

MA0012 Matematická analýza 3 — jaro 2022

Zadání pro kolokvium

Podmínky a pokyny ke zpracování

- (1) Každý student si vybere a samostatně zpracuje sadu libovolných příkladů z uvedeného seznamu tak, aby bylo dosaženo splnění *podmínky* absolvování. Je nutné vybírat příklady *různých typů*.
- (2) *Podmínkou* úspěšného absolvování je správné vyřešení alespoň 40% všech příkladů na seznamu.
- (3) Zpracované zadání student na kolokviu vyučujícímu ve stručnosti okomentuje.
- (4) Termíny kolokvia jsou čtvrtky 31.3., 7.4., 14.4. v době a na místě konání výukové hodiny MA0012 dle rozvrhu.
- (5) Účast na kolokviu je možná po absolvování kontrolního testu přes odpovědník “Kontrolní test”.

Kontrolní test obsahuje 15 otázek s několika možnými variantami odpovědi, z nichž je potřeba většinou zvolit jedinou správnou (až na pár otázek, kde je správných odpovědí více). Účelem testu je ověřit ovládání základních pojmů, souvisejících s typy diferenciálních rovnic a jejich řešení.

1. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' - \frac{2y}{x} = -x^2 y^2$$

2. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' = e^{-x-y},$$
$$y(0) = e - 1$$

3. Nalezněte obecný integrál diferenciální rovnice

$$y' + xy = x^3 y^3$$

4. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' = e^{x-y}$$

5. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' - \frac{\ln(\ln x)}{x \ln(x)} y = 0$$

6. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' + \frac{3x^2}{2y} = 0$$

7. Určete řešení diferenciální rovnice

$$y' + xy = x^3 y^3$$

vyhovující podmínce $y(1) = 0$.

8. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' - x(y^2 - 4) = 0$$

9. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' + xy = -\frac{1}{2}xy^2$$

10. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' - xy = -\frac{x}{4},$$

$$y(0) = 1$$

11. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' + xy = -\frac{x}{2}$$

12. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' + \frac{y}{x^2 + 1} = \frac{2}{3x^2 + 3}$$

13. Vyřešte diferenciální rovnici

$$2y'' + 5y' + 3y = -25e^{3x}$$

14. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x}$$

15. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' + 6y' + 9y = 9x^3 - 81x^2$$

16. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' + 6y' + 9y = 2e^{-3x}$$

17. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' + 6y' + 9y = 2e^{3x}$$

18. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 4y' + 8y = e^{2x}(2 \sin 2x - \cos 2x)$$

19. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 4y' + 8y = e^{3x}(2 \sin x - \cos x)$$

20. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 4y' + 5y = (16 - 12x)e^{-x}$$

21. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$$

22. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 4y' + 3y = (-3 \sin x + 4 \cos x)e^x$$

23. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' = 2^{2x-y},$$

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

Nápověda: Využijte počáteční podmínku a vylučte konstantu ihned po integrování.

24. Vyřešte diferenciální rovnici

$$(1 + e^x) y' = e^x y$$

25. Ověřte řešitelnost počáteční úlohy

$$xy' + y(1 + \ln y) = 0,$$

$$y(1) = 0$$

26. Vyřešte diferenciální rovnici

$$-x^2 y' + y \ln y = 0$$

27. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' + 16y = x + e^x$$

28. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 16y = x + e^x$$

29. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 9y = \sin x + 1$$

30. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 4y' + 4y = e^x + \frac{1}{2}$$

31. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} + e^{-x}$$

32. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' + 4y = -1$$

33. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' + \frac{e^x - 1}{e^x + 1} y = 0$$

34. Vyřešte uvedenou diferenciální rovnici a určete její řešení splňující dodatečnou podmínku $y(1) = -\ln 2$:

$$xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y$$

35. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' + \frac{e^{-x} + 1}{e^{-x} - 1} y = 0$$

36. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' + \frac{e^{-x}}{e^{-x} - 1} y = 0,$$

$$y(1) = 1$$

37. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' + \frac{2}{x} y = 0,$$

$$y(1) = 1$$

38. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' + 2y = -2,$$

$$y(1) = -1$$

39. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' + 3y = -1,$$

$$y(0) = 0$$

40. Vyřešte počáteční úlohu $y(0) = 0$ pro diferenciální rovnici

$$y' = (x - y)^2 + 1$$

41. Nalezněte obecný integrál diferenciální rovnice

$$x^2 + xy y' = -2xy$$

42. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' = y - 2y^2,$$

$$y(0) = 0$$

43. Vyřešte počáteční úlohu

$$y' = y - 3y^2,$$

$$y(0) = 1$$

44. Vyřešte diferenciální rovnici

$$x^2 y' = -3\sqrt{y}$$

45. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' = -64y + x \left(1 + \ln \frac{1}{e} \right)$$

46. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

47. Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' + 36y = -\frac{1}{2}$$

48. Vyřešte počáteční úlohu $y(0) = -1$ pro diferenciální rovnici

$$y' = (x - y)^2 + 1$$