

ROZVOJ KOMBINAČNÍHO MYŠLENÍ

**VARIACE A KOMBINACE S
OPAKOVÁNÍM NA ZŠ**

ZADÁNÍ

- Navrhněte soubor matematických úloh, které mohou řešit žáci ZŠ bez znalostí vzorců. Jakými metodami mohou žáci řešit tyto úlohy?
 - Řešte nejdříve jednodušší verze úloh tak, aby bylo možno úlohy řešit intuitivně

RVP ZV

- Cílové zaměření vzdělávací oblasti:
 - Rozvíjení kombinatorického a logického myšlení, ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů
- **NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY**
 - Očekávané výstupy:
 - **M-5-4-01** řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky
 - **M-9-4-01** užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací
 - **M-9-4-02** řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí

VARIACE S OPAKOVÁNÍM

- Z nějaké množiny objektů vybíráme určitý počet prvků a **záleží** nám na pořadí, v jakém tyto prvky vybíráme
- Prvky se mohou opakovat

- Způsoby řešení úloh na ZŠ
 - Vypsání všech možných kombinací
 - Problém – Nelze použít při velkém množství možností
 - Výpočet

PŘÍKLAD 1

- Vytvořte všechny možné dvoučlenné variace s opakováním z prvků a, b, c.

Vypsání možností: (a, a), (a, b), (a, c)

(b, b), (b, a), (b, c) => **9**

(c, c), (c, a), (c, b)

Výpočet: __

$$\underline{3} \cdot \underline{3} = 3^2 = \mathbf{9}$$

Odpověď: Dvoučlenných variací s opakováním ze 3 prvků lze vytvořit 9.

PŘÍKLAD 2

- Bezpečností sejf je zabezpečen dvoumístným kódem. Na sejf je k dispozici 5 číslic (1, 2, 3, 4, 5), ze kterých můžeme bezpečnostní kód poskládat. Určete všechny možné kombinace čísel, které musíme vyzkoušet, abychom se do sejf dostali.

Vypsání možností: 11 12 13 14 15

21 22 23 24 25

31 32 33 34 35

41 42 43 44 45

51 52 53 54 55

=> 25

Výpočet: _ _

$$\underline{5} \cdot \underline{5} = 5^2 = \mathbf{25}$$

Odpověď: Počet všech možných kombinací je 25.

PŘÍKLAD 3

- Kolik různých slov dokážeme vytvořit z písmen anglické abecedy (a, b, c, ..., x, y, z, je jich 26), pokud má mít slovo 6 znaků?

Vypsání možností: aaaaaa aaaaab aaaaba aaabaa ...

Výpočet: _ _ _ _ _

$$\underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{26} = 26^6 = \mathbf{308\ 915\ 776}$$

Odpověď: Z anglické abecedy je možné vytvořit celkem 308 915 776 slov se 6 znaky.

PŘÍKLAD 4

- Hodíme třemi kostkami - bílou, modrou, žlutou.
 - a) Kolik různých výsledků můžeme dostat?
 - b) Kolika způsoby může padnout součet 13?

a) Vypsání možností: 111 112 121 211... b) Vypsání možností:

Výpočet: $_ _ _ \rightarrow \underline{6} \underline{6} \underline{6} \rightarrow 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = \mathbf{216}$

[6;5;2] [2;5;6] [2;6;5] [5;6;2] [6;2;5] [5;2;6]
[6;4;3] [6;3;4] [3;4;6] [3;6;4] [4;6;3] [4;3;6]
[6;6;1] [6;1;6] [1;6;6]
[5;4;4] [4;5;4] [4;4;5]
[5;5;3] [5;3;5] [3;5;5] $\Rightarrow \mathbf{21}$

Odpověď: Můžeme dostat 216 různých výsledků a možností, jak může padnout součet 13 je 21.

KOMBINACE S OPAKOVÁNÍM

- Z množiny prvků vybíráme určitý počet prvků a **nezáleží** nám na pořadí, v jakém tyto prvky vybíráme
- Prvky se mohou opakovat

- Způsoby řešení úloh na ZŠ
 - Vypsání všech možných kombinací
 - Problém – nelze použít u velkého počtu možností

PŘÍKLAD 1

- Vytvořte všechny možné dvoučlenné kombinace s opakováním z prvků a, b, c.

Vypsání možností: (a, a), (a, b), (a, c),

(b, b), (b, c), => 6

(c, c)

Odpověď: Dvouprvkových kombinací s opakováním z prvků a, b, c lze vytvořit 6.

PŘÍKLAD 2

- Kolik různých částek můžeme zaplatit třemi mincemi, máme-li v peněžence koruny, dvoukoruny a pětikoruny a z toho každý druh alespoň po pěti kusech?

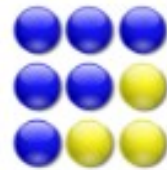
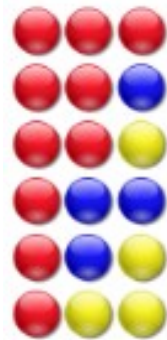
Vypsání možností: 111 112 115 122 125
155 222 225 255 555 => 10

Odpověď: Můžeme zaplatit 10 různých částek.

PŘÍKLAD 3

- V sáčku je mnoho červených, modrých a žlutých kuliček. Kolik různých možností máme, chceme-li si vybrat 3 z nich?

Vypsání možností:



=> 10

Odpověď: Máme 10 různých možností, jak vybrat 3 kuličky.

PŘÍKLAD 4

- Petrova maminka upekla 3 druhy koláčů - makové, ořechové, tvarohové. Od každého 5 kusů. Určete, kolika způsoby si Petr může vybrat 4 koláče.

Vypsání možností: MMMM

MMMO, MMOO, MOOO

MMMT, MMTT, MTTT

Oooo, OOOT, OOTT, OTTT => 15

TTTT

MMTO, TTMO, OOTM

Odpověď: Petr si může vybrat 4 koláče 15 způsoby.

ZDROJE

- Klatovský, J., *Výuka kombinatoriky na 2. stupni základní školy*. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/n8zog/diplomka_-_verze_2.pdf?fbclid=IwAR3OSbKLjcM9Qxl2nWed1XaitMtTSOnBAuug0J0Ot6QCHdM1Yf1bf6tynZA
- Matematika.cz. *Variace s opakováním*. Dostupné z: <https://matematika.cz/variace-opakovani>
- Matematika.cz. *Kombinace s opakováním*. Dostupné z: <https://matematika.cz/kombinace-opakovani>
- Národní ústav pro vzdělávání. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Dostupné z: <file:///C:/Users/S%C3%A1ra/Downloads/RVP%20ZV%202021%20zmeny-1.pdf>
- Stančíková, M., *Kombinatorika – Webová učebnice pro žáky středních škol*. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/ycgxr/web/pages/07-kombinace_s.html