

přednáška 08:  
některá význačná  
**diskrétní i spojitá**  
rozdělení psti

*Při matematickém popisu jakékoli náhodné veličiny zhruba potřebujeme projít šest základních otázek*

i)  $X = \dots$  co daná veličina měří

○ ii)  $X \in \{\dots\}$  ... jakých hodnot veličina nabývá  
(podotázka – je to veličina diskrétní nebo spojitá?)

### iii) Jaký je vzorec pro pstní funkci $p$ či hustotu $f$

iii)  $P(X \in (a; b]) = F(b) - F(a) = \sum_{k \in (a; b]} p(k) \dots$  pro diskrétní velič.

$(p(k)$  je pstní funkce)

○

$= \int_a^b f(x) dx \dots$  pro spojitou veličinu

$(f(x)$  je hustota psti)

+ nakreslete graf pstní funkce nebo hustoty

## iv) Jaký je vzorec pro distribuční funkci F

iv) Kumulativní psťí funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k \leq x} p(k) \dots$  pro diskrétní velič.

$(p(k)$  je psťní funkce)

○  $= \int_{-\infty}^x f(t) dt \dots$  pro spojitou veličinu

$(f(t)$  je hustota psťi)

+ nakreslete graf distribuční funkce

## v) Jaká je střední hodnota takto se chovající veličiny

v) Střední hodnota veličiny  $X$ :

$$EX = \sum_{k \in X(\Omega)} k \cdot p(k) \dots \text{pro diskrétní velič.}$$

○

$(p(k))$  je pstní funkce)

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \dots \text{pro spojitou veličinu}$$

$(f(t))$  je hustota psti)

## vi) Jaký je rozptyl této veličiny

vi) Rozptyl veličiny  $X$  (definice a způsob výpočtu):

$$DX = E (X - EX)^2 = \left( \sum_{k \in X(\Omega)} k^2 \cdot p(k) \right) - (EX)^2 \dots \text{ pro diskř. velič.}$$

$(p(k)$  je psťní funkce)

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - (EX)^2 \dots \text{ pro spoj. velič.}$$

$(f(t)$  je hustota psťi)

*Podívejme se na pět základních diskrétních rozdělení psti, která jsou tak důležitá, že mají svůj vlastní název:*

D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti  
(discrete uniform distribution)

i)  $X =$  nějaká z konečně mnoha hodnot, které všechny mají stejnou šanci nastat

ii)  $X \in \{1, 2, \dots, n\}$

## D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti (discrete uniform distribution)

$$\text{iii) } P(X \in (a; b]) = \sum_{k \in (a; b]} \frac{1}{n}$$

vlastně se jedná o model klasické psti,  
kde  $\Omega$  je konečná množina (reálných) čísel

○

$$(p(k) = \frac{1}{n} \text{ pro každé } k)$$

Ve vzorci není chyba ... funkční hodnota je  $\frac{1}{n}$  a nezávisí tedy  
na hodnotě  $k$ , je pro každé  $k$  stejná



## D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti (discrete uniform distribution)

iv) Kumulativní pští funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

$$F(x) = \sum_{k \leq x} \frac{1}{n}$$



distribuční funkce – viz obr na tabuli/ ve skenu 08:

(kumulativní funkce s pravidelnou výškou všech schodů)

## D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti (discrete uniform distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$\circ EX = \sum_{k \in \Omega} k \cdot \frac{1}{n} = \dots = \frac{n+1}{2}$$

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = \left( \sum_{k \in X(\Omega)} k^2 \cdot \frac{1}{n} \right) - \left( \frac{n+1}{2} \right)^2 = \dots = \frac{n^2-1}{12}$$

Příklad D1 = diskrétního rovnoměrného rozdělení psti:

*X = co padne na kostce*

Značíme zhruba:  $X \sim Ro(1, 2, \dots, n)$

## D2: alternativní rozdělení psti: (*alternative distribution*)

i)  $X$  = odpověď na otázku, která nabývá pouze dvou hodnot  
(odpovědi se navzájem vylučují)

(či výsledek experimentu, který nabývá pouze dvou výsledků: 0  
○ při „neúspěchu“, 1 při „úspěchu“ ... tyto výsledky se navzájem  
vylučují)

ii)  $X \in \{0,1\}$

## D2: alternativní rozdělení psti: (*alternative distribution*)

iii) Pstní funkce:  $p(1) = p$   
 $p(0) = 1 - p$

Obrázek – popřípadě na tabuli

## D2: alternativní rozdělení $pst$ i: (*alternative distribution*)

iv) Kumulativní  $pst$ í funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

Má pouze dva schody obecně různých výšek  $(1-p)$  a  $p$

viz obr na tabuli

## D2: alternativní rozdělení psti: (alternative distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$EX = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$$

○

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = (0^2 \cdot (1 - p) + 1^2 \cdot p) - p^2 = p \cdot (1 - p)$$

## Příklady D2 = alternativního rozdělení psti:

- a)  $X =$  počet šestek, které padnou při jednom hodů kostkou (0 nebo 1)
- b)  $X =$  počet voličů, kteří budou volit kandidáta AB na prezidenta, pokud se ptáme jen jednoho voliče (tj. nabývá pouze hodnot 0 nebo 1)
- c)  $X =$  počet „úspěchů“ při jednom opakování experimentu (nabývá pouze hodnoty 0 = neúspěch, 1 = úspěch)

Značíme zhruba:  $X \sim \text{Alt}(p)$



## D3: binomické rozdělení psti: (binomial distribution)

i)  $X$  = počet „úspěchů“ při  $N$  nezávislých opakováních experimentu, který má dva navz. se vylučující výsledky „úspěch“ nastávající s pstí  $p$  a „neúspěch“ nastávající s pstí  $(1-p)$

(nezávislé opakování znamená, že výskyt úspěchu při předchozím opakování experimentu nemá vliv na to, zda při dalších opakováních nastane úspěch či neúspěch)

ii)  $X \in \{0, 1, 2, 3, \dots, N\}$

## D3: binomické rozdělení psti: (binomial distribution)

iii) Pstní funkce:  $p(k) = \binom{N}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{N-k}$

pro  $k = 0, 1, 2, \dots, N$



Obrázek – popřípadě na tabuli nebo v jazyku R – viz příklad,  
co bude následovat

## D3: binomické rozdělení psti: (*binomial distribution*)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

Má schody různých výšek

viz obr na tabuli nebo obdelníčkový graf BARPLOT v jazyku R

## D3: binomické rozdělení psti: (binomial distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$EX = 0 \cdot p(0) + 1 \cdot p(1) + \dots + N \cdot p(N) = N \cdot p$$

○

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = (0^2 \cdot p(0) + 1^2 \cdot p(1) + \dots + N^2 \cdot p(N)) - N^2 p^2 = N \cdot p \cdot (1 - p)$$

## Příklady D3 = binomického rozdělení psti:

- a)  $X =$  počet šestek z  $N$  hodů kostkou ... př 11.1- str. 169 z textu BMA3-stary
- b)  $X =$  počet voličů, kteří budou volit kandidáta AB na prezidenta, pokud se ptáme  $N$  nezávislých (náhodně vybraných) voličů ... př.11.2.str. 170
- c)  $X =$  počet „úspěchů“ při  $N$  nezávislých opakováních experimentu

Značíme zhruba:  $X \sim Bi(N,p)$

## Bi (N,p) v jazyku R:

*X = počet šestek z N hodů kostkou ... př 11.1- str. 169*

➤ `px <- dbinom(0:4,4,1/6) # spocte psti Bi (N=4, p=1/6)`

➤ `plot(px,pch=16) # nakresli pstni funkci, "pch=16" jsou tucne tecky`

*Popis osy x je posunutý, nevím jak to spravit*

➤ `Fx <- pbinom(0:4,4,1/6) # spocte schody distribucni funkce (kumul.fce)`

➤ `barplot(Fx, col=6:7) # nakresli distrib fci F – horni strany tech obdelnicku`

*col=6:7 ... pouze meni barvu obdelnicku ... strida barvy 6 a 7*

## Bi (N,p) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- `qbinom(0.95, 4, 1/6)` # spočte 0.95-kvantil hodnot rozd Bi (N=4, p=1/6)
- `genbi <- rbinom(1000,4,1/6)` # do vektoru genbi nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Bi(4, 1/6) ... rbinom = random binom
- `table(genbi)` # spocitaji se cetnosti nahodne gener hodnot velic X

## D4: geometrické rozdělení $p$ stí: (geometric distribution)

- i)  $X =$  počet „úspěchů“ před prvním neúspěchem při nezávislých opakováních experimentu, který má dva navz. se vylučující výsledky „úspěch“ nastávající s  $p$ stí  $p$  a „neúspěch“ nastávající s  $p$ stí  $(1-p)$
  
- ii)  $X \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  teoreticky až do nekonečna



## D4: geometrické rozdělení psti: (geometric distribution)

iii) Pstní funkce:  $p(k) = p^k \cdot (1 - p)$

pro  $k = 0, 1, 2, \dots$

(tyto psti tvoří geometrickou posloupnost, odtud název  
rozdělení)

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo v jazyku R – viz příklad,  
co bude následovat

## D4: geometrické rozdělení psti: (geometric distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

Má schody různých výšek, schodů je nekonečně mnoho, ale nesměřují až „do nebe“, nýbrž jsou stále menší a schodiště stoupá pouze k hodnotě 1

viz obr na tabuli nebo obdelníčkový graf BARPLOT v jazyku R

## D4: geometrické rozdělení psti: (geometric distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$EX = 0 \cdot p(0) + 1 \cdot p(1) + \dots = \frac{p}{1-p}$$

○ (výpočet integrací řady člen po členu)

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = (0^2 \cdot p(0) + 1^2 \cdot p(1) + \dots) - \left(\frac{p}{1-p}\right)^2 = \frac{p}{(1-p)^2}$$

## Příklady D4 = geometrického rozdělení psti:

- a)  $X$  = počet hodů kostkou před prvním padnutím šestky
- b)  $X$  = počet dnů bezporuchového provozu před první poruchou linky  
(pst poruchy linky v každém dni je stále stejná a nezávislá na předchozích dnech)

Značíme zhruba:  $X \sim \text{Geom}(p)$

## Geom(p) v jazyku R: pozor, ve vzorcích $p=5/6$ , ale R potřebuje $p=1/6$ (tj. R užíva spíše $1-p$ )

$X$  = počet hodů kostkou před prvním padnutím šestky

- `x <- c(0:30)` # je def pro nekonecne mnoho x, ale pocitac se musi omezit na konecne mnoho
- `px <- dgeom(x, 1/6)` # spocte psti Geom ( $p=1/6$ ) pro hodnoty z vekt x
- `plot(px, pch=16)` # nakresli pstni funkci, "pch=16" jsou tucne tecky

Popis osy x je posunutý, nevím jak to spravit

- `Fx <- pgeom(x, 1/6)` # spocte schody distribucni funkce (kumul.fce)
- `barplot(Fx, col=6:7)` # nakresli distrib fci F – horni strany tech obdelnicku  
`col=6:7` ... pouze meni barvu obdelnicku ... strida barvy 6 a 7

## Geom(p) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- `qgeom(0.95, 1/6)` # spočte 0.95-kvantil hodnot rozd Geom ( $p=1/6$ )
- `gengeom <- rgeom(1000, 1/6)` # do vektoru `gengeom` nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Geom( $1/6$ ) ... `rgeom` = random geom
- `table(gengeom)` # spočítají se četnosti nahodne gener hodnot velic  $X$

## D5: Poissonovo rozdělení psti: (Poisson distribution)

- i)  $X$  = počet výskytů jisté nepravidelné „náhodné události“ (příchod zákazníka do fronty v supermarketu, narození dítěte v jisté porodnici, apod.) za jednotku času; přičemž  $\lambda$  = průměrný počet těchto výskytů za jednotku času
- Předpoklady modelu: a) zdroj událostí je dosti velký (tisíce a víc)  
b) Následující výskyt události je nezávislý na předchozím výskytu  
c) Počet událostí v intervalu  $(t; t+h)$  nezávisí na počtu výskytů před okamžikem  $t$  (tzv. forgetfulness property = zapomnětlivost)
- ii)  $X \in \{0,1,2,3, \dots\}$  teoreticky až do nekonečna

## D5: Poissonovo rozdělení psti: (Poisson distribution)

iii) Pstní funkce:  $p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$

pro  $k = 0, 1, 2, \dots$

- Přesné odvození např. viz text Matematika 3 (na internetu: Fajmon, Hlavičková, Novák, 2014, str. 203-206)

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo v jazyku R – viz příklad, co bude následovat



## D5: Poissonovo rozdělení psti: (Poisson distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

Má schody různých výšek, schodů je nekonečně mnoho, ale nesměřují až „do nebe“, nýbrž jsou stále menší a schodiště stoupá pouze k hodnotě 1

viz obr na tabuli nebo obdelníčkový graf BARPLOT v jazyku R

## D5: Poissonovo rozdělení psti: (Poisson distribution)

v) Střední hodnota veličiny  $X$ :

$$EX = 0 \cdot p(0) + 1 \cdot p(1) + \dots = \lambda$$

○ (s využitím rozvoje funkce  $e^x$  v Taylorovu řadu)

vi) Rozptyl veličiny  $X$ :

$$DX = (0^2 \cdot p(0) + 1^2 \cdot p(1) + \dots) - \lambda^2 = \lambda$$

## Příklady D5 = Poissonova rozdělení psti:

- a)  $X$  = počet návštěvníků restaurace za jednotku času
- b)  $X$  = počet narozených dětí v jisté porodnici za jednotku času
- c)  $X$  = počet průjezdů auta jistým místem na silnici za jednotku času

Značíme zhruba:  $X \sim Po(\lambda)$

## Po( $\lambda$ ) v jazyku R:

*X = počet návštěvníků restaurace za jednotku času*

➤ *x <- c(0:50) # je def pro nekonecne mnoho x, ale pocitac se musi omezit na konecne mnoho*

➤ *px <- dpois(x,20) # spocte psti Po( $\lambda=20$ ) pro hodnoty z vekt x*

➤ *plot(px,pch=16) # nakresli pstni funkci, "pch=16" jsou tucne tecky*

○ *Popis osy x je posunutý, nevím jak to spravit*

➤ *Fx <- ppois(x,20) # spocte schody distribucni funkce (kumul.fce)*

➤ *barplot(Fx, col=6:7) # nakresli distrib fci F – horni strany tech obdelnicku*

*col=6:7 ... pouze meni barvu obdelnicku ... strida barvy 6 a 7*

## Po( $\lambda$ ) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- `qpois(0.95,20)` # spočte 0.95-kvantil hodnot rozd  $Po(\lambda=20)$
- `genpois <- rpois(1000,20)` # do vektoru `genpois` nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni  $Po(\lambda=20)$  .... `rpois` = random pois
- 
- `table(genpois)` # spočítají se četnosti nahodne gener hodnot velic  $X$

# Rekapitulace otázek:

19: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti ... D1

20: Alternativní rozdělení psti ... D2

21: Binomické rozdělení psti ... D3

22: geometrické rozdělení psti ... D4

23: Poissonovo rozdělení psti ... D5

## Nyní se podívejme na tři spojitá rozdělení psti

### S1: Exponenciální rozdělení psti (exponential distribution)

- i)  $X$  = doba mezi dvěma následnými výskyty jisté nepravidelně se vyskytující „náhodné události“

(příchod zákazníka do fronty v supermarketu, narození dítěte v jisté porodnici, apod.); přičemž  $\lambda$  = průměrný počet těchto výskytů za jednotku času

*Tatáž situace jako u Poissonova rozd, ale měříme jinou veličinu*

## S1: Exponenciální rozdělení psti (exponential distribution)

Předpoklady modelu: a) zdroj událostí je dosti velký (tisíce a víc)  
b) Následující výskyt události je nezávislý na předchozím výskytu  
c) Počet událostí v intervalu  $(t; t+h)$  nezávisí na počtu výskytů před okamžikem  $t$  (tzv. forgetfulness property = zapomnětlivost)

ii)  $X \in R^+$  (teoreticky jakékoli kladné reálné číslo)



## S1: Exponenciální rozdělení psti (exponential distribution)

$$\text{iii) } P(X \in (a; b]) = \int_a^b f(x) dx$$

kde  $f$  je hustota psti daná vzorcem

$$f(x) = 0 \quad \dots \quad x < 0$$

- $\lambda \cdot e^{-\lambda x} \quad \dots \quad x \geq 0$

Přesné odvození viz Fajmon, Hlavičková, Novák 2014, kap. o exponenciálním rozdělení

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo za chvíli v jazyku R

## S1: Exponenciální rozdělení psti (exponential distribution)

iv) Kumulativní pští funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

$$F(x) = 0 \dots \dots \dots x < 0$$

- $1 - e^{-\lambda x} \dots x \geq 0$

distribuční funkce – viz obr na tabuli:

## S1: Exponenciální rozdělení psti (exponential distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$\circ EX = \int_{-\infty}^0 0 \cdot f(x) dx + \int_0^{\infty} x \cdot f(x) dx = \frac{1}{\lambda}$$

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = \int_{-\infty}^0 0^2 \cdot f(x) dx + \int_0^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx - (EX)^2 = \dots = \frac{1}{\lambda^2}$$

## Příklad S1 = exponenciálního rozdělení psti:

- a)  $X$  = doba mezi dvěma následnými příchody zákazníků do restaurace
- b)  $X$  = doba mezi dvěma narozeními dítěte v jisté porodnici
- c)  $X$  = doba mezi dvěma následnými průjezdy aut jistým místem na silnici

Značíme zhruba:  $X \sim \text{Exp}(\lambda)$

## Exp ( $\lambda$ ) v jazyku R:

*X = doba mezi dvěma narozeními dítěte ...  $\lambda = 4$  za den*

➤ `x <- seq(0,3,0.01)` # vytvoří vektor hodnot od 0 do 3 s krokem 0.01

*# teorie vede až do  $\infty$ , ale počítač se musí omezit na konečné mnoho*

➤ `plot(x,4*exp(-4*x),type="l")` # nakreslí hustotu, spojí body, "l" = linka, tj. spojitá čára

➤ `plot(x,1-exp(-4*x), type="l")` # nakreslí distrib fci F

## Exp( $\lambda$ ) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- `qexp(0.95, 4)` # spočte 0.95-kvantil hodnot rozd Exp ( $\lambda = 4$ )
- `genexp <- rexp(1000,4)` # do vektoru `genexp` nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Exp(4) .... `rexp` = random exponential
- `table(genexp)` # spocitaji se cetnosti nahodne gener hodnot velic  $X$

## *S2: Rovnoměrné spojité rozdělení psti* **(uniform distribution)**

i)  $X$  = veličina, kterou měříme v intervalu  $(a;b)$  ... každá z hodnot intervalu má stejnou šanci být naměřena

ii)  $X \in (a;b)$

## S2: Rovnoměrné spojité rozdělení psti (uniform distribution)

$$\text{iii) } P(X \in (a;b]) = \int_a^b f(x) dx$$

kde  $f$  je hustota psti daná vzorcem

○  $f(x) = 0$  ... mimo interval  $(a;b)$

$$\frac{1}{b-a} \dots x \in (a;b)$$

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo za chvíli v jazyku R



## S2: Rovnoměrné spojité rozdělení psti (uniform distribution)

iv) Kumulativní pští funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

$$F(x) = 0 \dots \dots \dots x \leq a$$

- $\frac{x-a}{b-a} \dots \dots x \in (a;b)$   
1 ...  $x \geq b$

## S2: Rovnoměrné spojité rozdělení psti (uniform distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$\circ EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a} dx \dots = \frac{a+b}{2}$$

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - (EX)^2 = \int_a^b x^2 \cdot \frac{1}{b-a} dx - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \dots \text{atd.}$$

## Příklad S2= rovnoměrného rozdělení psti:

- a)  $X$  = doba příchodu člověka, o které nemáme žádnou informaci, pouze že přijde v daném intervalu
- b)  $X$  = množství zboží koupeného v daný den MĚŘENO NA VÁHU – a prodáváme nově v dané lokalitě, nemáme informaci o tom, kolik se prodá ... jakékoli prodané množství je stejně pravděpodobné

Značíme zhruba:  $X \sim \text{Ro}(a;b)$

## Ro(a;b) v jazyku R:

*X = blíže neurčená doba dodání balíku v intervalu (8 hod; 16 hod)*

- `x<- seq(8,16,0.01) # ulozi do vektoru x dostatecne mnoho bodu z int`
- `plot(x,x-x+1/8,type="l") # oklamani R, aby nakreslil konstantni funkci 1/8`
- `w<-seq(0,8,0.01); y<-seq(16,24,0.01)`
- `# w,x,y ... intervaly pro ruzne vzorce distribucni funkce`
- `plot(c(w,x,y), c(w-w+0,x/8-1,y-y+1) # nakresli distrib fci F ... museli jsme ji spocitat a zadat vzorcem`

## Ro(a;b) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- `qunif(0.95, 8, 16)` # spočte 0.95-kvantil hodnot rozd  $Ro(8:16)$
- `genunif <- runif(1000, 8, 16)` # do vektoru `genunif` nahodně vygeneruje 1000 hodnot rozdělení  $Ro(8, 16)$  ... `runif` = random uniform

Pro vytvoření rozumných četností bychom museli z vektoru `genunif` vytvořit intervalové rozdělení četností – viz cvičení 2

## S3: Normální rozdělení psti (normal distribution)

i)  $X$  = veličina, která vznikne jako součet řady různých vlivů (např. IQ, výška člověka, výška stromů v lese, teplota v daném místě, atd.)

○

ii)  $X \in \mathbb{R}$

Značíme zhruba:  $X \sim No(\mu; \sigma^2)$

## S3: Normální rozdělení psti (normal distribution)

$$\text{iii) } P(X \in (a; b]) = \int_a^b f(x) dx$$

kde  $f$  je hustota psti daná vzorcem

○

$$f(x) = 0 \dots \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \dots \text{ pro jakékoli reálné } x$$

## S3: Normální rozdělení psti (normal distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce  $F(x)$ :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \dots \text{pro } x \text{ reálné}$$

Hodnoty tohoto integrálu nelze vyjádřit konečným vzorcem – musíme rozvinout v nekonečnou řadu, nebo integrovat

- numericky (= rozdělit obsah plochy na malé obdélníčky a spočítat přibližně součet jejich obsahů)

$$P(X \in (a; b]) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \dots \text{takto budeme počítat!!}$$



## S3: Normální rozdělení psti (normal distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$\circ EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \dots = \mu$$

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - (EX)^2 = \dots = \sigma^2$$

## $N(\mu; \sigma^2)$ v jazyku R:

$X$  = výška stromu v lese se střední hodnotou 50 m a směro odchylkou 5 m

- `x <- seq(30,70,0.01)` # ulozi do vektoru x dostatecne mnoho bodu z intervalu (30; 70)
- `plot(x, dnorm(x, mean=50, sd=5))` # vykresleni hustoty  $f$
- `plot(x, pnorm(x, mean=50, sd=5))` # nakresli distrib fci  $F$

## $No(\mu; \sigma^2)$ v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- `qnorm(0.95, mean=50, sd=5)` # spočte 0.95-kvantil rozd  $No(50; 16)$
- `gennorm <- rnorm(1000, mean=50, sd=5)` # do vektoru `gennorm` nahodně vygeneruje 1000 hodnot rozdělení  $No(\mu=50; \sigma^2 = 25)$  ....
- `rnorm` = random normal

Pro vytvoření rozumných četností bychom museli z vektoru `gennorm` vytvořit intervalové rozdělení četností – viz cvičení 2

# Rekapitulace otázek:

24: exponenciální rozdělení psti

25: spojité rovnoměrné rozdělení psti

26: normální rozdělení psti ... tato otázka ještě není ukončena