

Poznámka k dílu *Algorismus prosaycus* Křišťana z Prachatic

Křišťanův *Algorismus prosaycus* byl sepsán v 15. století Křišťanem z Prachatic, o němž se více můžete dozvědět zde (krátký film o Křišťanovi z Prachatic z cyklu *Dvaasedmdesát jmen české historie*):

<http://www.ceskatelevize.cz/porady/10169539755-dvaasedmdesat-jmen-ceske-historie/208572232200010-kristan-z-prachatic/>

Čtenáři představuje tehdy nový způsob numerace (zápis čísla v dekadické poziční soustavě) a provádění operací sčítání, odčítání, zdvojování, násobení, půlení, dělení a odmocňování (hledání druhé odmocniny z daného čísla). Při pozorném čtení zjistíte, že se jedná o písemné provádění aritmetických operací, které se dnes učí na základní škole. Dnes již nevyčleňujeme zdvojování a půlení, ale zahrnujeme je pod násobení a dělení. Písemné odmocňování se dnes už na školách neučí a málokdo ví, jak se provádí.

Instrukce k práci s textem:

Je radno začít kapitolkou *Numerace*, v níž se dozvíte, jak Křišťan zapisoval čísla (zejména je třeba dávat pozor na to, zda první číslice znamená první vlevo, nebo vpravo). Při četbě popisu výpočtu je dobré si uvědomit, že Křišťan někdy skutečně číslice původních čísel mazal a na jejich místa psal novou číslici, tedy nikoliv jako my pod nebo nad, ale místo původního čísla.

Text je třeba číst pozorně, přičemž při prvním čtení je radno vynechávat části, které jsou vysázené kurzívou. Mají to být zpřesňující poznámky, ale při prvním čtení je to spíš ke škodě než k užitku.

Podle svých ambicí pak zpracujte jedno z témat tak, abyste staronový způsob počítání dokázali vysvětlit někomu jinému a zapsat vše tak, jak to dělal Křišťan. Kapitoly jsou uspořádány více méně dle obtížnosti:

1. sčítání a odčítání
2. zdvojování a násobení
3. půlení a dělení
4. odmocňování

Pro pochopení prvních tří můžete s výhodou využít našeho běžného písemného sčítání, odčítání, násobení a dělení. Uvědomte si, že při dělení výsledek odhadujeme a pak upravujeme. S tímto bývá problém i na ZŠ, neboť je to první postup, kde se musíme vyrovnat s tím, že jsme neodhadli správně např. to, že se 33 nevejde do 160 pětkrát (po zaokrouhlení: $5 \times 3 = 15$, což je méně než 16, že...), ale pouze čtyřikrát

(neboť $4 \times 33 = 132$, ale $5 \times 33 = 165$). Je potřeba si na to zvyknout --- což se nám všem zřejmě již dávno podařilo.

Umíte najít druhou odmocninu?

U odmocňování, které doporučuji jen těm nejodvážnějším, je třeba si uvědomit, že oprava je komplikovanější a spočívá v tom, že do hledaného čtverce se nám povedlo vepsat čtverec menší, od něhož je ale potřeba odečíst obsah dvou obdélníků a malého čtverce, viz poměrně neumělý obrázek níže, na němž má být čtverec.

celý čtverec:	$(a+b)^2$
modrý čtverec:	a^2
žluté obdélníky:	$2ab$ (každý ab , dohromady tedy $2ab$)
zelený čtvereček	b^2



To je samozřejmě známý vzorec, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Při samotném výpočtu známe číselnou hodnotu $(a+b)^2$ a snažíme se najít ono $(a+b)$, jehož druhou mocninu známe. Zkusíme se "trefit" do nějakého čtverce, který bude co možná nejblíže výsledku; ten odhadneme jako a^2 , ale pak pochopitelně potřebujeme výsledek dopravit. Ten složitý postup, který najdete u Křišťana, je schován i v tom neumělém obrázku.

Cíl dnešní hodiny:

1. Dojít k poznání, že po několikerém přečtení dokážete pochopit i zprvu nepochopitelný Křišťanův výklad.
2. Historické poznání: tento způsob převálcoval počítání v Evropě a nahradil počítání na línách. Původní popisy tohoto postupu se jmenovaly "algoritmi de numero indorum", tedy "počítání s indickými číslicemi". O jeho rozšíření se zasloužili italští kupci a šířil se (pro lepší zapamatování) ve formě básně či dokonce písně. Ten náš, Křišťanův, je však psán v próze, tedy *prosaicus*.

Poznámka k pojmu „algoritmus“

Žijeme v době počítačů a slovo „algoritmus“ se stalo téměř zaklínadlem. Algoritmy nejsou v matematice žádnými nováčky. Pravdou sice je, že jejich význam v posledních padesáti letech nebývalé vzrostl, avšak za algoritmy můžeme považovat nejen postupy, jejichž jméno dává tušit dávný původ (Eukleidův algoritmus), ale i návody k řešení úloh, jež nacházíme například už v egyptských papyrech. Zmíněné dva případy samozřejmě svým stářím výrazně přesahují původ samotného slova „algoritmus“, které pravděpodobně vzniklo ze jména arabského učence AL-CHOREZMÍHO (asi 783-850). V Matematickém slovníku [Mathematisches Wörterbuch] z roku 1967 [14] se dočteme o algoritmu následující:

Algoritmus: Algoritmus na množině X řad znaků (slov) je metoda pro „efektivní“ transformaci řad znaků, přičemž o každé řadě znaků lze v konečném počtu kroků rozhodnout, zda ji lze z dané řady znaků získat použitím algoritmu, či nikoli. Doposud existují následující dvě přesné definice pojmu algoritmu: (1) PoSTova a (2) MARKOVOVA.

Dále se tamtéž dočteme, kdo je to algorista a abacista:

Algoristé (11.-17. stol.) — přívrženci písemného způsobu počítání v protikladu k počítání na desce. (srv. Abacisté) Abacisté (10.-15. stol.) — přívrženci počítání na desce („na liniích“) v protikladu k písemnému způsobu počítání s ciframi, (srv. Algoristé)

Něco podobného lze najít i v mnohem starší publikaci. KLUGELŮV Mathematisches Wörterbuch z roku 1803 uvádí:

Algorithmus, též algorismus, ve středověku, když byla v Evropě zavedena dekadická číselná soustava, znamenalo slovo novou metodu počítání. Slovo je složeno z arabského „al“ a řeckého „Arithmos“, jako Almagestum ... Původ slova pro západní matematiku znovu objevil italský historik matematiky BALDASSARRE BONCOMPAGNI

V 50. letech 19. století. Jeho čtenější užívání v matematické literatuře však začalo až po 2. světové válce [16]. Ve španělském výkladovém slovníku [5] se dočteme, že algoritmus je buď uspořádaný soubor operací, který dovoluje vyřešit problém, nebo metoda a značení různých forem výpočtu. To v podstatě odpovídá i heslu algoritmus v Encyklopedickém slovníku [4]: posloupnost konečného počtu elementárních kroků vedoucí k vyřešení daného problému. Podle Slovníku cizích slov [17] je pak algoritmus „účelně volený postup vedoucí k vyřešení všech úloh daného typu“. Konečně Malá československá encyklopedie [10] uvádí, že slovo algoritmus pochází z latiny, do češtiny se dostalo přes arabštinu a znamená: (v logice:) schematický postup pro řešení určité skupiny (třídy) úloh prováděný konečným počtem úkonů (kroků), přičemž každý z nich je přesně definován (v matematice:) postup skládající se z konečného počtu elementárních úkonů, který slouží k účelnému provádění určitého výpočtu platného pro celou skupinu stejnorodých úkolů; např dělení víceciferných čísel (v ekonomii:) postup, jak pomocí konečného počtu operací

dosáhnout řešení problému; je základem vzniku programu pro počítač při řešení ekonomicko-matematických úloh

Co se vlastně stalo s algoritmy ve 20. století? Především vznikla potřeba popsat postup výpočtu stroji, nikoli člověku. To samozřejmě vedlo k větší formalizaci jazyka, jímž jsou algoritmy psány. Také se postupně začala měřit kvalita algoritmů časem. Protože však nejsou všechny počítače stejně výkonné, bylo nutné najít způsob, jak popsat délku výpočtu, čímž se zabývá teorie složitosti.¹

Literatura

[4] Encyklopedický slovník. Odeon, 1993.

[5] Elpequeño ESPASA (španělský výkladový slovník). Madrid 1988.

[7] Stephen Korner: Philosophie der Mathematik. Eine Einführung. Nymphenberger Verlagshandlung, 1968.

[10] Malá československá encyklopedie. Academia Praha, 1984.

[14] Naas, Josef and Schmid, Herman Ludwig, editor. Mathematisches Wörterbuch mit Einbeziehung der theoretischen Physik. Akademie-Verlag GMBH, Teubner Verlagsgesellschaft, Berlin-Stuttgart, 3. vydání, 1967.

[16] Peter Schreiber. Algorithms and algorithmic thinking through ages. In Ivor Grattan-Guinness, editor, Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Science. Routledge, 1994.

[17] Slovník cizích slov. SPN Praha, 1981.

[18] Hermann Weyl: Raum, Zeit, Materie, Berlin, 1923.

¹ Helena Durnová. 2001 Otazníky kolem algoritmů In: Jindřich Bečvář, Eduard Fuchs (eds.): Matematika v proměnách věků. II. Praha: Prometheus, pp. 263–267. <http://dml.cz/dmlcz/401903>