

MUNI
PED

Aritmetika 2 – jaro 2021

6. prezentace

Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

RNDr. Petra Bušková

Rozklad přirozeného čísla na součin prvočinitelů

Prvočíselný rozklad přirozeného čísla využíváme především k výpočtu největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku daných čísel a k určení počtu všech přirozených dělitelů daného přirozeného čísla.

Příklady - prvočíselný rozklad:

$$132 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$121 = 11 \cdot 11$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Výpočet největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku z rozkladu daných čísel na součin prvočinitelů.

Největší společný dělitel daných přirozených čísel je součinem všech prvočinitelů, kteří se současně vyskytují v prvočíselných rozkladech všech daných čísel, a to s nejmenším s vyskytujícími se exponentů.

Nejmenší společný násobek daných čísel je součinem všech různých prvočinitelů, kteří se vyskytují v rozkladech daných čísel, a to v největší mocnině.

Hledání $D(a,b)$ a $n(a,b)$ pomocí prvočíselného rozkladu

Příklad: Zjistěte $D(108, 90)$ a $n(108, 90)$.

Řešení:

$$108 = 2^2 \cdot 3^3 \quad 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$D(108, 90) = 2 \cdot 3^2 = 18$$
$$n(108, 90) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540$$

Určení počtu dělitelů

–Věta: Je li

$$a = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k}$$

rozklad přirozeného čísla $a > 1$ na prvočinitele, pak počet dělitelů čísla a je určen vztahem

$$(e_1 + 1)(e_2 + 1) \cdots (e_k + 1)$$

Všechny přirozené dělitele čísla a určíme jako všechny možné součiny prvočinitelů, přičemž každý prvočinitel, probíhá všechny mocniny od 0. po tu, ve které se vyskytují v rozkladu.

Příklad

– Zjistěte počet všech přirozených dělitelů čísla 90 a napište je všechny.

Řešení: $90 = 2 \times 5 \times 3^2$

Dělitelé neobsahující č. 5

1	1	3	9
1	1	3	9
2	2	6	18

Dělitelé obsahující č. 5

5	1	3	9
1	5	15	45
2	10	30	90

Číslo 90 má 12 přirozených dělitelů.

Příklady

1. Vypočítejte a) $D[n(84, 54), n(24, 132)]$
b) $n[D(84, 132), n(24, 54)]$
2. Zjistěte, zda platí: $D[n(48, 72), n(48, 144)] = n[48, D(72, 144)]$
3. Určete nejmenší nenulové přirozené číslo, kterým je třeba násobit
 - a) číslo 1224, abychom dostali druhou mocninu přirozeného čísla
 - b) číslo 600, abychom dostali třetí mocninu přirozeného čísla.

Příklady

4. Určete všechny přirozené dělitele čísel 68, 360, 504.
5. Určete počet všech přirozených dělitelů čísel 420, 824, 687.
6. Obdélník o rozměrech 56cm a 98cm se má rozdělit příčkami rovnoběžnými se stranami obdélníku na čtverce co možná největší. Kolik bude čtverců a jak velká bude jejich strana?
7. V krabici jsou tužky. Víme, že je jich více než 200 a méně než 300 a že se dají svázat do svazků po 10 a po 12. Kolik je tužek v krabici?