

MUNI
PED

Aritmetika 2 – jaro 2021

2. prezentace

Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

RNDr. Petra Bušková

Znaky dělitelnost

- Uvedeme zde věty, na základě nichž rozhodujeme o dělitelnosti čísla jiným číslem, aniž bychom dělení provedli.
- Pro zjednodušení zápisu ve všech větách uvažujme přirozená čísla zapsaná v desítkové soustavě. Na základě předchozí prezentace lze věty o dělitelnosti rozšířit i na celá čísla.

- Přirozené číslo a je dělitelné **dvěma (pěti, deseti)** právě tehdy, když je dvěma (pěti, deseti) dělitelné číslo zapsané jeho cifrou nultého řádu.
- Přirozené číslo a je dělitelné **čtyřmi** právě tehdy, když je čtyřmi dělitelné číslo zapsané jeho posledním dvojčíslem.
- Přirozené číslo a je dělitelné **osmi** právě tehdy, když je osmi dělitelné číslo zapsané jeho posledním trojčíslem.
- Přirozené číslo a je dělitelné **třemi (devíti)** právě tehdy, když je třemi (devíti) dělitelný jeho ciferný součet (tj. součet všech čísel zapsaných jednotlivými ciframi v zápisu čísla a).
- Přirozené číslo a je dělitelné **jedenácti** právě tehdy, když je jedenácti dělitelný součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi sudého řádu zmenšený o součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi lichého řádu v zápisu čísla a .

Znaky dělitelnosti

= Na předchozím slidu chybí věta pro rozpoznání dělitelnosti **šesti** a **sedmi**. Přestože existují způsoby, jak bez výpočtu zjistit, zda je číslo dělitelné sedmi, jednoduché vydělení bývá rychlejší.

Znak dělitelnosti šesti si jistě snadno odvodíte z rozkladu $6 = 2 \cdot 3$.

– Zjišťování dělitelnosti **jedenácti** demonstrujeme na příkladu s číslem

28 037 856:

Součet čísel zapsaných ciframi sudého řádu: $8 + 3 + 8 + 6 = 25$

Součet čísel zapsaných ciframi lichého řádu: $2 + 0 + 7 + 5 = 14$

– Všechny znaky dělitelnosti ze 3. slidu plynou z obecnějších vět:

- Dělíme-li přirozené číslo a **dvěma (pěti, deseti)**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme dvěma (pěti, deseti) číslo zapsané cifrou nultého řádu v zápisu čísla a .
- Dělíme-li přirozené číslo a **čtyřmi**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme čtyřmi číslo zapsané jeho posledním dvojčíslím (u jednociferných čísel doplníme před cifru nulu).
- Dělíme-li přirozené číslo a **osmi**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme osmi číslo zapsané jeho posledním trojčíslím (u méně než trojciferných čísel doplníme před cifry nuly).
- Dělíme-li přirozené číslo a **třemi (devíti)**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme třemi (devíti) jeho ciferný součet.
- Dělíme-li přirozené číslo a **jedenácti**, dostaneme stejný zbytek, jako když dělíme jedenácti součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi sudého řádu zmenšený o součet čísel zapsaných jednotlivými ciframi lichého řádu v zápisu čísla a .

—Všechny věty na předchozím slidu lze dokázat pomocí věty následující.

Věta:

Je-li celé číslo a součtem dvou celých čísel, z nichž jedno je násobkem celého čísla b , pak druhé dává při dělení číslem b stejný zbytek jako číslo a .

Důkaz:

Zapišme si $a = c_1 + c_2$, kde $b|c_1$, můžeme tedy zapsat $c_1 = b \cdot x$, kde x je celé číslo. Původní rovnost tedy upravíme

Příklady

Příklad 1

Rozhodněte, zda je číslo 4 356 dělitelné čísly 2; 3; 4; 5; 8; 9 a 11. Pokud není některým z čísel dělitelné, určete zbytek po dělení.

Příklad 2

V číslech 437^* ; 32^* a 4^*54 nahradte symbol $*$ takovou cifrou, aby vzniklé číslo bylo dělitelné

- a) čtyřmi;
- b) osmi;
- c) devíti;
- d) jedenácti.

Uveďte vždy všechna řešení.

Příklady

Příklad 3

O pěticiferném čísle 448^{**} víme, že je dělitelné čísly 3 a 25. Doplňte cifry na místa hvězdiček. Najděte všechny možnosti.

Příklad 4

Z čísla 74 851 562 vyškrtněte čtyři cifry tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné pěti a třemi. Najděte všechny možnosti.

Příklad 5

Doplňte rodné číslo $950324/^{****}$ tak, aby bylo platné. Stačí uvést jednu možnost.

Příklad 6

Dokažte s využitím rozvinutého zápisu čísla kritérium dělitelnosti

a) čtyřmi

8 b) devíti