.	Úsečka CD
5.	Obdélník ABCD

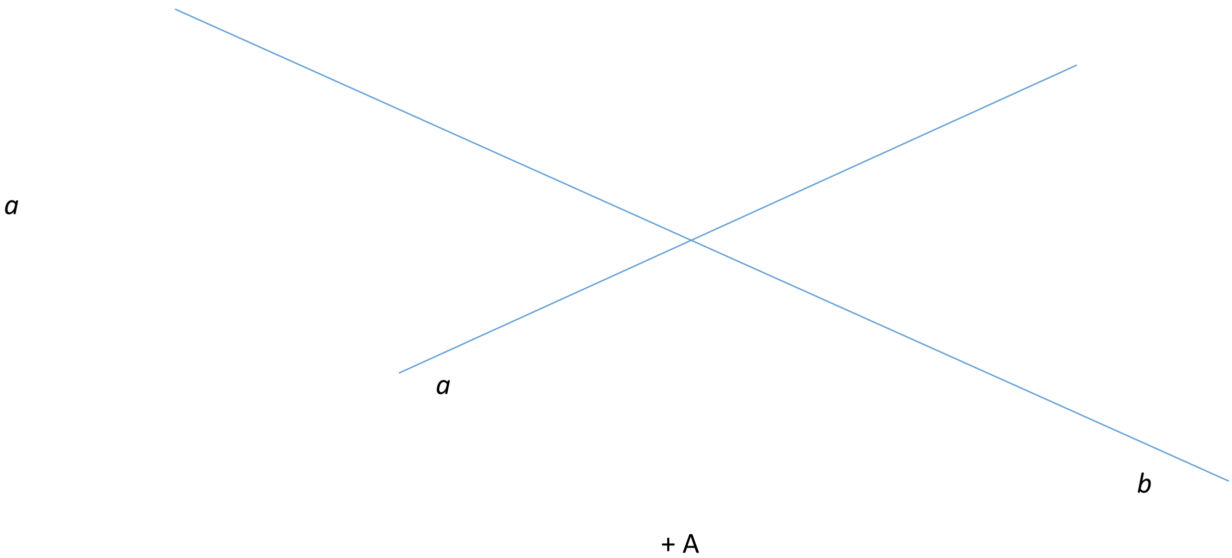
Analogicky provádíme konstrukci čtverce

Úlohy

1. Je dána přímka *p* a bod D, který na přímce *p* neleží. Narýsujte čtverec ABCD tak, aby strana AB ležela na přímce *p*.



2. Jsou dány dvě různoběžné přímky *a,b* a bod A, která na přímkách *a, b* neleží. Narýsujte obdélník ABCD tak, aby body C, D ležely na přímce *a* a bod B byl bodem přímky *b*.



3. V rovině jsou dány dva různé body B a D. Narýsujte čtverec ABCD.

4, Jsou dány dvě různoběžné přímky *a. b* a bod K, který na žádné z těchto přímek neleží. Z bodu K narýsujte kolmici k přímce *a* a průsečík kolmice s přímkou *a* označte A. Z bodu K narýsujte kolmici k přímce *b* a průsečík označte B. Narýsujte čtverec ABCD tak, aby bod K ležel v tomto čtverci..