

Pravděpodobnost a statistika – sada zápočtových příkladů 023

Příklady chápejte současně jako otázky k ústní části zkoušky, kde byste měli reprodukovat, jak a proč počítáte, a to kterýkoli z příkladů. Tj. za příklady dostanete body do zkoušky, ale většina těchto bodů bude potvrzena až vaší správnou odpovědí u zkoušky.

Odevzdejte prosím příklady (stačí elektronicky emailem na mou adresu) nejpozději 7 dní předtím, než první z vaší skupiny půjde na ústní část zkoušky.

1. Je zadáno 40 hodnot jisté proměnné veličiny – odhadněte její střední hodnotu a rozptyl. Proveďte intervalové nebo bodové rozdělení četností (podle toho, které je vhodnější), nakreslete histogramy četností.
0.4921267, 3.3219678, 38.8066206, 14.6309954, 1.9703632, 7.2947356, 12.4288392, 2.6279973, 8.3344129, 1.9299357, 4.0256081, 1.4828808, 37.8077341, 18.3945389, 32.6432247, 17.0301610, 2.4607231, 28.9309938, 19.5878530, 7.7528176, 14.1472748, 2.0161392, 4.1302085, 16.2319249, 5.5160667, 7.2952105, 43.0393263, 46.4835631, 58.5853945, 20.7113246, 12.5810632, 1.1216113, 24.0919528, 6.8000172, 13.5876214, 7.9977263, 1.8310969 66.4886521, 11.4376927, 29.2266104.
2. Z histogramu četností v otázce 1 odhadněte, jaký pravděpodobnostní model z modelů probíraných ve výuce data nejlépe popisuje a proveďte χ^2 test, že se tento model pro popis dat hodí (parametry, které potřebujete získat pro teoretický model, odhadněte z naměřených hodnot).
3. Pro $\alpha = 0,05$ testujte hypotézu, že střední hodnota průměru měření veličiny z otázky 1 je ve skutečnosti rovna 11.
4. Zjistěte p -hodnotu předchozího testu z otázky 3. Pomoc, kterou asi budete potřebovat: Pokud jste v předchozí otázce použili t -test (což jste udělali dobře), je možné, že budete nyní potřebovat spočítat obsah podgrafu hustoty t -rozdělení v jiných mezích, protože v tabulce t -testu ve skriptech se vyskytuje jen několik kritických hodnot – zkuste použít jazyk R nebo Excel k nalezení potřebného obsahu podgrafu.
5. Sestrojte 95%-ní interval spolehlivosti pro střední hodnotu průměru 40 hodnot veličiny z otázky 1. V jakém vztahu je tento interval s výsledkem testu v otázce 3?
6. Najděte kvantily následujících diskretních rozdělení psti, ovšem nestačí výsledek – měli byste využít vektor dostatečného počtu¹ hodnot pstí $p(k)$, a také příslušných kumulativních pstí $c_p(k)$, které uveďte do tabulky jako součást vašeho řešení.
 - a) Najděte 0,92-quantil rozdělení $Bi(N = 25, p = 0,75)$.
 - b) Najděte 0,81-quantil rozdělení $Po(\lambda = \frac{1}{6})$, kde λ je průměrný počet výskytů jisté náhodné události za hodinu (o jakou náhodnou událost by se mohlo například jednat?).
7. Najděte kvantily následujících spojitých rozdělení psti pomocí distribuční funkce $F(x)$, ovšem nestačí výsledek, musíte provést a popsat celý postup – dále nemůžete využít žádný software, pouze kalkulačku, pokud se týká exponenciálního rozdělení, nebo tabulku distribuční funkce rozdělení U , pokud se týká normálního rozdělení.
 - a) Najděte 0,81-quantil rozdělení $Exp(\lambda = \frac{1}{6})$.
 - b) Najděte 0,92-quantil rozdělení $No(\mu = 300, \sigma = 20)$.
8.
 - a) Pomocí binomického rozdělení vypočtete: Experti odhadují, že o šampon V-protilup bude mít zájem jen 75% jeho bývalých uživatelů, protože po vánocích podražil o padesát procent. Vypočtete pst (za předpokladu správnosti odhadu expertů), že ze 25 bývalých uživatelů si jej v drogerii nadále koupí 15 a více lidí.
 - b) Pomocí náhrady binomického rozdělení normálním s korekcí vypočtete přibližně pst z části (a).
9.
 - a) Veličina X má rozdělení Poissonovo s průměrným počtem výskytů náhodné události $\lambda = \frac{1}{6}$ za hodinu. Jaká je pst, že za konkrétní hodinu měření veličiny dojde ke dvěma až pěti výskytům této události?

¹Pokud k nabývá nekonečně mnoha hodnot, nemusíte je všechny vypisovat, stačí ta správná část :-).

- b) Pomocí náhrady Poissonova rozdělení normálním s korekcí vypočtete přibližně pst z části (a).
10. a) Náhodná veličina Y má rozdělení $Exp(\lambda = \frac{1}{6})$, kde λ je průměrný počet výskytů za hodinu. Vypočtete psti $P(Y < 15min)$, $P(Y > 30min)$... uveďte celý výpočet, nejen výsledek.
- b) Náhodná veličina X má rozdělení $No(\mu = 300, \sigma = 20)$. Vypočtete psti $P(X < 305)$, $P(X > 315)$... uveďte celý výpočet, včetně využití tabulek distribuční funkce rozdělení U .