9. ŠKOLSTVÍ V PŘERODU – padesátá a šedesátá léta 19. století

9.1 Školský systém

Revoluční kvas, který koncem čtyřicátých let 19. století zachvátil celou Evropu včetně Rakouska, měl odraz i ve školství. Jako první byl v našich zemích změněn vyučovací jazyk. Např. v pražské německé týnské škole bylo mezi 1 168 žáky zjištěno necelých 150 Němců; proto bylo povoleno, aby se z ní 18. března 1848 stala *první česká hlavní škola.* A již v průběhu roku 1848 se stal mateřský jazyk jazykem vyučovacím ve všech triviálních a hlavních školách, i když se žáci měli již od 2. třídy seznamovat se základy němčiny. Po pádu Bachova absolutismu se roku 1861 i rakovnická reálka stala první reálkou s českým jazykem vyučovacím.

Roku 1848 vzniklo i první ministerstvo školství, což se okamžitě projevilo vydáváním nových předpisů. Zdůrazňovaly, že škola je povinná pro všechny žáky, že učí i vychovává, že slouží církvi a zájmům určitého vyznání, což vedlo k zakládání konfesijních škol, že obecné školy jsou obecními ústavy, o které se stará obec.

Obecnými školami se začaly nazývat přetrvávající školy triviální, které byly farní nebo v místech bez fary filiální.

Hlavní školy ve městech byly čtyřtřídní. Podle výnosu z 16. 8. 1849 se jejich čtvrté třídy někde změnily ve školy zvané *měšťanské*, nebo také *nižší školy realné* o dvou, popř. o třech ročnících. Školy měšťanské byly pokračováním škol obecných a zůstaly s nimi ve spojení organizačním; jejich úkolem v tom případě nebylo připravovat žáky pro vyšší reálné školy nebo pro studium technické; vzdělávaly mládež, která se měla věnovat obchodu, řemeslům nebo zemědělství.

Normalní (vzorné) *školy hlavní* měly i nadále připojeno *učitelské studium* a měly být proto vzornými školami s nejlepšími učiteli a pomůckami, s třídami nepřeplněnými žactvem.

Vzdělání učitelů bylo prodlouženo na jeden rok a na zvláště dobrých školách na dva roky. Mezi předměty bylo i počítání a kreslení s měřictvím; žáci měli získat zručnost v počítání pamětném i písemném, hbitost v počítání s čísly přirozenými i lomenými, měli se podrobně seznámit se školní početnicí. [Cvičebná kniha k vyučování v počtech]

Učiteli na nižších reálkách se mohli stát absolventi šestitřídní reálky (viz dále), kteří absolvovali dvouleté učitelské studium odborně zaměřené do tří skupin. Druhá skupina obsahovala aritmetiku, geometrii a rýsování, stavitelství, kreslení a přírodozpyt, ve třetí skupině byl přírodopis, přírodozpyt, chemie a aritmetika.

V padesátých letech trvala i nadále povinnost návštěvy *opakovacích hodin* pro mládež dvanácti až patnáctiletou; opakovací hodiny se konaly v sobotu nebo v neděli dopoledne a pilná návštěva byla podmínkou pro získání výučního listu. Dívčí školy se podle místních poměrů zřizovaly odděleně od chlapeckých; osnovy měly téměř shodné se školami chlapeckými; v některých předmětech byl počet hodin týdně o něco nižší, zato měly dívky navíc ženské ruční práce, zpěv, kreslení.

Bachovský absolutismus podle konkordátu, tj. smlouvy mezi státem a papežem, stanovil, že *Veškero vyučování … bude nauce církve katolické přiměřeno* a *Všichni učitelé katolických obecných škol postaveni budou pod dohlídku církevní.* Vyučování i porady učitelů musely začínat modlitbou a církevním zpěvem.

Povinná školní docházka trvala i nadále šest let, od 6 do 12 let věku, avšak od 9 let mohly být děti zaměstnány v továrnách; na náklady továrníka měla se však pro ně zřídit večerní škola (po deseti až dvanácti hodinách práce!) a nedělní a sváteční škola.

V roce 1849 vyšel i nový zákon o gymnáziích a nižších a vyšších reálkách, začaly vznikat i střední odborné školy, o jejichž potřebě se začalo uvažovat již v polovině 19. století (viz 7.1).

9.2 Obecná škola

Učební osnova obecné školy se proti předchozímu období triviálních škol nezměnila; škola obecná měla však povinnost *vpravit žactvu tolik vědomostí, aby tito ve čtvrté třídě hlavní školy s prospěchem mohli pokračovat.* [J. Šafránek, 1897]

Hlavní škola ve městech byla čtyřtřídní, *počty* byly v učebním plánu zařazeny takto:

Třída	Hodin týdně	Učivo	Celkový počet hodin týdně
I.	4	cvičení pojmů početních do sta	22
II.	4	pamětné i ciferné počty	22
III.	4	zlomky obyčejné a operace s nimi	23
IV.	4	poměry, srovnalosti (tj. úměry), trojčlenka	25

Učebnice i nadále vydával c. k. školní knihosklad; na podporu osvojení němčiny byly v nich důležité poučky napsány i německy.

Předepsanou učebnicí byla *Cvičebná kniha k vyučování v počtech* (1855).

V prvním ročníku triviální školy se počty neučily. Ve druhém poznávali žáci numeraci a hned na 2. a 3. stránce učebnice četli čísla jako 913120842 a jejich užití v příkladech *Slunce je* 1395324 *krát větší nežli naše země. Císařství rakouské má* 36951164 *jiter rolí a rýžových polí,* 1759271 *jiter vinic,* 114462 *jiter lesů olivových a kaštanových,* 11595152 *jiter luk a zahrad,* 12377233 *jiter pastvin a* 35307355 *jiter lesů, všeho* 90104637 *jiter zdělaného pozemí.*

Čtyři početní výkony, *tvary*, se prováděly zpočátku s čísly *nejmenovanými a jednojmennými* vždy nejprve zpaměti a pak písemně. Písemné dělení má tento tvar:

$$
\begin{array}{lrl}
92000 & /\ 78503717\ / & 853\ \frac{27717}{92000} \\
 & \underline{736000} & \\
 & 490371 & \\
 & \underline{460000} & \\
 & 303717 & \\
 & \underline{276000} & \\
 & 27717 &
\end{array}
$$

Pak následuje počítání s čísly vícejmennými s komplikovanými převody mincí, měr a vah.

U dělitelnosti čísel se probírala obvyklá pravidla dělitelnosti a nejmenší společný násobek.

Zlomky se znázorňovaly dělením úsečky, žáci se učili zlomky rozšiřovat a krátit a provádět s nimi čtyři početní výkony.

V numeraci desetinných zlomků znamenají cifry před desetinnou tečkou *celky*, cifry za ní se jmenují *desetinice*. Probíraly se čtyři početní operace. Motivaci a podklady k pochopení desítkové soustavy neposkytovala však soustava měr a vah.

Závěr učebnice tvoří výklad *o počtech poměrových a srovnalostech* (poměry a úměry). Poměr je sestupný, je-li jeho vykladatel větší než jedna (6 : 3), a vzestupný s vykladatelem menším než jedna (3 : 6). Poměry se krátily, probraly se přípustné úpravy v úměrách. V 19 situacích se má určovat přímá a obrácená srovnalost, což je příprava pro trojčlenové pravidlo a řešení úloh.

Důležitou částí učebnice byl přídavek s přehledem rakouských měr, vah a mincí.

9.3 Metody práce

Metody práce je možné poznat z oficiálních metodik, které vydalo c. k. nakladatelstvo školních kněh. První z nich je *Methodika počtův z paměti ...* z roku 1855.

V obecné části se hovoří o důležitosti vyučování počtům a zdůrazňuje se, že *počítání zpaměti poskytuje mnohem větší svobodu a mnohem větší cvik v myšlení, nežli počítání ciframi*, mluví se o výhodách počtů zpaměti, a jak spojovat počítání zpaměti s počítáním písemným.

Metodické návody pro výklad oboru číse1 od 1 do 10 a pak i do 20 přesně sledují *Grubeho monografickou metodu*, o níž jsme se zmínili v předchozí kapitole:

V tomto oboru čísel, jehožto všestranné nazírání vyplňovati bude první půlletí, porovnává a měří se každé číslo se všemi předcházejícími, a rozmanité tyto vztahy ukazují se i také ve svém užití na případy početní z obecného života. Jakmile si žák představovati má vyšší číslo, hned se naučí toto nové číslo všemi možnými způsoby spojovati se čísly předcházejícími a již pochopenými.

Ukážeme si konkrétní postup na výtahu z § 11 *Čtyry.*

Zde jsou tři čárky; i přidělám ještě jednu čárku. Tři čárky a jedna čárka jsou čtyry čárky. Kolik čárek je tedy nyní na tabuli?

Co má 4 *nohy: stůl, stolice, armara, postel, čtyřnohá zvířata, čtyři žejdlíky jmenujeme más, čtyři kvintle jmenujeme lot, … loket má čtyry čtvrtky (míry a mince ukazovat).*

Kolikrát se 1 *nachází ve* 4*?* 1 *je čtvrtý díl čili čtvrtina ze* 4*. Žejdlík piva je za* 1 *groš; kolik grošů stojí más?* (1 más = 1,4 litru.) *Kolik je* 3 *krát* 1 *a* 1*? Kdybys ode* 4 *odejmul* 3 *krát* 1 $(1+1+1)$, *kolik by to zbylo?*

Kolik jsou 2 *a* 2*? Kolikrát jsou* 2 *obsaženy ve* 4*? …* 2 *je polovice ze* 4*, a* 4 *jsou dvojnásobek ze* 2*. – Tužka je za* 2 *kr., zač jsou* 2 *tužky? … Na košilku potřebuje matka* 2 *lokte plátna; kolik košilek může ušíti ze* 4 *loktů plátna? …*

Kolik jsou 3 *čárky a* 1 *čárka? … Tato světnice má* 3 *okna do ulice a* 1 *okno do dvora; kolik je to oken dohromady? … Kolikrát můžeme* 3 *odejmouti od* 4*?* 1*nou a ještě zbude* 1 *… Petr dostal od matky* 4 *jablka, Pavel jen polovic; kolik jich dostal Pavel? … Marie dala za svíčku dva dvoukrejcárky, a dostala krejcar zpátky; zač byla ta svíčka? … Frantík má* 4 *kr.,* 2 *kr. z nich dá sestře, za* 1 *kr. koupí si třešní, a dostane pak* 3 *kr. od strýčka; kolik peněz bude míti ke konci?*

Teprve pak učí učitel zapsat číslo 4 číslicí a zapisuje početní výkony číslicemi, ale bez znamení početních výkonů:

Kolik je

1 *a* 1 2 *a* 1 3 *a* 1 1 *a* 2 2 *a* 2 1 *a* 3

Kolik zbude

1 *od* 2 1 *od* 3 1 *od* 4
2 *od* 3 2 *od* 4
3 *od* 4

Kolikrát je

1 *nou* 1 1 *nou* 2 1 *nou* 3 1 *nou* 4
2 *krát* 1 2 *krát* 2
3 *krát* 1
4 *krát* 1

Kolikrát je obsaženo

1 *ve* 1 1 *ve* 2 1 *ve* 3 1 *ve* 4
2 *ve* 2 2 *ve* 3 2 *ve* 4
3 *ve* 3 3 *ve* 4
4 *ve* 4

Z ukázky vidíme a od čísla 5 je to i nadpisy zdůrazněno, že každé číslo se probírá podle tohoto schématu:

a) bezprostřední nazírání,

b) porovnávání se všemi předcházejícími čísly,

c) rozličná užití (slovní úlohy),

d) cifra 5,

e) počítání z předu a pozpátku,

f) opakování číselných spojek v pořadech (všechny 4 početní výkony do probíraného čísla).

Při probírání číselného oboru do 100 se desítky znázorňují čárkami po desíti v řádku, čísla přes 100 do 1000 se již neznázorňují.

Početní operace v těchto číselných oborech začínají přičítáním *jednušky*: *V jedné zahradě jsou* 24 *hrušky a jedna broskev; kolik je to ovocných stromů?* Pak se připočítávají dvojky, trojky, ... desítky.

Přitom zvláštní zřetel míti sluší k takovým případům, kde se připočítáváním proměňují desítky.

Kolik je 27 *a* 9*?*

Nejsnáze se v takových případech připočítává pomocí počtu desítkového; t. j. připočte se k 27 *nejprvé tolik jednotek, kolik jich do* 30 *schází, a pak se ke* 30 *přidají ještě ostatní jednotky, totiž:* 27 *a* 3 *je* 30*, a* 6 *je* 36*.*

K témuž výsledku přišli bychom ostatně i následujícími rozsudky: 27 *a* 10 *je* 37*;* 27 *a* 9 *ale o* 1 *méně než* 37*, totiž* 36*. Nebo* 21 *a* 9 *je* 30*;* 27 *a* 9 *ale o* 6 *víc, tedy* 36*. Anebo* 7 *a* 9 *je* 16*,* 20 *a* 16 *je* 36*.*

Třetí kapitola obsahuje násobení čísel. Jako základ se probírá malá násobilka názorně na čárkách a prutech; násobení čísel větších než 10 jednociferným číslem se provádí rozkladem.

Čtvrtá a pátá kapitola obsahují *Obsazenost jednoho čísla ve druhém* a *Dělení čísel*; poznáváme v nich operace zvané později měření a dělení na díly.

Kolikrát jsou 3 *obsaženy v* 69*?* 3 *v* 6 *obsaženy jsou* 2 *krát, v* 60 *tedy* 20 *krát,* 3 *v* 9 3 *krát, dohromady* 23 *krát.*

Když menší číslo větší jest než 10 *... Počítání v takových je obyčejně těžší; proto jen na některých snadnějších úkolech přestati sluší.*

Dělení čísel začíná vysvětlením poloviny, třetiny, čtvrtiny. Uvádí se polovina (půl, půlka, polovice, polovička celku) jablka, úsečky, archu papíru a zápis $\frac{1}{2}$; obdobně $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$.

Mají-li se 2 *jablka třem dětem rozdat, jak se stane rozdělení? Nejprve se jedno jablko rozdělí na* 3 *rovné částky, a dá se každému dítěti taková třetina; potom se též tak rozdělí druhé jablko na* 3 *rovné částky a dá se každému dítěti opět po třetině. Každé dítě dostane tedy* $\frac{1}{3}$ *a ještě* $\frac{1}{3}$ *tedy* $\frac{2}{3}$*. Kolik je tedy třetina ze* 2*?*

Větší dělení může se často provésti menším rozdělováním. Rozdělíme-li číslo k. p. na 5 *rovných dílů, a potom každý díl opět na* 3 *rovné díly: bude celé dané číslo na* 15 *rovných dílů rozděleno. Máme-li hledati* 15*tý díl ze* 75*, vezmeme nejprve* 5*tý díl ze* 75*, a z tohoto, totiž z* 15*, zase* 3*tí díl; čímž dostaneme* 5*.*

Ovšem *Dělení z paměti bývá často obtížné, a jen se schopnějšími žáky mohou se některé takové příklady probrati.* K usnadnění výpočtů zpaměti se opět uvádějí nám už známá pravidla s příklady:

Za kolik krejcarů kus, za dvakrát tolik šestáků tucet.

Kolik krejcarů na den, tolik půlzlatých za měsíc.

Kolik krejcarů za den, 6 krát tolik zlatých za rok.

Zpaměti se ještě počítají úroky ve výši 4 %, 5 %, 6 % za 1 rok, za několik let (jednoduché úrokování), za měsíce a dny. Tím končí možnosti počítání zpaměti, a proto jsou v přídavku obsaženy *Počátkové počtů cifrových* jen s menšími čísly.

Metodika výkladu písemných výpočtů je obsažena v další knize nazvané *Methodika počtů cifrových*, vydaná opět bez uvedení autora v c. k. nakladatelství školních knih v roce 1857. V jejím úvodu je např. zajímavá pasáž, která posuzuje vhodnost a nevhodnost učebnic a cvičebnic pro obecnou školu:

Prostředky učebné.

Vlastní kniha učebná počtův cifrových ve škole obecné dětem do rukou se nehodí. Jestliže učitel při vyučování povinnost svou vykonal, je učebná kniha taková nazbyt; pakli toho nevykonal, tedy kniha, byť sebe zřetelněji a obšírněji byla sepsána, pro nízkou vyvinutost žákův nikterak nenahradí živého slova. Naproti tomu pak bude ke zdaru učení početního jistě prospěšné, dáli se žákům kniha cvičebná, methodicky spořádaná a hojná sbírka příhodných úkolův početních, kteréby se dílem rozhodovaly ve škole, dílem k domácímu vypracování ukládaly. Říkání do péra čili diktování úloh v mnohém ohledu bývá na škodu; ve škole se tím mnoho času promaří, kteréhoby se příhodněji užiti mohlo k vyvinovacímu vyučování, k cvičení a obracení pravidel ke skutečným případům; diktované úlohy mimo to často bývají chybně napsány, nezřídka přijdou k ztracení, a účel předložený zůstane nedosažen.

Aby ostatně žáci výsledky, kterých ve škole postupem heuristickým nabyli, trvale sobě vštípili, aby k pracím domácím jistá měli vodítka: potřeba jest, aby ve knize cvičebné i také pravidla při jednotlivých tvarech početních vyvinovaná stručným slohem a přirozeným postupem byla postavena, a aby každému pravidlu několik příkladův s čísly bylo předesláno, a na nich odůvodnění pravidla zkrátka ukázáno.

Podle zásad těchto složena jest uvedená v našich školách: C v i č e b n á k n i h a k v y u č o v á n í v p o č t e c h p r o ž á k y III a IV t ř í d y o b e c n ý c h š k o l. Jak by učitel při jednotlivých oddílech postupovati měl, aby kniha tato v rukou žákův obmyšlený užitek přinesla, šíři vyloženo bude v následujícím methodickém navedení.

V obecné části zdůrazňuje autor užití heuristické metody, při které žáci sami hledají, jak nejlépe úkol řešit. *Učitel prohřešil by se proti předmětu tohoto i proti vyvinování mysli lidské, kdyby pravidla počtářská žákům předkládati chtěl jako něco daného, jako pouhý výmysl cizího důmyslu.* Při heuristické metodě musí si učitel počínati d i a l o g i c k y. K trvalosti vědomostí je potřebí cvik a opakování.

Rozeznává se počítání prosté a úkoly praktické, tj. počtářství užité. První slouží k získání hbitosti, druhými se má dosíci toho, aby žáci jednotlivé operace dovedli použít v problémech praxe.

Důležitou zásadou je postup od snadnějšího k těžšímu. Mezi úlohy je potřeba zařazovat i úlohy řešené pomocí znalostí z dřívější doby.

Při řešení úloh z praxe je vhodné dát žákům čas na rozmyšlenou, jak by se měl problém řešit, neptat se hned na početní výkon. Teprve když si žák neví rady, pomáhá mu učitel dalšími otázkami apod.

Důležité jsou i domácí úkoly, protože ve škole se vše nenacvičí.

Samostatný oddíl je věnován rozdílům ve vyučování na škole venkovské a městské. Zdůrazňuje se, že pro venkovany důležitější, protože v životě obvyklejší, je počítání zpaměti; na hodinách, které je mu věnováno, se nemá šetřit. Naproti tomu je možné omezit počítání písemné na úlohy v praxi potřebné. Je také možné omezit počítání se zlomky jen na zlomky s malými čísly a násobit a dělit zlomky jen celými čísly. Zlomky desetinné se mají vypustit. Na venkovských školách je zbytečné vykládat poměry a úlohy *reguladetrické*, tj. řešené trojčlenkou; měly by se řešit bez poměrů ústně nebo s většími čísly písemně podle pravidla dvoučlenového (přechodem přes jednotku). Vzhledem k tomu, že venkovské děti musejí doma pomáhat v hospodářství, má se omezit i počet domácích úkolů.

Zvláštní pozornost věnuje kniha práci učitele na málotřídních školách, kde je potřeba zřídit oddělení podle úrovně žáků a oddělení vyučovat samostatně. Je však možné, aby mladší žáci řešili problémy zpaměti a starší písemně. Tyto obecné pokyny jsou podrobněji obsaženy ve skriptu [J. Šedivý a kol., 1987].

Kniha pak obsahuje podrobné metodické návody k numeraci, k početním výkonům, k počítání s čísly vícejmennými, k dělitelnosti čísel, k počítání s obyčejnými zlomky, s desetinnými zlomky a zařazuje i metodické rozbory úloh z platné učebnice. Uveďme alespoň ukázku:

Známky dělitelnosti čísel.

Když si žáci mnohými příklady k jasnému vědomí přivedli, co jest d ě l i t e l n o s t (Theilbarkeit), co p r v o č í s l a (Primzahlen) a co č í s l a složená (zusammengesetzte Zahlen), vyloží jim učitel známky, po kterých se poznává, zdali číslo nějaké dělitelno jest 3*mi,* 4*mi,* 5*ti aneb jinými menšími čísly. Mnohým žákům postačí, když pravidla o dělitelnosti poznají jedině prostředkem názoru a zevnějšího uvažování čísel, aniž třeba jest, aby bedlivě prozkoumávali důvody, na kterých pravidla tato založena jsou.*

Jak postupovat, ukážeme na odstavci věnovaném dělitelnosti třemi (po probrání dělitelnosti dvěma):

Aby žáci přivedeni byli k poznání známky d ě l i t e l n o s t i třemi, káže učitel na několika číslech zkoušeti, zdali 3*mi jsou dělitelná. Popatřivše bedlivěji na cifry, z kterých ona čísla se skládají, žáci brzy shledají, že zde nerozhoduje cifra jednotek, jako při dělení dvěma. Učitel je pak ponoukne, aby v jednotlivých číslech hledali součet cifer, a žáci hned se přesvědčí, že každé číslo* 3*mi jest dělitelné, jakmile součet cifer jeho* 3*mi beze zbytku děliti se dá. Těž shledají, že při sčítání cifry* 3, 6, 9 *docela pominouti lze …*

Podobným způsobem vyvinou se pravidla o dělitelnosti 5*ti,* 6*ti,* 9*ti a* 10*ti, a obracením na hodně mnoho čísel k úplné zběhlosti se procvičí.*

Žákům schopnějším může učitel ukázati i také vnitřní důvody, na kterých dělitelnost čísel se zakládá.

Následující objasňování znaků dělitelnosti na určitých číslech není sice důkazem v matematickém slova smyslu, ale myšlenku matematického důkazu sleduje, je přiměřené chápání žáků a dalo by se snadno zobecnit:

9ti dělitelná jsou všechna čísla, je-li součet cifer jejich devíti dělitelný. Každé zajisté číslo jest násobek z 9, *zmnožený o součet cifer čísla toho. Tak číslo* 3527 *složeno jest z následujících dílův:*

$$
\begin{aligned}
3000 &= 3 \times 1000 = 3 \times 999 + 3 \\
500 &= 5 \times 100 = 5 \times 99 + 5 \\
20 &= 2 \times 10 = 2 \times 9 + 2 \\
7 &= \dots\dots\dots 7
\end{aligned}
$$

9 *do* 999, 99 *a* 9 *jde beze zbytku, tedy také do* 3×999, 5×99, 2×9*; a následovně i do součtu těchto čísel. I nezbude tedy než součet cifer* $3 + 5 + 2 + 7$*, jelikož tento* 9*ti dělitelný není, tedy i celé číslo* 3527 9*ti není dělitelno.*

Zkušenosti s vyučováním na triviálních školách shrnuje knížka *Pokynutí z prohlídek tak zvaných triviálních škol* [J. Czermák, 1852]. Autor poukazuje na potíže učitelů triviálních škol: učí více tříd najednou a mnoho žáků, mají málo času na jednotlivé žáky; mnozí žáci chodí do školy jen v zimě, jejich předchozí vzdělání je slabé, nemají knihy, rodiče nemají o vzdělání zájem.

Přesto učitelé učí a ledacos mohou zlepšit: mají nejen vzdělávat, ale i vychovávat k lepším mravům a morálce. Autor výslovně poukazuje na potřebu spojení školy se životem: *Oceňuji dokonale pravdu tu, že škola v každém ohledu se životem úzce má býti spojena.*

Požaduje, aby se učitel choval k dětem zajímavě a o předmětech hovořil příjemně, aby byl něžným otcem dětí, netrestal, ale laskavě napomínal. Má učit děti myslet, neomezovat se na učení zpaměti, ale vyžadovat důsledky a reprodukovat čtené vlastními slovy.

Vyučování v počtech jest hlavně k tomu způsobilé, aby budilo myslivost. Zběhlost v myšlení usnadňuje počítání zpaměti. Špatná je hromada pravidel, *usnadňovacích a zkracovacích formulí*, která se žáci učí nazpaměť bez porozumění a bez užití a počítají pak mechanicky. Základem je dobrá znalost numerace, pochopení významu nuly v zápisech čísel a v násobení deseti, stem. Ve vyučování se má pokračovat až po dokonalém zvládnutí základních pravidel.

9.4 Měšťanská škola

9.4.1 Osnova

Pro tříletou měšťanskou školu, která vznikla ze čtvrté třídy hlavní školy, byla 13. 8. 1851 pod č. 7953 předepsána tato osnova s přehledem týdenních hodin v ročníku:

Předmět	Třída	I.	II.	III.
Aritmetika, směnkářství		4	4	3
Měřické rýsování		8	–	–
Měřictví		2	4	–
Kreslení		–	6	7

Aritmetika, směnkářství

Cíl vyučovací: Zručnost a jistota početní; výcvik ve způsobech početních pro život praktický.

Učebná látka:

I. Základní druhy početní. Míry a váhy. Dělitelnost čísel. Zlomky obyčejné, desetinné a řetězové a přibližné. Vlaská praktika.

II. Mocnění a odmocnění. Poměry a srovnalosti, trojčlenka, počty úrokové, lhůtové, průměrné, směšovací. Trojčlenka složitá, počet řetězový.

III. Počty mincovní. Směnkářství. Vedení knih. Nejdůležitější z celnictví a řádu monopolů státních.

Měřické rýsování

Cíl vyučovací: Kreslení v rovině, kružítkem a pravítkem, průčelí dle modelů, výklad předmětů.

Učebná látka: Lineární kreslení ve spojení s postupem učiva geometrického.

Měřictví

Cíl vyučovací: Hlavní nauky z planimetrie a stereometrie, jejich praktické upotřebení.

Učebná látka: V I. běhu soustavná planimetrie; v II. běhu stereometrie, kuželosečky; kresby situačních plánů.

Kreslení

Cíl vyučovací: Zručnost v reprodukci měřických čar, ploch a těles, části lidského těla, zvířat a rostlin.

Učebná látka: Předložky figurální a kresby dle modelů.

9.4.2 Učebnice

Učebnice pro městské školy se neliší od učebnic pro školy obecné, venkovské. [Cvičebná kniha, 1858, 1859] Obsahují totéž učivo a rozdíly v metodickém zpracování výkladu jsme uvedli v článku 9.3.

Týž obsah má i *Kniha početní pro první třídu nižší realní školy* od F. Močnika z roku 1852. Je z ní však zřejmé, že některé země Rakouského mocnářství převzaly francouzskou desítkovou soustavu měr, ale s vlastními názvy, bez používání předpon: *V lombardsko-benátském království zákonnou měrou délkovou jest m e t r o (= francouzsky metre). Metro dělí se na* 10 *palmů; palmo na* 10 *ditů, dito (čti dyto) na* 10 *atomů. ... Jednotkou váhy jest metrická libra.* 1 *libra* = 10 *oncím (uncím), oncia (čti onča)* = 10 *grossům; grosso* = 10 *denarům, denár* = 10 *granům.*

Pro ty čtvrté třídy hlavních škol, které se změnily v nižší reálky, vyšla však speciální učebnice *Počtářství praktické* – [F. Močnik, 1853]. Důraz se v ní klade na počty potřebné v obchodě a v řemeslech.

V prvním oddíle se probírají míry a váhy. V úvodu jsou rovněž zmíněny francouzské míry (tj. metrická soustava), i když v Rakousku platily ještě míry staré. Na pěti stránkách jsou pak tabulky měr platných v různých zemích po celé Evropě a jejich převod na míry rakouské, jinak by žáci nemohli řešit úlohy jako např.:

Proměňte v Krakovské garnce 9208 *Břetislavských věder.*

Kolik dánských prutů obnáší 2388 *řeckých piki.*

To jsou úlohy na *Svádění měr a váh* a řeší se počtem řetězovým.

V oddíle *O počtech penězoměnných* se obdobně uvádí tabulka různých měn s přepočtem na rakouskou měnu a řeší se úlohy na *Svádění peněz.*

Ve třetím oddíle se počítají úroky i úroky z úroků i pomocí tabulek úročitelů.

Čtvrtý oddíl řeší úlohy s procenty v různých obchodních případech, jako jsou rabat, skonto aj., při obchodování se státními papíry a akciemi, se směnkami. Sestavují se rozpočty, kalkulace, faktury.

Druhý díl učebnice vysvětluje vedení jednoduchého účetnictví. V učebnici je tedy zařazeno učivo odpovídající zaměření nižší reálky, přípravě pro povolání v obchodě a v živnostech.

9.5 Reforma gymnázií

Nástin organizace gymnasií a reálek v Rakousku z roku 1849 (tzv. Exner-Bonitzova reforma, Entwurf, 1849) vedla k přestavbě gymnaziálního studia. Dřívější dva ročníky filozofického studia, které byly jen u některých šestiletých gymnázií v místech biskupství, byly připojeny jako 7. a 8. ročník ke všem gymnáziím a vznikla tak *osmiletá gymnázia.* V nich se zdůrazňoval *formativní vliv vzdělání* studiem klasické latiny a řečtiny. Současně se však uznával i formativní význam matematiky. Matematika se tedy na gymnáziích vyučovala proto, aby rozvíjela rozumové schopnosti žáků, představivost, pozornost, paměť, přesnost, formy myšlení. Při určování obsahu z tohoto hlediska bylo rozhodující, čím které učivo přispěje k rozvoji myšlení, pomíjely se však potřeby praxe.

9.5.1 Osnovy

Z učebního plánu gymnázia uvádíme počty hodin matematiky v jednotlivých ročnících.

	Nižší gymnázium				Vyšší gymnázium				Celkem
Ročníky	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.	
Matematika	3	3	3	3	4	3	3	–	22

Matematika

Nižší gymnázium

§ 41

Cíl: Jistota v počítání s čísly, procvičení pro praxi důležitých početních způsobů a v obojím současně příprava pro vědecké zpracování aritmetiky. Znalost geometrických útvarů, jejich vztahů a vlastností, nespočívající však na přesném důkazu, ale na metodicky vedeném nazírání, jako příprava pro vědecky dokazovanou geometrii, a jako její náhradu pro ty, kteří přejdou k praktickým povoláním.

§ 42

I. třída, týdně 3 hodiny

Aritmetika, v 1. semestru 3 hodiny, ve 2. semestru 1 hodina týdně

Doplnění čtyř z národní školy předpokládaných operací s celými nepojmenovanými a pojmenovanými čísly, spočívající zvláště v nácviku výpočtů s většími čísly, zkráceného počítání a zkoušek; znaky dělitelnosti čísel. – Ve stejném duchu doplnění nauky o zlomcích; pak nauka o desetinných zlomcích.

Geometrická názorná nauka, ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Čáry, úhly, rovnoběžky. Konstrukce trojúhelníků a rovnoběžníků, a tím znázornění jejich hlavních vlastností.

Obecná poznámka.

Protože matematice v celku určený čas nepřipouští trvalé rovnoměrné rozdělení mezi oba její předměty, je v každém semestru jednomu z předmětů dána větší váha; jednu hodinu věnovanou druhému předmětu jest použít k utvrzování v něm získaných znalostí opakováním a cvičením nebo rozšířením v jednotlivých bodech.

II. třída, týdně 3 hodiny

Aritmetika, v 1. semestru týdně 2 hodiny, v 2. semestru týdně 1 hodina

Hlavní věty o poměrech a úměrách. Trojčlenka v rozmanitém užití na prakticky důležité případy. S tím spojená nauka o domácích peněžních, měrových a váhových soustavách, jejich rozdělení a vzájemných vztazích k zahraničním pro nás nejdůležitějším.

Geometrická názorná nauka, v 1. semestru týdně 1 hodina, ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Určení a výpočet velikosti čtverců, pravoúhelníků, rovnoběžníků, trojúhelníků, vícestranných obrazců. Jednoduché případy proměn a dělení obrazců. Určení tvaru trojúhelníků.

III. třída, týdně 3 hodiny

Aritmetika, v 1. semestru týdně 2 hodiny, ve 2. semestru týdně 1 hodina

Čtyři základní operace s písmennými veličinami, a jednoduché případy užití závorek. Umocňování celých čísel a zlomků, výpočet druhých a třetích odmocnin čísel, zkrácení těchto výpočtů. Nejjednodušší a nejdůležitější o kombinacích a permutacích.

Geometrická názorná nauka, v 1. semestru týdně 1 hodina, ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Kruh s rozličnými konstrukcemi v něm a kolem něj; výpočet obsahu a obvodu.

IV. třída, týdně 3 hodiny

Aritmetika, v 1. semestru týdně 2 hodiny, ve 2. semestru týdně 1 hodina

Nauka o postupných poměrech a úměrách. Řetězový počet, společenský počet, vše v rozmanitém užití na prakticky důležité úlohy. Nauka o rovnicích prvního stupně s jednou neznámou.

Geometrická názorná nauka, v 1. semestru týdně 1 hodina, ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Názorná stereometrie. Poloha čar a rovin vzhledem k jiným rovinám. Mnohohrany. Hlavní druhy těles, probírání jejich tvarů a velikostí.

Vyšší gymnázium

§ 43

Cíl: Znalost a procvičení elementární geometrie a algebry, jako přesně dokazatelných věd.

§ 44

I. třída, týdně 4 hodiny

Aritmetika, týdně 2 hodiny

Obecně o číselných soustavách a o dekadické zvláště; vývoj pojmu sčítání, odčítání, násobení, dělení, umocňování a odmocňování; odtud odvození záporných čísel (se zdůvodněním výpočtů s nimi); zlomků, iracionálních a imaginárních veličin. Čtyři základní operace použité na jednočlenné a vícečlenné algebraické výrazy. Obecné vlastnosti a zejména dělitelnosti čísel. Úplná nauka o zlomcích, nauka o úměrách, pokud k tomu není potřebná nauka o mocninách.

Geometrie, týdně 2 hodiny

Geometrie na přímce a planimetrie, v přísně vědeckém zdůvodnění.

II. třída, týdně 3 hodiny

Aritmetika, v 1. semestru týdně 2 hodiny, ve 2. semestru týdně 1 hodina

Úplná nauka o mocninách; mocniny a odmocniny užité na jednočlenné a vícečlenné algebraické výrazy; logaritmy spolu s rozmanitým užitím. Dokončení nauky o úměrách. Rovnice 1. stupně s jednou a více neznámými. Současné užití šesti základních operací na rozmanité složené algebraické jednočleny a mnohočleny, rozklady složených algebraických výrazů apod.

Poznámka

Shora uvedené téma: „Současné užití atd.“ odpovídá, jako procvičovací opakování všech dosud známých výpočtů, jedné týdenní hodině 2. semestru.

Geometrie, v 1. semestru týdně 1 hodina, ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Stereometrie, pak rovinná trigonometrie s hojným užitím ve výpočtech. Je-li k tomu dost času, základy sférické trigonometrie.

III. třída, týdně 3 hodiny

Aritmetika, v 1. semestru týdně 2 hodiny, ve 2. semestru týdně 1 hodina

Neurčité rovnice 1. stupně; kvadratická rovnice o jedné neznámé; posloupnosti; kombinatorika a binomická poučka.

Geometrie, v 1. semestru týdně 1 hodina, ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Užití algebry, jmenovitě kvadratických rovnic, na geometrii, prvky analytické geometrie v rovině v návaznosti na kuželosečky.

Požadavky k ústní maturitní zkoušce

6. Matematika

V planimetrii a trigonometrii musí být zkoušený tak vycvičen, aby byl po krátkém přemýšlení s to, samostatně nalézt důkazy pouček, řešení úloh, které jsou v blízkém nebo vzdálenějším vztahu k hlavním větám oněch témat; ve zbývajících tématech geometrie musí prokázat porozumění hlavním větám a jejich důkazům. Dále musí prokázat zběhlost v řešení jednoduchých rovnic prvního stupně s jednou nebo více neznámými a druhého stupně s jednou neznámou, v počítání s logaritmy, a ve zbývajících tématech aritmetiky a algebry znát hlavní věty a jejich vědecké souvislosti.

9.5.2 Metodické instrukce

V instrukcích pro vyučování matematice, uvedených za osnovou, se konstatuje, že ze zkušeností vyplývá, že v převážné většině škol se dosahuje dobrých výsledků jen u malé části žáků při současném zaostávání ostatních. Příčinou takového neuspokojivého výsledku je to, že pojetí vědecké matematiky předpokládá jisté elementární vědomosti a dovednosti, které je sice možné získat v přiměřeném věku, když se však tam zanedbají, hůře se později nabývají. Uvedené úkoly proto patří na nižší gymnázium; postačují také pro praktické potřeby těch žáků, kteří z nižšího gymnázia odcházejí přímo do života. Vědecké vyučování patří na vyšší gymnázium.

Vědeckému výkladu g e o m e t r i e musí předcházet rozvinutí matematické fantazie, tj. schopnosti představovat si prostorové útvary a vztahy bez pomoci nákresu nebo s jeho podporou. Tato matematická fantazie není vrozena, ale dá se vštípit cvičeními, ve kterých se těsně spojuje a vzájemně podporuje názor a pojem, rýsování a výpočty, na tom stupni školy, který ještě není vhodný pro vědeckou přesnost důkazů. Učitelé se vyzývají, aby připravili dobré učebnice takové názorné geometrie.

Hlavní překážkou v osvojování vědecké matematiky v a r i t m e t i c e je nedostatečná zběhlost v početních operacích s určitými čísly. Důkladné procvičení operací s čísly k dokonalé zběhlosti má význam nejen pro praktické užití, ale i jako příprava pro vědecké vyučování. Při vyučování počtům musí žáci

a) porozumět početní operaci,

b) musí ji umět provádět a

c) musí znát ty oblasti v životě, v nichž se výpočet užívá.

Při tom je možné přikročit k dalšímu stupni až žáci dokonale zvládnou předchozí. Z toho plynou zejména dvě metodická pravidla. Každá nová operace, např. úměra, musí se objasnit na takových číslech, která žáci snadno pochopí bez psaní čísel. Teprve tehdy, když žáci pochopí operaci jen počítáním zpaměti, může se přistoupit k obtížnějším úlohám s většími čísly, které vyžadují písemný výpočet, užití zkráceného počítání nebo početní výhody. Velkou předností takového postupu je stálé spojování počítání písemného a pamětného, pochopení významu zkrácených výpočtů a početních výhod. Před užitím operace pro praxi, např. úměry, musejí být žákům předem jasné reálie, musejí např. vědět, co se rozumí kapitálem, co je úrok apod.

Mohlo by se zdát, že v rozporu s uváděnými úkoly nižšího gymnázia jsou operace s proměnnými. Ty však umožňují zavést do nižšího gymnázia jednoduché rovnice prvního stupně, které mají velký význam pro řešení úloh, pro vyjádření údajů matematickými značkami.

Nepostradatelnou pomůckou pro žáky budou sbírky úloh, sestavené podle shora uvedených požadavků; využijí se ve vyučování i při domácích úkolech, protože odstraní potřebu úlohy diktovat. Umožní žákům opakování a budou-li obsahovat i vzorové příklady a znění potřebných definic a vět, nebudou žáci potřebovat učebnice. (Osobní poznámka autora: už odtud zřejmě pramenil za 1. republiky zvyk, že při nedostatku prostředků na nákup všech učebnic, si žáci nekupovali učebnice matematiky; výklad ve třídě mnohým postačoval a všechny úlohy se zadávaly ze *Sbírky úloh* (Bydžovský-Teplý-Vyčichlo), která se používala pět let, od 4. do 8. třídy gymnázií.)

Připraví-li nižší gymnázium žáky v duchu učebních osnov, můžeme s důvěrou očekávat, že vědecké vyučování na vyšším gymnáziu bude mít úspěch.

Ve vědeckém vyučování g e o m e t r i e nestačí jen rozumět větám a jejich důkazům; požadujeme schopnost umět nalézt důkazy vět pomocí již známých pouček. K dosažení tohoto cíle je nutné odmítnout umělé obraty v důkazech; pro žáky jsou vhodné jen důkazy v celém průběhu přehledné, v nichž žák chápe řadu nutných úsudků mezi předpokladem a tvrzením. Dále je žádoucí, aby výuka vedla k uceleným systémům vět, které by si žák pevně osvojil; na konci osvojování těchto celků je nutné nové poznatky shrnovat, a pak je spojovat s dříve nabytými poznatky a s blízkými oddíly vědy, užívat k dokazování dalších vět a k řešení úloh. K výuce doporučují instrukce vhodné učebnice a sbírky úloh.

Ve výuce a r i t m e t i k y a algebry vystupují do popředí vzájemné vztahy šesti základních operací s čísly, zejména vznik nových číselných oborů z původní posloupnosti celých kladných čísel v důsledku požadavků na provádění operací odčítání, dělení a odmocňování, což vede k záporným, lomeným, iracionálním a imaginárním číslům.

Instrukce věnují pak pozornost zařazení poměrů a logaritmů. Poměry je vhodné spojit s rovnicemi nebo je předřadit posloupnostem; jsou však potřebné v geometrii, v nauce o podobnosti, proto jsou do první třídy přiřazeny ke zlomkům a musí se probrat před výkladem podobnosti. Didakticky vhodné je pak nové probírání poměrů na vyšší úrovni v dalším ročníku.

Nauku o logaritmech mnozí rádi spojují s posloupnostmi, má to své věcné důvody. Je však nutné pamatovat na potřeby trigonometrie, která v úlohách vyžaduje výpočty pomocí logaritmů.

Vědeckost výuky na gymnáziu však neznamená, že by teoretické přednášky učitele měly tvořit převážnou část výuky. Klade se důraz na samostatnou práci žáků, podněcovanou vhodnou sbírkou úloh ve vyučováni i doma. Instrukce některé vhodné německé sbírky úloh doporučuje a žáci by pak učebnice ani nepotřebovali. Naproti tomu učitelé by měli znát různé učebnice, např. Dopplerovu *Arithmetiku*, vydanou roku 1843 v Praze.

Pro úspěch vyučování matematice se považuje za důležité zadávat nejméně jednou za měsíc celohodinovou kompozici. Z geometrie se do ní zařazují věty a úlohy probrané ve škole nebo za domácí úkol, ale i úlohy neprobrané, které jsou blízké těm známým. Z aritmetiky se zadávají především úlohy z probraného učiva. Kompozice píší žáci ve vyučování za učitelova dozoru, učitel je doma opravuje, stručně písemně ohodnotí a vrací žákům. Kompozice tohoto druhu přispívají k tomu, že si žáci uvědomují, jakých výkonů jsou schopni a podněcují je k pozornosti a pilnému procvičování; také hodnocení žáků učitelem získává jistotu. Případné náhody, které mohou nastat ve výkonech v jednotlivých kompozicích, se častým zadáváním takových prací vyrovnají. (Už tedy víme, odkdy máme naše kompozice, od roku 1849.)

9.6 Samostatné reálky

Některé nižší reálky neboli měšťanské školy, jak jsme již řekli, byly spojeny s obecnou školou místo jejich čtvrtého ročníku, současně však vznikaly i nižší a vyšší reálky podle *Nástinu organizace gymnázií a reálek v Rakousku* [Entwurf, 1849], které měly stát mezi národními školami a technickými ústavy. Měly poskytovat všeobecné vzdělání bez užití starých klasických jazyků a literatur, měly však poskytovat střední stupeň přípravy pro živnostenské zaměstnání (v nižší reálce, 1. až 4. ročník) nebo přípravu pro technické ústavy (nižší reálka bez čtvrtého ročníku a vyšší reálka). Vyšší reálky netvořily samostatnou školu, byly vždy spojeny s nižší reálkou v jediný ústav s vlastním ředitelem.

Z učebního plánu úplné nižší a vyšší reálky uvádíme týdenní počty hodin několika předmětů.

Předmět	I.	II.	III.	IV. prakt.	I.	II.	III.	Celkem za šest ročníků
Matematika	4	4	4	4	5	4	4	25
Užitá matematika	–	–	–	3	–	–	–	–
Kreslení	6	6	6	6/8	6	6	6	36
Všechny předměty	28	28	28	28	30	31	30	195

Učební osnovy nižší reálky

§ 14

Vyučování matematice

Cíl: Jistota v počítání s čísly; procvičení pro praxi důležitých početních způsobů; znalost geometrických útvarů; jejich vztahů a vlastností, nespočívající však na přesném důkazu, ale na metodicky vedeném nazírání; cvičení v praktickém používání těchto znalostí.

A. Vyučování počtům

I. třída, v 1. semestru týdně 4 hodiny; ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Doplnění čtyř z národní školy předpokládaných operací s celými nepojmenovanými i pojmenovanými čísly, spočívající zvláště na nácviku výpočtů s velkými čísly a s prakticky důležitými početními výhodami a se zkráceným počítáním. Obdobně doplnění nauky o obecných zlomcích; největší společný dělitel; nejmenší společný násobek. Nauka o desetinných zlomcích; změna obecných zlomků v desetinné zlomky; zkrácené násobení a dělení. Jednoduchá trojčlenka.

II. třída, týdně 2 hodiny

Užití trojčlenky, zejména na výpočet úroků v rozmanité formulaci úloh. Složená trojčlenka, společenský počet, řetězový počet. Přitom znalost tuzemských systémů peněz, měr a vah a některých zvláště důležitých cizozemských. Čtyři operace s písmeny; hlavní body z nejjednodušších výpočtů s komplexy veličin; překlad jejich slovy daných výrazů do znaků a naopak. Rovnice prvního stupně s jednou neznámou; jejich řešení a užití.

III. třída, týdně 2 hodiny

Umocňování zvláštních čísel. Umocnění písmenného dvojčlenu na druhou a třetí mocninu. Výpočet druhé a třetí odmocniny ze zvláštních čísel, násobení, dělení, umocňování, odmocňování mocnin o stejném základu; odtud objasnění záporných a lomených exponentů; logaritmy, vysvětlení jejich významu a výcvik v počítání s nimi.

B. Geometrická názorná nauka

I. třída, ve 2. semestru týdně 2 hodiny

Seznámení s geometrickými objekty, bod, čára, úhel, rovinný obrazec, těleso; přesnější znalost nejjednodušších přímkami omezených obrazců se zdůrazněním pravidelných, spojených s názorným zobrazením o nich platných pravd; výcvik v jejich rýsování pravítkem a kružítkem, v odhadu velikosti čar a úhlů.

II. třída, týdně 2 hodiny

Pokračování názorné nauky o rovinných obrazcích se zvláštním důrazem a praktickým procvičením výpočtů jejich plošného obsahu. Něco o možnosti odvození. Proměny a dělení rovinných obrazců.

III. třída, týdně 2 hodiny

Poloha čar a rovin navzájem; znalost nejdůležitějších těles a jejich výpočtů, s rozmanitým cvičením posledního. Něco o možnosti odvození těles navzájem.

Kreslení

Cíl: Zběhlost v kreslení od ruky v živnostenském zaměření s použitím tuše a barev. Kreslení přímek a ornamentů jako příprava pro stavební a strojnické kreslení. Zakreslování situací v jejich prvních začátcích k porozumění situačním plánům.

A. Kreslení od ruky ...

B. Lineární kreslení

V každé z prvních tří tříd týdně 2 hodiny. Přímé čáry a kružnice v rozličných sestavách, k tomu některé jiné zvláště důležité křivé čáry. Jednoduché části sloupů; jejich sestavení do celých sloupů; řady sloupů a jejich užití, trámoví atd., vše nejprve v obrysech, později s konstrukcí stínů a v koloritu.

IV. třída (praktický ročník)

1. semestr, 4 hodiny. Užití lineárního kreslení na konstrukce částí strojů a strojů v obrysech a v barvách.

2. semestr, 6 hodin. Jednoduché situační a stavební plány, poslední v půdoryse a v náryse a v řezu. Mimoto v každém semestru týdně 2 hodiny volné kreslení od ruky.

Učební osnovy vyšší reálky

§ 44

Matematika

Cíl: Důkladná znalost a jisté procvičení elementární matematiky jako přesně dokazatelné vědy.

I. třída, týdně 5 hodin

1. semestr: Algebra. Pojem čtyř základních operací, úplné předvedení jejich pro algebraické, jednočlenné i vícečlenné výrazy se stálým vztahem ke zvláštním číslům; dělitelnost čísel, nauka o zlomcích, poměrech a úměrách; rovnice prvního stupně s jednou a více neznámými, jejich řešení a užití.

2. semestr: Geometrie. Planimetrie, se zvláštním zřetelem na geometrické konstrukce a výpočty, a se zdůrazněním vět, užívaných v praktickém měřictví.

II. třída, týdně 4 hodiny

1. semestr: Algebra. Nauka o mocninách a odmocninách, užitá na jednočlenné a vícečlenné algebraické výrazy, jakož i na zvláštní čísla, logaritmy a jejich užití. Rovnice druhého stupně s jednou neznámou a lehčí případy rovnic druhého stupně s více neznámými, jejich řešení a užití. Algebraické a geometrické posloupnosti.

2. semestr: Rovinná trigonometrie. Geometrické úlohy a konstrukce, řešené užitím rovnic. Tři kuželosečky, se zvláštním zřetelem k těm vlastnostem a konstrukcím, které nalézají uplatnění ve výuce kreslení a v nauce o přírodě.

III. třída, týdně 4 hodiny

1. semestr: Algebra. Jednodušší exponenciální a neurčité rovnice. Vyšší aritmetické a geometrické řady; kombinatorika s užitím na binomickou a polynomickou poučku a na elementy počtu pravděpodobnosti. Jednoduché případy rovnic třetího a čtvrtého stupně o jedné neznámé.

2. semestr: Stereometrie s elementy sférické trigonometrie.

§ 47

Kreslení

Cíl: … Překonání potíží konstrukcí při lineárním kreslení podle pravidel nauky o promítání, nauky o stínech a perspektivy.

A. Volné kreslení od ruky

B. Lineární kreslení, v každé třídě týdně 3 hodiny

Do cvičení v kreslení patří v první třídě asi 2 měsíce po 2 hodinách týdně přednáška z nauky o promítání, ve stejném rozsahu ve druhé třídě o konstrukcích stínů, ve třetí třídě o perspektivě. Potom postupně narůstají nároky, které se v jednotlivých třídách kladou na lineární kreslení ze strojírenství a ze stavebnictví.

9.7 Učebnice středních škol

Proti učebnicím elementárních škol mají učebnice středních škol již uvedené autory. Svým obsahem odpovídají osnovám; jejich metodické zpracování vyhovuje instrukcím, které jsme uvedli v článku 9.5.2. Z některých učebnic zařazujeme proto jen ukázky, z nichž je patrné pojetí vybraných oddílů učiva, často odlišné od našich současných požadavků. Z jiných ukázek poznáme, že v tomto období se objevily postupy, kterých jsme užívali až do nedávné doby a dnes již třeba opět nahradili postupy z 1. poloviny 19. století, např. písemné násobení bez jednotkových výhod.

V učebnici *Arithmetika pro I. a II. třídu nižšího gymnásia*, kterou podle Močnikovy učebnice *vzdělal* Slovák M. Čulen roku 1854 česky, nalézáme při písemném násobení poprvé psaní činitelů vedle sebe:

$$\begin{array}{l} \underline{256498} \times \ 25 \\ 1282490 \\ \underline{512996} \\ 6412450 \end{array}$$

Jak je zřejmé, násobí se nejprve jednotkami. Uvádějí se rovněž různé užitečné početní výhody, např. místo $99 \cdot a$ se počítá $100 \cdot a - a$, místo $995 \cdot a$ se počítá $1000 \cdot a - 5 \cdot a$. Při dělení se používá zápisu

$$3679404 : 548 = 6714\ \frac{132}{548}.$$

Ve výpočtu se zapisují částečné součiny, ale bez znamení minus; ve výsledku se zapisuje zlomkem podíl zbytku a dělitele, takže po matematické stránce je zápis s rovnítkem správný.

Dělení desetinných čísel se provádí rozšířením dělence a dělitele na přirozená čísla, dělí se přirozená čísla a určuje se řád první cifry.

V *Početní knize pro nižší gymnasia* J. Smolíka (l861) je na úvod uveden česko-německý slovník matematických termínů, takže text je pak jen český, bez vřazovaných německých překladů, které jsme poznali u početnic pro triviální a hlavní školy.

V učebnici nalézáme opět při písemném násobení psaní činitelů vedle sebe. To umožňuje podrobně probrat „výhody při násobení“, zejména využití jednotky v druhém činiteli v nejvyšších nebo nejnižších jednotkách i uprostřed čísla. S výhodou se násobí i čísly 11, 111, ale také číslem 44 jako $4 \cdot 11$, 333 jako $3 \cdot 111$ aj.

Dělení se nazývá *odnásobení* a znovu se objevuje zápis

$$\begin{array}{l} \underline{6194}\ :\ 38\ =\ 163 \\ \underline{239} \\ \underline{\ \ 114} \\ \qquad = \end{array}$$

Před výkladem měr a peněžních soustav v různých zemích se uvádí, že francouzská soustava (metrická) má proti nim mnoho předností. V tabulkách jsou pak uvedeny nejen převody cizích měn na rakouské, ale i na francouzské.

Čísla kladná a záporná se nazývají *protivnými veličinami*, absolutní hodnota čísla je *číslo samo o sobě. Dvě protivné veličiny rozličné hodnoty snímají se vespolek jen tak dalece, dokud jsou si rovny a výsledek podrží znaménko čísla většího.*

$$+8 - 3 = +5 + 3 - 3$$

$+3$ *snímá* -3 *a zůstane* $+5$*, pročež* $+8 - 3 = +5$*, tj. zbývá taková částka čísla většího, o kterou (bez ohledu na* $+$ *nebo* $-$*) samo o sobě větší jest nežli číslo s ním porovnávané.*

V Močnikově *Nauce o aritmetice pro nižší gymnasia* z roku 1852 se *protivné veličiny* vysvětlují na řadě příkladů z praxe, jako jsou příjem a vydání, movitost a dluhy, zisk a ztráta, nadbytek a nedostatek, běh kupředu a nazpět, vzhůru a dolů aj.

Ze dvou protivných veličin může se vždy jedna považovati za něco skutečného, jsoucího, kdežto pak druhá opak nebo nedostatek toho znamená. Prvnější veličina slove k l a d n á (positiv), druhá z á p o r n á (negativ) …

Pak F. Močnik abstrahuje od veličin v praxi a přechází k nepojmenovaným číslům:

Vycházíme-li v číselné soustavě naší od nully, tedy obdržíme postupným přidáváním jednotky následující řadu číselní:

$$0+1,\ 0+2,\ 0+3,\ 0+4,\ 0+5,\ 0+6,\ \ldots$$

avšak, poněvadž se nula vynechati může

$$+1,\ +2,\ +3,\ +4,\ +5,\ +6,\ \ldots$$

Odnímáním jednotky čísla sestupují, např. $6,5,4,3,2,1,0$. *Nemusíme však u nully zůstati, než můžeme dále i pod ní sestupovati, čímž obdržíme řadu číselní*

$$0-1,\ 0-2,\ 0-3,\ 0-4,\ 0-5,\ 0-6,\ \ldots$$

aneb vynecháním nully

$$-1,\ -2,\ -3,\ -4,\ -5,\ -6,\ \ldots$$

Sestavíme-li tedy obě řady s obou stran nully, co společného východku jejich, dohromady, tedy máme

$$\ldots\ +4,\ +3,\ +2,\ +1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -3,\ -4,\ \ldots$$

Po uspořádání celých čísel na příkladě dluhů apod. je i porovnání absolutních hodnot čísel: *Když považujeme čísla samá o sobě, p o u z e (absolut), tedy jest větší to, které více jednotek obsahuje.*

Pro operace se vyslovují pravidla a dodatečně se ilustrují i situacemi z praxe: *Když někomu* 5 *zl. ztráty třikrát odejmeš, jest to jakobys mu* 15 *zl. daroval; když* 5 *zpátečních kroků třikrát naopak učiníš, postoupíš o* 15 *kroků napřed; tedy*

$$-5\cdot -3=+15.$$

(*Čtenáři, předveď svým žákům 5 zpátečních kroků třikrát naopak.*)

Po vysvětlení rozdílu mezi č í s l y u r č i t ý m i neb z v l á š t n í m i a čísly v š e o b e c n ý m i se vysvětluje, proč se pro ně používá latinských písmen:

Litery byly přijaty za všeobecná čísla nepochybně proto, že z počátku čísla ta celými slovy se znamenala, z nichž po zkrácení později toliko začáteční písmeno ponecháno. V úročních počtech n. p. dokázáno jest, že se výnos úroků vypočítá, když se součet, ke kterému se úroky vztahují, úrokem ročním či procenty znásobí a součin se číslem 100 *rozdělí. Tato sada se může vyznačit takto:*

$$\textit{výnos}=\frac{\textit{součtu}\times \textit{procenty}}{100}$$

aneb, ponecháme-li pouze začáteční písmena těch slovy,

$$v = \frac{s \times p}{100}.$$

Zde může s jakýkoli součet, p jakýkoli úrok znamenati a v jest pak číslo, které udává výnos tomuto přijatému součtu a přijatému úroku přiměřený ...

Obě učebnice Smolíkova i Močnikova vysvětlují pak operace s mnohočleny, mocniny a odmocniny.

Z oddílu o rovnicích prvního stupně o jedné neznámé uveďme ze Smolíkovy učebnice:

R o v n i c i r o z ř e š i t i znamená: sestavenou rovnici bez všelikého porušení rovnosti obou dílů (stran rovnice) *tak upraviti, aby na jedné straně byla neznámá veličina (x) kladná, b e z s o u č i n i t e l e, b e z j m e n o v a t e l e a s a m a o sobě, na druhé straně aby byly všechny veličiny známé.* Zkouška se provádí dosazením vypočtené neznámé do obou stran rovnice současně.

V Močnikově učebnici se kořen rovnice nazývá *cena. Najíti cenu, která určité rovnici zadost činí slove rovnici rozluštiti.*

V obou učebnicích jsou zařazeny výklady o *přestavách a sestavách*, což jsou naše permutace a kombinace. U kombinací nalézáme názvy skupin známé z lotynky minulého století: dvojice jsou amba, trojice terna, čtveřice kvaterna, pětice kvinterna. V lotynce se z 90 čísel losovalo 5 čísel; poznáváme to z úloh Močnikovy učebnice: *Kolik amb, tern, kvatern a kvintern činí* 90 *čísel naší loterie? Kolik amb, tern, kvatern a kvintern činí* 5 *čísel v jednom tahu loterie vytažených?*

Z dalších oddílů učebnic věnovaných řešení úloh z praxe uveďme příklad z Močnikovy učebnice řešený počtem řetězovým: *Rolník dá hospodskému* 13 1/2 *měřice po* 2 1/3 *zl., mnoho-li vína musí mu za to hospodský dáti, když počítá vědro po* 8 3/5 *zl.?*

Údaje se zapsaly do schématu, které zkracovalo několik úměr:

$$\begin{array}{r|l} \text{věder} \quad x & 13\ 1/2 \text{ měřice} \\ 1 & \ 2\ 1/3 \text{ zl.} \\ 8\ 2/5 & \ 1 \text{ vědro; tedy } x = 7\ 1/2 \text{ věder.} \end{array}$$

Výpočet (s chybou ve výsledku) se provedl takto:

$$x = \frac{13\ 1/2 \cdot 2\ 1/3 \cdot 1}{1 \cdot 8\ 2/5}.$$

K úlohám z praxe patří i výpočty úroků z úroků, tedy složeného úrokování, pomocí *přiúročitelů*, vypočtených v učebnici pro 2, 3, 4, 5 % za 1 až 30 let. Obdobně se počítá i s *odúročiteli.*

Šimerkova učebnice algebry pro vyšší gymnasia (1863) se v prvních kapitolách často překrývá s učebnicemi předchozími, v některých učivo rozšiřuje a podle možností všude uvádí i důkazy. Uvádí např. *nejmenší společné násobné* a *největší společnou míru* nejen dvou a více čísel, ale i výrazů. Zavádí i neurčité rovnice 1. stupně řešené kongruencí mod m. U některých výkladů nalezneme pojetí, s nímž bychom dnes nesouhlasili, často jsou však uvedeny výhrady matematiků k uvedenému výkladu. Uvádí se např., že $\sqrt{4} = \pm 2$, ale s poznámkou, že *v badání algebraickém platí* $\sqrt[2n]{a}$ *vždy za kladné, dokud není příčiny pro opak.* Setkáváme se zde poprvé i s čísly komplexními:

Sudá odmocnina ze záporného čísla nemůže být ani kladná ani záporná. *Kořeny takové ... jmenují se čísly pomyslnými (imaginäre Z.).*

Většina algebraistů nepočítá jich mezi čísla skutečná čili realná, a kteří to činí, musí pojem čísla realného ... šířiti; ti pak představují sobě čísla realná ne pouze co přímku, nýbrž co plochu, vysvětlujíce je takto z měřictví. Vedlo by však daleko, abychom o náhledu tom zde obšírněji jednali.

Přichází-li kdy číslo pomyslné co výsledek v úkolu, kde jen po kladných neb záporných veličinách se tážeme, jest to známka, že podmínky úkolu toho samy sobě odpírají. V rozpočtu však poskytují kořeny tyto mnohých výhod, tak že jich z algebry nelze snadno vyloučiti. Jakž dále uvidíme, dá se nejen každý kořen $\sqrt[2n]{-a}$, *nýbrž i každý jiný výraz z něho povstalý uvesti na podobu* $g + h\mathrm{i}$, *kdež* $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$. *Poněvadž pak* i *jest matematickým předmětem, bude dle čl. 1)* $h\mathrm{i}$ *číslem (ovšem pomyslným), jehož jednost* i *jest. Výraz* $g + h\mathrm{i}$ *se nazývá číslo spřežité čili soujemné (komplexe Z.), jest tedy (dle čl. 5. Poznam.) veličina složená a sice z kladné neb záporné části* g *a z pomyslného* $h\mathrm{i}$.

Pro srozumitelnost budeme dále veličiny pomyslné bráti co opak veličin realných, as v tom smyslu, v jakém jsou čísla záporná opak kladných.

V dalších částech je v učebnici uvedena i rovnost komplexních čísel a vzorec

$$\mathrm{i}^{4n+r} = \mathrm{i}^r.$$

Z kvadratických rovnic poznají žáci *čisté rovnice druhého stupně*, tj. ryze kvadratické, a *smíšené* s kvadratickým i lineárním členem. Tyto rovnice se řeší doplněním kvadratického a lineárního členu na druhou mocninu dvojčlenu; vzorec se odvozuje po úpravě násobením rovnice výrazem $4a$. Uvádějí se i vztahy kořenů a koeficientů normované kvadratické rovnice.

Kapitola XVI. obsahuje výklad o logaritmech, definice a vlastnosti logaritmů o základu b. Diskutuje se nemožnost základu $b = 0$, $b = 1$, $b < 0$; za nevhodný se označuje základ b, pro který platí $0 < b < 1$. Naznačuje se Briggsova metoda výpočtu logaritmů; převádějí se logaritmy o různých základech; zdůrazňuje se význam logaritmů dekadických a přirozených. Vysvětluje se užití dekadických logaritmů k výpočtům.

V kapitole o řadách jsou výklady o aritmetické a geometrické posloupnosti se známými vzorci pro a_n a s_n, uvádí se nekonečná geometrická posloupnost, která je pro $-1 < q < 1$ *sbíhavá*, je uvedena úloha o odměně za vynález šachové hry i o Achillovi a želvě s vysvětlením známého paradoxu. Ve výkladu se uvažuje rychlost Achilla 12 krát větší než rychlost želvy: *V úkolu tom jest ukryt čas, jaký* *by snad Achilles ku proběhnutí každé z těch prostor tentýž potřeboval. Dejme tomu, že Achilles jedno stadium v a minutách projde, dohoní želvu v*

$$a + \frac{a}{12} + \frac{a}{12^2} + \frac{a}{12^3} + \cdots = \frac{12a}{11}$$

minutách, při čemž 1 1/11 *stadia uběhne.*

Úlohy na *složité úrokování* se řeší jen podle odvozených vzorců dosazováním, bez tabulek úročitelů, odúročitelů, střadatelů.

Pro $q = 0$ je geometrická posloupnost tvaru $a_1, 0, 0, 0, \ldots$ a ze vzorce (v naší symbolice) $a_n = a_1 q^{n-1}$ plyne pro $n = 1$

$$a_1 = a_1 0^0, \text{ tedy } 0^0 = 1.$$

Při výkladu aritmetických řad vyšších stupňů se poprvé uvádí termín funkce: *Výraz, v němž stálé a proměnné veličiny přicházejí, nazývá se úkon, čili funkce veličin těchto, kteráž aritmetickou slove, pak-li proměnné veličiny pouze co kořeny mocnosti kterés tu přicházejí, jako* $M = an^2+bn+c$ *neb* $N = gt^3+h+u^2$ *kdež první jednu proměnnou, druhá pak dvě totiž* t, u *má.* Funkce M je druhého stupně, N třetího stupně.

Naše kombinatorika se nazývá *skladna.* Probírají se v ní zejména *přemísťování*, tj. permutace a *sestavování*, tj. kombinace. Ze vzorce

$$(n + 1)! = n!\,(n + 1)$$

plyne

$$n! = \frac{(n + 1)!}{n + 1}$$

a tedy pro

$$\begin{array}{llll} n = 1 & 1! = \frac{2!}{2} & \text{čili} & 1! = 1 \\ n = 0 & 0! = \frac{1!}{1} & \text{čili} & 0! = 1 \\ n = -1 & (-1)! = \frac{0!}{0} & \text{čili} & (-1)! = \infty \end{array}$$

a vůbec

$$(-n)! = \pm\infty$$

Zde tedy nemůže o záporném množství prvků býti řeči, tím méně má pak lomené n nějaký smysl. Zdali $\left(\frac{u}{r}\right)!$ *jakýs nový druh pomyslnosti udává, není dosud vypátráno.*

Probírají se i permutace a kombinace s opakováním; o variacích je jen zmínka, někteří autoři je prý nazývají sestavami druhé třídy.

Zvláštní pozornost se však věnuje *obměnám*; jsou to skupiny, které obsahují z každé předem dané množiny (podle nás) právě jeden prvek. Má-li první množina m prvků, další n prvků a třeba třetí p prvků, pak počet obměn je $m \cdot n \cdot p$. Obměn se užívá k výpočtu součinu mnohočlenů a k odvození binomické věty.

Šimerkův *Přídavek k Algebře pro vyšší gymnasia* z roku 1864 je první českou středoškolskou učebnicí infinitezimálního počtu. Je založena na pojmu diferenciálu funkce.

Nesmírně čili nekonečně malá část, o niž spojitou proměnnou veličinu (x, y, z, atd.) růsti necháváme, jmenuje se differencial (lišné, rozčinek) veličiny této, a znamená písmenem δ před veličinu onu postavenou (δx, δy, δz, atd.). … Differencialy jsou tedy veličiny nalézající se mezi nullou a nejmenšími zlomky, jaké kdy v praktickém počtu přicházejí. Mezi sebou mohou však differencialy konečné poměry míti. Proto např. $x \pm \delta x = x$.

Po probrání vlastností a odvození diferenciálů funkcí uvádí se i řada Mac-Laurinova a Taylorova poučka s důsledky. Pomocí řad se definují trigonometrické funkce; odvozují se jejich vlastnosti a vzorce. Na závěr jsou uvedeny základy integrálního počtu s jeho užitím.

Jako učebnice geometrie pro nižší reálky vyšla roku 1855 kniha *Lehrbuch der Geometrie.* Z vydání z roku 1857 uveďme tyto zajímavosti:

Učebnice je německo-česká; v německém textu je za každým německým termínem v závorce uveden český překlad a také znění všech pouček i úkolů je za německým znění i v češtině.

První část učebnice seznamuje se základními pojmy geometrie propedeuticky, z názoru, bez důkazů.

Nejprve se probírají tělesa se třemi rozměry. U koule se zdůrazňuje, že se může koulet všemi směry, válec jen jedním směrem. Tělesa, která se mohou koulet, jsou *kulatá*; která se nemohou koulet, jsou *hranatá.* Hranicemi těles jsou plochy, hranicemi ploch čáry, hranicemi čar jsou body.

Nerozlišují se terminologicky přímky a úsečky, takže se přímky porovnávají podle jejich délky, přímky se měří, dělí na shodné části apod. Probírají se dvojice přímek, kolmice, úhly přímek. Obvyklé je učivo o trojúhelnících a čtyřúhelnících a jejich sestrojování. *Kterak se rýsuje rovnoběžník, když dvě přímky a jimi zavřený úhel jsou dány.* Obvyklé je i učivo o kružnici, středových a obvodových úhlech, o vzájemné poloze dvou kružnic, o mnohoúhelnících vepsaných a opsaných.

Ve druhém oddíle učebnice se znovu probírá planimetrie, ale tentokrát se *věty po-učné, po-učky* již dokazují, např. *Pythagorejská věta.*

V učebnici geometrie pro nižší reálky z roku 1853 jsou křivé čáry: *čára vejčitá, oblouk tlačený, zvýšený, sedlový, kobylí hlava, spirálka neboli čára závitková.* Z kuželoseček se probírá elipsa včetně rýsování pomocí provazu a nahrazením čtyřmi kruhovými oblouky, dále parabola i hyperbola.

Sestrojování shodných i podobných útvarů je doprovázeno i topografickými aplikacemi včetně nivelace. Probírá se rajónování, protínání vpřed, poučení o situačním plánu a o terénních útvarech s rozlišením plodné půdy, vod, močálů, ostrovů, písčin, staveb, lávek, hrází, průplavů, kopců, příkopů, břehů, úvozů, skal i s jejich znázorňováním na situačních plánech šrafováním, stínováním, rozdílnými barvami.

Výpočty obsahů jsou i nadále zatíženy nevhodnou soustavou měr s rozličnými měniteli, takže např. násobení rozměrů při výpočtu obsahu čtverce se provádí po převedení rozměrů na nejmenší jednotky a výsledek se pak zpětně vyjadřuje ve větších jednotkách. Víme-li že 29° značí 29 délkových sáhů a $3'$ délkové stopy, $\square^\circ$ je čtverečný sáh a $\square'$ čtverečná stopa, vyznáme se v řešení úlohy:

3. V pravoúhlém trojúhelníku je jedna odvěsna $29^\circ 3'$, *druhá* $18^\circ 4'$*; jak velký je obsah?*

$$\left.\begin{aligned} 29^\circ 3' &= 177' \\ 18^\circ 4' &= 112' \end{aligned}\right\}\text{odvěsny} \qquad \begin{array}{l} \underline{177} \times 56 \\ \underline{1239} \\ 9912\ \square' : 36 = 275\ \square^\circ \\ 271 \\ \ \ 192 \\ \ \ \ \ 12\ \square' \end{array}$$

Obsah $= 275\ \square^\circ\ \ 12\ \square'$.

Ve stereometrii se na tělesech vysvětluje vzájemná poloha rovin. Po stručném popisu obvyklých těles jsou zařazeny základní poučky o promítání na dvě k sobě kolmé průmětny, jsou uvedeny průměty základních těles včetně pravidelných mnohostěnů a sítě všech zobrazených těles. Počítají se povrchy a objemy těles.

Původní české učebnice měřictví a rýsování pro nižší reálky napsal Dominik Ryšavý – viz [D. Ryšavý, 1863].

První díl učebnice propedeuticky a jen kreslením od ruky zavedl základní pojmy z planimetrie: přímky, úhly a jejich měření, dvojice úhlů, trojúhelníky a jejich rozdělení, čtyřúhelníky a mnohoúhelníky včetně vlastností úhlů.

Druhý díl učebnice probírá znovu planimetrii, tentokrát s rýsováním kružítkem a pravítkem, s konstrukcemi a s důkazy, které jsou však implicite obsaženy ve výkladovém textu, nikoliv tedy věta-důkaz.

Pak se probere pět vět o shodnosti trojúhelníků a vlastnosti rovnoramenných trojúhelníků. Dále určenost čtyřúhelníků, lichoběžníků, mnohoúhelníků i jejich úhlopříčky.

Z obsahů obrazců se probírá obsah obdélníka a čtverce v různých jednotkách, které výpočty ovšem komplikují. Obvyklým způsobem se z předchozích obsahů odvodí obsahy kosoúhelníků a trojúhelníků, lichoběžníků a mnohoúhelníků. Po výkladu obvodu kruhu se probere i jeho obsah a obsah částí kruhu. Obsah se odvozuje rozdělením kruhu na tolik *trojúhelníků* s vrcholy ve středu kruhu, abychom oblouky *mohli považovati za přímé čáry.* Obvod kruhu a velikost π se uvádí jen náznakově odkazem na obvod vepsaného a opsaného mnohoúhelníka o 12 288 stranách.

Velká pozornost se věnuje proměnám obrazců v rovnoploché. Dvěma způsoby je dokázána *Pythagorejská věta.* Samostatná kapitola je věnována dělení obrazců na rovnoploché.

Po poměrech úseček je probrána podobnost trojúhelníků a mnohoúhelníků. Úměrnosti úseček je využito k výkladu střední příčky v trojúhelníku a mocnosti bodu ke kružnici (bez tohoto termínu).

Praktické použití má rýsování klenbových oblouků, kde je uvedeno celkem pět různých metod, a rýsování kobylí hlavy (klenutí nad pilíři o nestejné výšce) včetně kamenořezu.

Druhý díl učebnice je věnován stereometrii. Probírá se vzájemná poloha bodů, přímek a rovin v prostoru, *úhel sklonu* dvou rovin.

Z těles se názorně proberou nejprve všechny pravidelné mnohostěny se sítěmi; podrobněji se probírají hranoly, jehlany, válce, kužely a koule.

Samostatná kapitola probírá promítání na dvě k sobě kolmé průmětny, bokorysy a průměty těles.

Sítě těles jsou podkladem pro výpočty jejich povrchů.

Probírají se i řezy těles rovinou kolmou k nárysně a sítě seříznutých těles. Vyvrcholením jsou řezy na kuželi, z nichž vyplynou výklady o kuželosečkách a jejich průmětech.

Závěr učebnice obsahuje výpočty *krychleného obsahu*, tj. objemu těles.

Pro gymnázia napsal *Počátky měřictví* J. Dřízhal (1867). Proti Ryšavému chybí v učebnici promítání na dvě k sobě kolmé průmětny a rýsování oválů. Je obsaženo více vlastností v kružnici; obvodové a středové úhly, obvody a obsahy vepsaných a opsaných mnohoúhelníků, využitých k určení čísla π. Navíc jsou konstrukce tečen z bodu ke kružnici, vzájemná poloha dvou kružnic aj.

Z obou učebnic jsou patrné rozdíly v zaměření reálek a gymnázií; u prvých je větší důraz kladen na praxi a využití poznatků, u druhých je spíše prohloubena teoretická stránka učiva.

Geometrie pro vyšší gymnasia V. Jandečky z let 1864 až 1867 rovněž odpovídá osnově. Z jejího obsahu a zpracování uvedeme proto jen ukázky.

U přímky rozeznáváme a) polohu, b) tvar, c) velikost její. K tomu přidejme úlohu d) o sestrojení přímky. Poloha přímky je určena bodem a směrem nebo dvěma body. Co se týče tvaru, stačí připomenouti, že přímka ve všech svých částech má týž směr. Pročež když odříznuvše kdes jeden její díl přeneseme a položíme na její díl jiný, pokryjeme jej tím dokonale … Velikost přímky spočívá na délce její; i může býti a) bez konce, nebo bez konců, tj. nekončeně dlouhá, aneb b) má konce a délka její jest konečná.

Obšírně je vysvětlována souměřitelnost úseček, o nesouměřitelnosti je jen zmínka.

Příkladem geometrického místa je kružnice, jinak se v celé učebnici mluví jen o kruhu, i když jde o čáru.

Shodnost a určenost trojúhelníků se probírá, ale nerozlišuje.

Zajímavé je *metodické připomenutí o nepřímém důkazu.*

Přídavek *Některá navedení k řešení úloh* obsahuje podrobný výklad o náležitostech řešení konstrukčních úloh, tj. rozbor, sestrojení, důkaz, omezení, tj. naše diskuse.

Věty se dokazují, ale často je důkaz *zůstaven čtenáři.*

V úměrnosti úseček se probírá i *dělení harmonické*, při němž dvojpoměr (*poměr dvojitý*) je roven -1. Prvky projektivní geometrie nalezneme i ve stereometrii. *Veškerenstvo přímek* (dnes bychom řekli množina všech přímek) procházejících týmž bodem, se nazývá *chochol*; zkoumají se vlastnosti bodů, ve kterých dvě různoběžné a rovnoběžné roviny protnou chochol.

V *ploském obsahu povrchu těles* se probírá i obsah sférického trojúhelníka. Ve výkladu *krychlení těles* je náznak užití Cavalieriho principu pro odvození vzorce pro objem trojbokých jehlanů (bez termínu Cavalieriho princip).

V trigonometrii se definují *úkony úhloměrné (goniometrische Funktionen)* v systému pravoúhlých souřadnic:

- poměr hlavního průmětu ku přímce $(x : r)$ = cosinus (dostava),
- poměr pobočného průmětu ku přímce $(y : r)$ = sinus (vstava),
- poměr průmětu pobočného k hlavnímu $(y : x)$ = tangens (tečnice),
- poměr průmětu hlavního k pobočnému $(x : y)$ = cotangens (dotečnice),
- poměr přímky k průmětu hlavnímu $(r : x)$ = secans (sečnice),
- poměr přímky k průmětu vedlejšímu $(r : y)$ = cosecans (dosečnice).

V symbolech se zapisuje $\frac{x}{r} = \cos x^\wedge r$, $\frac{y}{r} = \sin x^\wedge r$ atd.

Další obsah je i dnes obvyklý: vlastnosti goniometrických funkcí a goniometrické vzorce, ale také vypočítávání hodnot funkcí do tabulek, tj. *desk úhloměrných.*

Z trojúhelníků se řeší nejprve kosoúhlé pomocí věty dnes zvané sinová a Carnotovy, které dnes říkáme kosinová.

Při řešení trojúhelníků, n-úhelníků i zeměměřičských úloh se využívají i logaritmy hodnot goniometrických funkcí. Probírá se i sférická trigonometrie.

Analytická geometrie má široký rozsah. Uvažují se v ní nejprve stupně algebraických výrazů vzhledem ke geometrickému významu: a^2b je výraz trojrozměrný, ab^2c je výraz čtyřrozměrný, ale jen v algebře, bez významu v geometrii atd. Uvažuje se o rozměrech výrazů při jejich násobení a dělení, při krácení a rozšiřování; sčítat a odčítat lze jen výrazy stejnorodé, nestejnorodé je popř. nutné upravit: místo

$$x = a + \sqrt{b} \qquad \text{položíme} \qquad x = a + \sqrt{b \cdot m},$$

kde $m = 1$.

Vyjadřují se délky příček v trojúhelníku v závislosti na délkách stran *geometrickými rovnicemi* i pomocí goniometrických funkcí; geometricky se sestrojují hodnoty algebraických výrazů; řeší se konstrukční úlohy s využitím algebraických výpočtů a konstrukce vypočtených délek.

Ve vlastní analytické geometrii v rovině se probírají kosoúhlé, pravoúhlé i polární souřadnice a jejich vzájemné *proměňování*, a také transformace systémů souřadnic posunutím i otočením.

Ve všech třech soustavách se počítá vzdálenost dvou bodů i obsah trojúhelníka. Rovnice přímky a kružnice se uvádí v kosoúhlé i pravoúhlé soustavě souřadnic, uvádí se rovnice kružnice pomyslné (imaginair). Vyšetřuje se vzájemná poloha dvou a tří přímek, kružnice a přímky, dvou kružnic. Analyticky se vyšetřuje mocnost bodu ke kružnici, chordála dvou kružnic (bez obou termínů) i průsečík chordál po dvou ze tří kružnic a společné tečny dvou kružnic.

U elipsy, hyperboly a paraboly se určuji jejich rovnice, vyšetřuje se vzájemná poloha kružnice se soustřednou elipsou a hyperbolou, vzájemná poloha bodů, přímek a kuželoseček, řídící přímky, tečny a normály všech tří kuželoseček, křivost kuželoseček.

U elipsy se probírá obsah. U hyperboly se v pravoúhlé soustavě souřadnic uvádí rovnice středová, osová vrcholová, ohnisková a také polárná. Na závěr se vyšetřuje obecná rovnice druhého stupně a určuje se kuželosečka, jejíž je rovnicí.

Měřictví na nižších reálkách nebo měšťanských školách bylo v 50. letech novým předmětem. Proto F. Šanda v úvodu učebnice *Měřictví a perspektivní rýsování od svobodné ruky* z roku 1862 konstatuje, že pro předmět chybějí v Rakousku učebnice, že se učitelé začali školit na technice teprve nedávno a že je proto zatím málo učitelů. Proto autor na základě svých zkušeností sepsal svou učebnici.

V úvodu autor dále zdůrazňuje význam rýsování pro praxi, zejména v průmyslu. Chce učebnicí připravit žáky reálek ke studiu na vyšších školách technického zaměření. Za důležitý považuje přitom vědecký základ výkladu, mechanické ovládnutí dovedností bez porozumění považuje za čas pro život ztracený.

Aby však vyučování na vědeckém základě nebylo suchopárné, snaží se ukazovat i užití probíraných poznatků v praxi. Pro rýsování těles doporučuje velké modely, které učitel zobrazuje na tabuli, i soupravy malých modelů pro několik žáků do lavic, aby je mohli pozorovat a rýsovat.

V první třídě je podle zkušeností vhodné probrat tělesa hranatá v průčelné poloze, až ve druhé třídě v nárožní poloze a tělesa oblá.

V první části učebnice se probírají rovinné útvary: body, čáry, přímky, které je možné prodlužovat i měřit, poloha přímek v prostoru i navzájem, úhly a jejich velikost, rozdělení úhlů. Kruh (tj. čára, tedy naše kružnice), vzájemná poloha přímek a kružnice. Úhly při rovnoběžkách proťatých příčkou. Z obrazců se probírají trojúhelníky a jejich vlastnosti, čtyřúhelníky a jejich úhly, mnohoúhelníky, zejména pravidelné. Elipsa se sestrojuje různými metodami, dále se rýsují spirálky, hadice (tj. vlnovky), ornamenty složené z probraných čar.

Druhá část je věnována geometrickým útvarům v prostoru a jejich zobrazení přímo v lineární perspektivě, která je řádně vysvětlena jako *zákony půhledného rejsování.* Terminologie je neobvyklá, ale odborník jí i dnes porozumí: paprsky zřecí, stanoviště, plocha obzorní, plocha obrazná, plocha základná, přímka zemní, dohledník, paprsek hlavní, bod hlavní, čárá obzorní, body vzdálenosti nebo odlehlíky. Pak se zobrazují geometrické útvary: vodorovný čtverec, svislý čtverec a další rovinné útvary včetně kružnice. To je základ pro zobrazení hranolů, krychlí a jejich seskupení jako jsou kříže, schodiště, stoly, domy; podobně u jehlanů, válců, kuželů, koulí a jejich částí.

Dominik Ryšavý napsal první českou středoškolskou učebnici deskriptivní geometrie: *Zobrazující měřictví (Geometrie descriptive) pro vyšší reální školy* [1862/63]. V úvodu rozlišuje tělesa a útvary geometrické od jejich modelů a jiných znázornění. Z historie zobrazování připomíná kameníky, tesaře, výtvarníky, stavitele pevností i G. Monge.

V prvním dílu nalezneme výklad Mongeova promítání včetně rovinných řezů hranolů a průniků těles. Podrobněji než je dnes obvyklé se probírají vlastnosti elipsy odvozené z průmětu kružnice, trojhran a průměty všech pravidelných těles.

Ve druhém dílu nalezneme i kružnice křivosti a jejich poloměr, evoluty a evolventy (*čára odvojná a odvinutá*). Z *pravidelných* křivek se podrobně probírají kuželosečky a cykloidy. Pak už se promítají rotační tělesa, šroubovice na válci i kuželi, řezy těles (bez důkazů) a průniky těles. Naše střední školy přesahuje učivo o vlastních a vržených stínech včetně *stupňování světla* i konstrukce stínů vržených tělesem na těleso. V *plochách pravítkových* se proberou sborcené plochy, zejména sborcená plocha šroubová.

Perspektivní rýsování má obsah obdobný jako učebnice Šandova.

9.8 Životopisy

Franjo (František) MOČNIK

∗ 1. října 1814, Cerkno u Gorice (Kirchheim), † 30. listopadu 1892, Graz

Studoval na gymnáziu a na lyceu v Lublani, potom v Gorici (teologie).

1840 Doktor filozofie (Štýrský Hradec)

1846 Profesorem elementární matematiky na technické akademii ve Lvově.

1849 Profesorem matematiky na univerzitě v Olomouci.

1850 Školním radou a inspektorem reálných a obecných škol v Kraňsku.

Od roku 1846 psal a vydával učebnice počtů pro všechny třídy obecných škol, učebnice aritmetiky a geometrie pro nejrůznější stupně a typy škol, nejprve německy, jeho učebnice vycházely v mnoha vydáních a překladech do různých jazyků Rakouska-Uherska (i v češtině, ale i slovenštině). V učebnicích a metodických příručkách kladl důraz na užití poznatků v praktickém životě. Rozvíjel jak metodiku počítání zpaměti, tak metodiku písemného počítání.

Biografie: OSN, [K. Mačák, 1995], [D. Pagon, J. Hora, 1996], http://www.pef.uni-lj.si/markor/mocnik.htm

9.9 Prameny

A. Dokumenty

A.1 Osnovy

ENTWURF der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich. Wien, 1849, 258 stran [SPKK III.-1466].

A.2 Učebnice

CVIČEBNÁ kniha k vyučování v počtech pro žáky II. a III. třídy obecných škol v císařství Rakouském. V cís. král. skladu normálních školních knih, Praha, 1855, 202 stran, další vydání až do roku 1871 [NK 54 E 675, 54 E 445, 54 E 452, 54 F 360, 54 F 688 aj.].

CVIČEBNÁ kniha k vyučování v počtech pro žáky III. třídy městských škol v císařství Rakouském. C. k. správa skladu školních knih pro Čechy, Praha, 1858, 102 stran, další vydání až do roku 1871, např. 1859, 1864, 108 stran [NK 54 E 445, 54 F 360, 54 J 12429/3.Tř.].

CVIČEBNÁ kniha k vyučování v počtech pro žáky IV. třídy městských škol v císařství Rakouském. C. k. správa skladu školních knih pro Čechy, Praha, 1858, 114 stran, další vydání až do r. 1870, např. 1863, 1865, 1867, 120 stran [NK 54 E 452, 54 J 12429/4.Tř.].

DŘÍZHAL J.: Měřictví pro nižší gymnasia. I. L. Kober, Praha, I. oddíl, 2. vydání: 1870, 184 stran, 3. vydání: 1880, 131 stran, 4. vydání: 1881, 82 stran, II. oddíl, 2. vydání: 1871, 51 obrázků, 3. vydání: 1880, 80 stran, III. oddíl, 3. vydání: 1880, 64 stran, IV. oddíl, 3. vydání: 1888, 117 stran [NK 54 D 772].

JANDEČKA V.: Geometria pro vyšší gymnasia. Nákladem spisovatelovým, I. L. Kober, Praha, Díl I. Planimetria, 1864, 136 stran, 150 obrázků, Díl II. Stereometria, 1865, 76 stran, 98 obrázků, Díl III. Trigonometria, 1865, 64 stran, 40 obrázků, Díl IV. Analytická geometria v rovině, 1867, 142 stran, 112 obrázků [NK 54 D 547/I.+II.,III.+IV.].

LEHRBUCH der Geometrie zum Gebrauche an Unterrealschulen (mit eingeschalteter Terminologie in böhmischen Sprache.) Im k. k. Schulbücherverlage für Böhmen, Karlgasse Nr. 190-1, Prag [NK 14 E 826, 14 E 111].

MOČNIK F.: Kniha početní pro první třídu nižší reální školy. V c. kr. nakladatelství školních knih, Vídeň, 1852, 168 stran [KNM 83 F 174, NK 54 S 599].

MOČNIK F.: Nauka o arithmetice pro nižší gymnasia. Oddíl druhý pro III. a IV. třídu. J. G. Calve, B. Tempsky, Praha, 1852, 140 stran [NK 54 G 14177].

MOČNIK F.: Počtářství praktické. S připojenou naukou o jednoduchém účetnictví kupeckém a průmyslnickém. Pro druhou třídu nižší realky obou ročníků. V cís. král. skladu normalních školních knih v Karlově ulici č. 190-1, Praha, 1853, 238 stran [NK 54 E 391].

MOČNIK F., ČULEN M.: Arithmetika pro I. a II. třídu nižšího gymnasia. Dle Fr. Močnika vzdělal Martin Čulen, suppl. učitel na Báňsko-Bystřickém gymnasium. Od c. kr. nakladatelstva školních kněh, Vídeň, 1854, 285 stran [KNM 67 D 126, 68 E 274].

POČETNICE pro školy venkovské v císařství Rakouském. Praha, c. k. školní knihosklad, 1862, 137+6 stran [NK 54 E 675 přiv.].

RYŠAVÝ D.: Základové měřictví a kreslení pro I. třídu nižších reálních škol. I. L. Kober, Praha, 1866, 2. vydání: 1868, 4. vydání: 1875, 123 stran [NK 54 D 628/1.2., 54 B 608].

RYŠAVÝ D.: Základové měřictví a rýsování pro II. třídu nižších reálních škol. Oddělení první. Plochoměrství. 99 stran, 106 obrázků, Oddělení druhé. Tělesoměrství. 96 stran, 86 obrázků, I. L. Kober, Praha, 1863 [NK 54 E 878], 2. vydání: 1868, 159 stran [NK 54 G 20545], 3. vydání: 1873, 160 stran [NK 54 D 826].

RYŠAVÝ D.: Zobrazující měřictví. (Geometrie descriptive) pro vyšší reální školy. I. L. Kober, Praha, 1862, 1863. Oddělení první, 113 stran, 90 obrázků. Oddělení druhé pro V. a VI. třídu, 179 stran, 140 obrázků [NK 54 E 575/ I.II.].

SMOLÍK J.: Početní kniha pro nižší gymnasia I. 1.–2. roč., II. 3.–4. roč., J. G. Calve, c. k. universitní knihkupectví, Praha, 1861 [NK 54 D 478/1.2.]; Praha, 1863 [NK 54 D 11]; Praha, 1868 [NK 54 D 621].

ŠANDA F.: Měřictví a rejsování. Kober & Markgraf, Praha. Část I. Rejsování měřických tvarův v ploše a měření v jednom rozměru, 1859, 137 stran, Část II. Podobnost, měření a počítání ploch, 1860, 112 stran [NK 54 F 757/6.8.].

ŠANDA F.: Měřictví pro vyšší třídy středních škol a k vlastnímu studium I., II., I. L. Kober, Praha. I. Planimetrie, Trigonometrie, Stereometrie, 1870, 305 stran, 2. vydání: 1876, 317 stran, 3. vydání: 1881, 354 stran, II. Analytické měřictví v rovině, Sférická trigonometrie, 1870, 107 stran.

ŠANDA F.: Měřictví a rýsování pro II., III. a IV. třídu realných škol a realných gymnasií. I. L. Kober, Praha, 3. vydání: 1880, 150 stran, 4. vydání: 1884, 184 stran.

ŠANDA F.: Měřictví a perspektivní rejsování od svobodné ruky. Pro nižší reální školy. I. a II. díl. I. L. Kober, Praha, 1862, 153+192 stran [NK 54 E 576], 3. vydání: 1867 [NK 54 F 1942].

ŠIMERKA V.: Algebra, čili počtářství obecné pro vyšší gymnasium. E. Grégr, Praha, 1863, 169 stran [NK 54 D 548], 2. vydání: 1868 [NK 54 D 676], 3. vydání: 1874, 191 stran [NK 54 E 997].

ŠIMERKA V.: Přídavek k algebře. E. Grégr, Praha, 1864, 56 stran [NK 54 F 6655, 54 D 588].

A.3 Metodické příručky

METHODIKA počtův z paměti spolu s četnými cvičebnými příklady pro I. třídu obecných škol v císařství Rakouském. Učitelům a kandidátům úřadu učitelského. C. k. nakladatelstvo školních kněh, Vídeň, 1865, 182 stran [KNM 67 G 73].

METHODIKA počtů cifrových v přiměřeném spojení s počítáním z paměti učitelům a kandidátům úřadu učitelského. Od c. k. nakladatelstva školních kněh, Vídeň, 1857, 232 stran [NK 54 J 15432].

B. Literatura

BEČVÁŘOVÁ M.: Josef Smolík (1832–1915). Nakladatelství ČVUT, Praha, 2007, 254 stran, 23 obrazových příloh.

BOROVANSKÝ L.: Ředitel František Šanda. Nekrolog. (Zvláštní otisk z XX. výroční zprávy c. k. české realky Karlínské). Vlastním nákladem, Praha, 1894, 7 stran [NK 54 E 1948/přiv.].

CŽERMÁK J.: Pokynutí z prohlídek tak zvaných triviálních škol. J. A. Pospíšil, Pardubice, 1852, 29 stran [NK 54 G 2601].

ČUPR K.: Málo známé jubileum. ČPMF 43(1914), 482–489.

FIALA J.: Síla přesvědčení Václava Šimerky. In Pátý L. (ed.): Jubilejní almanach, Jednota čs. matematiků a fyziků, JČSMF, Praha, 1987, 97–106.

MAČÁK K.: Franz von Močnik. Učitel matematiky 3(1995), 45–49.

PAGON D., HORA J.: Ještě o Močnikovi. Učitel matematiky 4(1996), 186–187.

PÁNEK A.: Život a působení P. Václava Šimerky. ČPMF 17(1888), 253–256.

PÁNEK A.: Svěcení pomníku P. Václava Šimerky v Praskačce. ČPMF 19(1890), 273–277.

PETRŽILKA V.: Ocenění prací P. Václava Šimerky. ČPMF 55(1925), 352–360.

ŠAFRÁNEK J.: Vývoj soustavy obecného školství v království Českém od roku 1761–1895. Příspěvek k dějinám českého vyučování. F. Kytka, Praha, 1897, viii+304 stran [NK 54 D 1624, 54 F 28584].

ŠAFRÁNEK J.: Za českou osvětu. Obrázky z dějin českého školství středního v zemích koruny svato-václavské. J. Otto, Praha, 1898, 270 stran [KNM 83 H 3], [NK 54 E 2070, 54 K 37987].

ŠAFRÁNEK J.: Školy české. Obraz jejich vývoje a osudů. I. svazek: r. 862–1848, II. svazek: r. 1848–1913. Matice česká, F. Řivnáč, Praha, 1913, 1918, 325+455 stran [NK 54 F 5700/Sv.1,2, 54 F 5707/Sv.1,2].