# 14. STŘEDNÍ ŠKOLY

## 14.1 Reálky

Zavedení osmileté povinné školní docházky, přizpůsobení měšťanských škol potřebám místních živností a průmyslu a zřizování pokračovacích kurzů pro přípravu učňů vedlo k tomu, že nižší reálky byly roku 1870 zbaveny úkolu připravovat pro povolání; *sedmitřídní reálky* (od roku 1877) získaly takové postavení vzhledem k technickým vysokým školám jako gymnázia k univerzitám. V důsledku toho přizpůsobily reálky své vyučovací cíle potřebám vysokých škol technických posílením matematiky a přírodovědných předmětů, zařazením deskriptivní geometrie a kreslení.

Z učebního plánu reálek z roku 1879 [Instructionen, 1879] uvádíme počty hodin v jednotlivých třídách.

| Třída | I. | II. | III. | IV. | V. | VI. | VII. | Celkem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Matematika | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 28 |
| Rýsov. a deskr. geom. | – | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 18 |
| Kreslení od ruky | 4 | (4) | (4) | (4) | (4) | (4) | (4) | 28 |
| Celkem | 29 | 29 | 29 | 31 | 32 | 33 | 33 | 216 |

### **Matematika** (strana XI až XIV)

Vyučovací cíl: Důkladná znalost a jisté ovládání elementární matematiky.

I. třída, týdně 3 hodiny.

Objasnění dekadického číselného systému. Čtyři základní operace s nepojmenovanými a jednoduše pojmenovanými čísly bez desetinných míst a s desetinnými místy. Vysvětlení metrického systému měr a vah. Základy dělitelnosti čísel; největší společný dělitel, nejmenší společný násobek. Obecné zlomky. Převody obecných zlomků na desetinné a naopak. Počítání s vícenásobně pojmenovanými čísly.

II. třída, týdně 3 hodiny.

Zkrácené násobení a zkrácené dělení. Počítání s periodickými a neukončenými desetinnými zlomky s ohledem na potřebné zkrácení. Nejdůležitější z nauky o mírách a vahách, o penězích a mincích. Převody měr, vah a mincí. Úsudkový počet (převedením na jednotku) užitý na jednoduché a složené úlohy. Nauka o poměrech a úměrách, jejich užití; trojčlenka, řetězový počet, výpočty procent, jednoduchých úroků a diskonta; pravidla o dělení, výpočet průměru a dělení v daném poměru.

III. třída, týdně 3 hodiny.

Čtyři základní operace s obecnými čísly v jednočlenných a vícečlenných výrazech. Výpočty druhých a třetích mocnin jednočlenných a vícečlenných algebraických výrazů i dekadických čísel. Výpočet druhé a třetí odmocniny z dekadických čísel. Cvičení ve výpočtech s určitými čísly k opakování aritmetického učiva předchozích tříd, užitých především na výpočty měšťanského obchodního života. Složené úrokování.

IV. třída, týdně 4 hodiny.

*Obecná aritmetika.* Vědecky podaná nauka o prvních čtyřech početních operacích. Základy dělitelnosti čísel. Teorie o největším společném děliteli a nejmenším společném násobku použitá i na mnohočleny. Nauka o obecných zlomcích; převod obecných zlomků na desetinné a naopak. Důkladné vysvětlení výpočtů s desetinnými čísly, zejména zkráceného násobení a dělení. Nauka o poměrech a úměrách s užitím. Nauka o řešení rovnic prvního stupně s jednou a s několika neznámými s užitím pro prakticky důležité úlohy.

V. třída, týdně 5 hodin.

*Obecná aritmetika.* Řetězové zlomky. Neurčité (diofantické) rovnice prvního stupně. Nauka o mocninách a odmocninách a zvláště určování druhých a třetích mocnin vícečlenných výrazů, jakož i výpočet druhé a třetí odmocniny z vícečetných výrazů a zvláštních čísel. Nauka o logaritmech a jejich vztahu k nauce o mocninách. Systém Briggsových logaritmů. Uspořádání a užití tabulek logaritmů. Rovnice druhého stupně s jednou neznámou.

*Geometrie roviny* (planimetrie) vykládána přísně vědecky. Základní geometrické pojmy. Přímka, úhel, jejich druhy a měření. Rovnoběžné přímky. Trojúhelník, jeho základní vlastnosti; shodnost trojúhelníků a odtud vyplývající vlastnosti trojúhelníka. Mnohoúhelník, základní vlastnosti; shodnost mnohoúhelníků, pravidelný mnohoúhelník. Podrobné probírání čtyřúhelníka. Úměrnost úseček a podobnost rovinných útvarů, a to: podobnost trojúhelníků a odtud vyplývající vlastnosti trojúhelníka; podobnost mnohoúhelníků. Obsah útvarů, něco o jejich proměně a dělení. Nauka o kruhu, pravidelné mnohoúhelníky kruhu vepsané a opsané. Měření kruhu.

VI. třída, týdně 5 hodin.

*Obecná aritmetika.* Aritmetické a geometrické posloupnosti. Užití na složené úrokování a výpočet renty. Kombinatorika. Binomická věta pro celé a kladné exponenty. Výklad těch vyšších rovnic, které je možné převést na kvadratické; kvadratické rovnice se dvěma neznámými, v jednoduchých případech (symetrické rovnice) s více neznámými. Exponenciální rovnice. Další cvičení v užívání logaritmických tabulek. Probírání několika nejjednodušších případů neurčitých rovnic druhého stupně se dvěma neznámými.

*Geometrie.* 1. *Goniometrie* a pojem goniometrických funkcí; vztahy mezi funkcemi téhož úhlu, různých úhlů v jistých vzájemných vztazích, dále jednoduchých a z nich složených úhlů. Užití trigonometrických tabulek. Úlohy o goniometrických rovnicích.

2. *Rovinná trigonometrie.* Hlavní věty o řešení pravoúhlého trojúhelníka a specielní probrání příslušných hlavních případů. Užití na řešení rovnoramenného trojúhelníka a na pravidelné mnohoúhelníky. Hlavní věty k řešení ostroúhlých trojúhelníků. Zvláště probrání hlavních případů řešení ostroúhlých troj-

úhelníků, užití na některé kombinované případy, jakož i na úlohy z cyklometrie a praktické geometrie.

3. *Geometrie prostoru* (stereometrie). Nejdůležitější věty o vzájemné poloze přímek v prostoru a vzhledem k rovině a o vzájemné poloze rovin. Základní vlastnosti mnohostěnů, zejména trojstěnů (polární mnohostěn); shodnost a souměrnost. Třídění těles. Základní vlastnosti a shodnost hranolů obecně, zvláště rovnoběžnostěnů a jehlanů. Výpočet povrchu a objemu hranolů, jehlanů, komolých jehlanů a hranolců. Podobnost jehlanů a mnohostěnů. Pravidelné mnohostěny. Základní vlastnosti válce, kužele, koule. Výpočet objemu těchto těles a povrchu kolmého válce, kolmého úplného a komolého kužele a koule. Některé úlohy na výpočty povrchů a objemů rotačních těles.

VII. třída, týdně 5 hodin.

*Obecná aritmetika.* Základy nauky o pravděpodobnosti. Řešení některých úloh z oblasti životního pojišťování. Rozklad imaginárních výrazů v jejich reálné a imaginární složky, výpočet modulu a argumentu a grafické znázorňování komplexních veličin.

*Geometrie. Základy nauky analytické geometrie v rovině.* Jako úvod něco o užití algebry na geometrii. Vysvětlení nejužívanějších systémů souřadnic. Transformace souřadnic. Analytické vyšetřování přímky, kružnice, paraboly, elipsy a hyperboly. Každou z těchto křivek zvlášť, vycházeje z její speciální základní vlastnosti a s omezením na ty důležité vlastnosti těchto čar, které se vztahují k ohniskům, tečnám a normálám, vždy v pravoúhlém systému souřadnic. Kvadratura paraboly a elipsy. Polární rovnice kružnice a každé z kuželoseček s využitím ohniska jako pólu a hlavní osy jako polární osy.

*Sférická trigonometrie.* Jako úvod objasnění nejdůležitějších vlastností sférického trojúhelníka (polárního trojúhelníka). Základní vzorce a výklad hlavních případů řešení pravoúhlého sférického trojúhelníka, pak ve stejném způsobu ostroúhlého trojúhelníka. Obsah sférického trojúhelníka. Užití sférické trigonometrie ve stereometrii a na řešení některých elementárních úloh matematického zeměpisu, např. navrhování nejužívanějších sítí pro pozemní a námořní mapy, nebo také některé z nejjednodušších úloh ze sférické astronomie.

(K osnově patří dále 23 stran (str. 101–123) metodických poznámek ke smyslu a cíli vyučování matematice, k metodám práce, ke zkoušení, k domácím úkolům (2 stránky), k písemným pracem, k učebnicím a cvičebnicím a k učivu jednotlivých ročníků (14 stran).)

## **Geometrické kreslení** (strana XIX až XX)

(Přesněji: geometrie a geometrické kreslení na nižší reálce, základy deskriptivní geometrie na vyšší reálce.)

Učební cíl pro nižší reálku. Znalost nejdůležitějších pouček geometrie a jejich užití v nauce o geometrických konstrukcích; zručnost v rýsování.

Učební cíl pro celou reálku. Znalost nejdůležitějších pouček a úloh nauky o promítání a jistého zacházení s ní při jejich užití v nauce o stínech a v zobrazení jednoduchých technických objektů.

II. třída, týdně 3 hodiny.

a) Geometrie, týdně 2 hodiny. Základy geometrie: přímky, úhly, rovnoběžky. Nejdůležitější poučky o stranách a úhlech trojúhelníka, shodnost trojúhelníků; rovnoběžník a lichoběžník; něco o čtyřúhelníku a mnohoúhelníku obecně; podobnost trojúhelníků. Porovnání a měření přímkových útvarů; Pythagorova poučka v geometrickém smyslu. Nejdůležitější z nauky o kruhu.

b) Geometrické kreslení, týdně 1 hodina. Cvičení v používání příložníku, trojúhelníku a rýsovadla.

III. třída, týdně 3 hodiny.

a) Geometrie, týdně 2 hodiny. Základy stereometrie: Nejdůležitější poučky o vzájemné poloze přímek a rovin se zvláštním zřetelem na potřeby výuky v deskriptivní geometrii. Objasnění pravidelných těles, hranolů a jehlanů, dále válce, kužele a koule; určení velikosti těchto těles.

b) Geometrické kreslení, týdně 1 hodina. Užití planimetrie k řešení nejdůležitějších konstrukčních úloh: dělení úsečky a úhlu na dvě stejné části, konstrukce normál, přenesení úhlu, konstrukce rovnoběžek, konstrukce trojúhelníků, rovnoběžníků, lichoběžníků a pravidelného šestiúhelníka. Obecně dělení úseček, konstrukce měřítka a jeho užití k přenášení obrazců ve stejné nebo změněné velikosti. Dělení úhlů pokusně. Konstrukce libovolného pravidelného mnohoúhelníka na základě pokusného dělení kruhu; tečny kružnice a dvou kružnic. Konstrukce kružnice z jednoduchých podmínek.

IV. třída, týdně 3 hodiny.

a) Geometrie, týdně 1 hodina. Užití základních algebraických operací k řešení jednoduchých úloh planimetrie a stereometrie.

b) Geometrické kreslení, týdně 2 hodiny. Vysvětlení a znázornění kuželoseček, elementární odvození nejdůležitějších vlastností těchto křivek a jejich užití ke konstrukci tečen. Zobrazení geometrických těles a jednoduchých technických objektů ve vodorovné a svislé projekci na základě názoru jako příprava ke studiu deskriptivní geometrie na vyšší reálce.

V. třída, týdně 3 hodiny.

Podrobné opakování nejdůležitějších pouček o poloze přímek a rovin. Provádění elementárních úloh deskriptivní geometrie v pravoúhlém promítání s přihlédnutím k odpovídajícím konstrukcím stínů.

VI. třída, týdně 3 hodiny.

Pravoúhlé promítání jehlanů a hranolů, rovinné řezy a sítě těchto těles; určení stínů. Zobrazení válcových, kuželových a rotačních ploch, poslední s omezením na plochy druhého řádu; rovinné řezy, dotykové roviny a vržené stíny těchto ploch. Jednoduché příklady průniků jmenovaných ploch.

VII. třída, týdně 3 hodiny.

Základy lineární perspektivy: zobrazení perspektivních obrazů bodů průsečnou metodou a s použitím pravoúhlých souřadnic; poučky o úběžnících a dělicích bodech. Užití předešlého k perspektivnímu zobrazení geometrických těles a jednoduchých technických objektů. Opakování nejdůležitějších partií z celého předmětu.

(K osnově patří 12 stran metodických poznámek, str. 195–206.)

**Kreslení od ruky** (strana XX až XXI)

Učební cíl. Co možná největší zručnost ve volném zobrazení technických objektů podle základních pouček perspektivy; dovednost v kreslení ornamentů a porozumění jejich stylu; přesné znázornění tvarů lidské tváře. Obecně: Porozumění světu tvarů a vytváření smyslu pro krásu.

První vyučovací stupeň.

I. třída, týdně 6 hodin. II. třída, týdně 4 hodiny.

Názorná nauka, kreslení rovinných geometrických útvarů od ruky podle předloh, které předvádí učitel na tabuli a doprovází krátkými vysvětlivkami nutnými k porozumění, totiž: přímé a křivé čáry, úhly, trojúhelníky, mnohoúhelníky, kruhy, elipsy, kombinace těchto obrazců. Geometrický ornament; základy ornamentu v ploše.

Kreslení prostorových a geometrických útvarů od ruky podle základních pouček perspektivy, předváděných na vhodných drátěných a dřevěných modelech v tomto pořadí: přímé a křivé čáry, mnohoúhelníky, kruhy, stereometrická tělesa a jejich kombinace; jednoduché technické objekty.

(V první třídě se v kreslířských cvičeních nejprve probírají rovinné geometrické útvary, geometrický ornament a konečně základy ornamentu v rovině.)

Teoretická část výuky, nauka o tvarech, přesto pokračuje a zakončuje se vysvětlením těles (stereometrie). Při tomto vysvětlování se vystříháme všech druhů kreslířských cvičení; potřebné pojmy se odvozují na vhodných názorných pomůckách.

Ve druhé třídě začíná výuka úvodními vysvětlivkami o perspektivě pomocí vhodných přístrojů; kreslení podle drátěných a dřevěných modelů postupuje podle předepsaného způsobu …).

[V dalších ročnících kreslení. Metodické poznámky na str. 207–219.]

## 14.2 Tři typy gymnázií

Účelem gymnázií podle organizační osnovy z roku 1848 bylo poskytnout vyšší obecné vzdělání na základě starých klasických jazyků a jejich literatury, a tím zároveň připravit pro univerzitní studium. Protože takto pojaté gymnázium, zvané klasické, bylo příliš zaměřeno na studium mrtvých jazyků – latiny a řečtiny – a nevyhovovalo potřebám praxe, vznikaly další typy gymnázií: reálné, v němž byla od 3. ročníku řečtina nahrazena francouzštinou, a reformní reálné, které mělo francouzštinu od 1. ročníku a latinu až od 5. ročníku. Menší odchylky v počtu hodin měly i přírodovědné předměty a matematika.

Přehled počtu hodin matematiky a deskriptivní geometrie podle organizace středního školství z roku 1908.

| Třída | I. | II. | III. | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | Celkem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Matematika** | | | | | | | | | |
| gymnázium | 3* | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 23 |
| reálné gymnázium | 3* | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 23 |
| ref. reálné gymnázium | 3* | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 | 24 |
| reálka | 3* | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | – | 26 |
| **Deskriptivní geometrie** | | | | | | | | | |
| reálné gymnázium | – | – | – | – | 2 | 2 | – | – | 4 |
| ref. reálné gymnázium | – | 2 | 2 | 3 | – | – | – | – | 7 |
| reálka | | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | – | 15 |

* Od roku 1919 po čtyřech hodinách týdně.

**Osnovy reálného gymnázia z roku 1909** [Šafránek J., 1913]

Matematika.

a) Nižší oddělení, 3 roky.

Úkol: *Průprava v nauce o číslech až včetně pro začátky počítání s čísly obecnými jakožto souborného vyjádření početních zákonů.* Průprava v měřictví se stálým spojováním představ a úloh planimetrických a nejjednodušších stereometrických. Užití a propracování prostorových představ, jichž poskytují ostatní předměty učebné (zeměpis, přírodopis atd.) a všední život. Žáci mají zvykati správnému a bezpečnému užívání odborné mluvy aritmetické a geometrické (formální definice však předčasně se nežádají).

I. třída, týdně 3 hodiny.

*Počty*: Čtyři základní úkony početní s celými čísly pojmenovanými i nepojmenovanými v omezeném oboru číselném, jenž se jen znenáhla rozšiřuje. Římské číslice. Domácí míry, mince a váhy. Čísla desetinná, braná zprvu dle systému místních hodnot, později jako desetinné zlomky ve spojení s přípravným cvičením v počítání se zlomky. (Obyčejné zlomky, jejichž jmenovatelé obsahují jen malé a přehledné činitele; probírati je náleží na konkrétních a názorných příkladech jakožto zvláštní druhy pojmenovaných čísel bez tak zvaných pravidel zlomkových.)

*Měřictví*: Cvičení v nazírání na jednoduché tvary tělesné, zvláště na krychli a kouli. Cvičení v užívání kružítka, pravítka, trojúhelníku, měřítka a úhloměru. Měření a kreslení okolních předmětů. Seznamování s vlastnostmi a vztahy nejjednodušších útvarů prostorových (úhel 60°, 90°, trojúhelníky rovnoramenné, pravoúhlé, rovnostranné apod.), s rovnoběžnými a kolmými přímkami a rovinami na určitých obrazcích a tělesích plošných. Obsah čtverce, obdélníku, krychle, kvádru při užívání metrických měr.

II. třída, týdně 3 hodiny.

*Počty*: Míry a násobky, seznamování se s prvočiniteli číselného oboru, jenž znenáhla se rozšiřuje. Obecná pravidla pro počítání se zlomky; proměna obyčejných zlomků na zlomky desetinné a obráceně. Veličiny přímo a nepřímo úměrné (jako nejjednodušší podněty k funkcionálnímu myšlení) v počtech úsudkových. Stálé cvičení v počítání s pojmenovanými čísly desetinnými s nenáhlým rozšiřováním oboru číselného. Začátky počtu úrokového.

*Měřictví*: Poznávání souměrnosti útvarů tělesných a rovinných. Poznání prvků, jež rovinný útvar určují, konstrukcí (jako náhrada důkazu o shodnosti). Rozmanité užití na měření ve školní síni, pokud možné také v kraji. Trojúhelníky, čtyřúhelníky, mnohoúhelníky (zvláště pravidelné); kruhy. K nim příslušné přímé hranoly a válce. Koule dle požadavků současného vyučování zeměpisu. Měnivost útvarů (změny jejich podoby a velikosti při změně určovacích prvků).

III. třída, týdně 3 hodiny.

*Počátky obecné aritmetiky* jako konečný soubor dosavadního vyučování početního; vyjádření pravidel početních slovy a písmeny, nejjednodušší přeměny, cvičení v dosazování (časté zkoušky pro obecné výpočty dosazením zvláštních čísel do daného a do výsledku). Záporná čísla v nejjednodušších a neumělkovaných úlohách (stupnice teploměrná, výšková, stav vody, osa číselná).

*Vztahy mezi plošnými obsahy* (přirovnání, nejjednodušší přeměny, vzorce obsahové), *krychlové obsahy* přiměřených hranolů a válců přímých, měření a srovnávání na předmětech školní síně, školní zahrady a pokud možno i ve volné přírodě. Věta Pythagorova s hojným znázorněním a užitím na útvarech rovinných a nejjednodušších tělesných (např. úhlopříčka krychle, výška přímého jehlanu se čtvercovou základnou).

*Mnohostranné spojování nauky arithmetické a geometrické.* Grafické znázornění čtyř úkonů početních úsečkami, výrazů

$$(a+b)^2, \qquad (a-b)^2, \qquad (a+b)(a-b), \qquad (a+b)^3$$

atd. pravoúhelníky a krychlemi. Odmocňování dvěma a třemi v připojení k planimetrickým a stereometrickým výpočtům. Počítání zkrácené. Posuzování toho, k jakému stupni přesnosti jest směřovati a jakého lze dosáhnouti, na základě skutečného měření určovacích prvků. Odhad řádové velikosti výsledku, potvrzení výsledků odhadových a početních dodatečným měřením a vážením počítaných těles a ploch (na modelech). Další podněty k funkcionálnímu myšlení: vzrůst délkových, plošných a krychlových rozměrů obrazců a těles, o nichž seznáno (bezprostředním názorem a kreslením ve změněném měřítku), že jsou si podobny, s prvou, druhou a třetí mocninou, s druhým a třetím kořenem určujících prvků. Nejjednodušší určovací rovnice, pokud k nim vedou planimetrické a stereometrické výpočty této třídy.

b) Střední oddělení, 2 roky.

Úkol: *Obecná arithmetika úkonů prvého a druhého stupně. Mocniny a kořeny. Planimetrie a stereometrie.* Buzení smyslu pro vědecké spojování jednotlivých mathematických pojmů a vět v aritmetice a geometrii s upuštěním od postupu čistě deduktivního.

IV. třída, týdně 3 hodiny.

*Obecná arithmetika*: Výklad početních pravidel a jich souvislostí, nacvičení prováděním přeměn a zvláště řešením určovacích rovnic a zkouškami dosazováním výsledků (numerických i algebraických) do původní rovnice. Míry, násobky zlomků; rovnice prvého stupně o jedné a několika neznámých: poměry, úměry; ryzí rovnice druhého stupně, pokud se jich používá při vyučování planimetrii. Grafické znázornění lineární funkce a užití jeho k řešení rovnic prvého stupně.

*Planimetrie*: Výklad euklidovského způsobu definicí a důkazů na charakteristických příkladech, přičlenění ostatní látky pokud možná ve tvaru úloh. Řešení konstruktivních úloh rozmanitými metodami všeobecnějšími (také sestrojováním algebraických výrazů) s vyloučením všech úloh, jež lze řešiti jen zvláštními obraty umělými. Úlohy početní v přirozené souvislosti s ostatní látkou.

V. třída, týdně 3 hodiny.

Rozšíření a doplnění aritmetického učiva předcházející třídy; pokračování v řešení rovnic prvého stupně užitých na různé obory. Mocniny a odmocniny, nacvičeny na nestrojených příkladech.

*Stereometrie*: Jako průprava rýsování nejjednodušších tvarů tělesných v průmětu (zejména také krystalů). Pojmy a zákony o vzájemné poloze přímek, rovin s omezením se na základní a typické věty s důkazy a se zřetelem na názor. Vypočítávání povrchu a obsahu hranolu (válce), jehlanu (kužele), koule a jejich řezů a těles průsekem jich vzniklých.

c) Vyšší oddělení, 3 roky.

Učební cíl: *Dokončení tak zvané elementární mathematiky jakož i poznání a upotřebení funkcí.*

VI. třída, týdně 3 hodiny.

*Arithmetika*: Logarithmy. Rovnice druhého stupně v jedné neznámé (a nejlehčí o více neznámých). Nejjednodušší rovnice vyšších stupňů, které lze bez umělých obratů převést na quadratické. Iracionální, imaginární a komplexní čísla, pokud k nim vede řešení oněch rovnic. Grafické znázornění quadratické funkce a použití jeho na řešení rovnic 2. stupně.

*Geometrie a trigonometrie*: Grafické znázornění funkcí, použité zejména také ku vštípení jejich vlastností a vztahů. Neustálé srovnávání trigonometrických vět a metod s planimetrickými a stereometrickými. Mnohostranné použití trigonometrie na úlohy polního měření, zeměpisu, astronomie atd., přičemž určující prvky nechť si zjedná měřením – třebas jen přibližným – žák sám.

VII. třída, týdně 3 hodiny.

*Arithmetika*: Aritmetické a geometrické řady. (Použití těchto zejména na složitý počet úrokový.) Permutace, variace a kombinace v nejjednodušších případech. Binomická věta pro celé kladné mocnitele. Základní pojmy počtu pravděpodobnosti.

*Analytická geometrie*: Obecné použití analytické metody na čáry 1. a 2. stupně s poukazem při příležitosti na planimetrické zpracování dotyčných útvarů a vztahů, opírající se o podaná dosavadní grafická znázornění jednotlivých funkcí. Vyjádření směrnic hlavně křivek při vyučování probraných pomocí differenciálního kvocientu. Přibližné řešení algebraických (a nahodile přicházejících transcendentních) rovnic grafickými metodami.

VIII. třída, týdně 2 hodiny.

Souborné opakování z celého oboru matematiky, jemuž ve škole bylo vyučováno, zejména opakování rovnic a řad, stereometrie, trigonometrie a analytické geometrie. Rozšíření a prohloubení na jednotlivých místech. Použití na různé obory vyučování a praktického života na místě čistě formálních úloh.

Rozhled do minulosti i budoucnosti s historického a filosofického hlediska.

Písemné práce: V každé třídě 3 školní práce v každém běhu, kromě toho malá domácí cvičení s hodiny na hodinu. Připadá-li nejbližší hodina na následující den, pak tato cvičení v nižších třídách odpadnou vždy, ve vyšších třídách jen tehdy, není-li mezi nimi prázdné odpůldne. Dle potřeby školní cvičení s opravou ve škole.

## Deskriptivní geometrie

Cíl učebný: *Jistota v zobrazování nejdůležitějších tvarů těles průměty, a hotovost v poznávání tvaru těles, která jsou průměty svými dána.*

V. třída, týdně 2 hodiny.

Na základě názorů rýsovati jest jednoduchá tělesa ve zvláštních polohách k průmětnám. Geometrické určení pojmu půdorysu a nárysu bodu, přímek atd. Hlavní zákony o zobrazování bodu. Zobrazování mnohostěnů v otočených polohách. Zobrazování bokorysu a šikmého průmětu těchto těles. – Vyšetřování průsečíku přímky s rovinou, průsečnic rovin a řezů těles rovinou. Sestrojování vrženého stínu mnohostěnů při osvětlení rovnoběžném. – Řešení základních úloh, vztahujících se k zobrazování těles. – Rýsování sítí těles.

VI. třída, týdně 2 hodiny.

Vyšetřování pravého tvaru obrazce rovinného určeného svými průměty a určování průmětů obrazce rovinného v daném tvaru a poloze. Upotřebení konstrukcí uvedených k řešení rozličných úloh zvláště k zobrazování pravidelných hranolů a jehlanů v daném tvaru a poloze. Zobrazování kružnice, rotačního kužele a válce nebo těles z nich složených také šikmým průmětem. – Zobrazování koule a těles rotačních. – Rovinné řezy na válcích, kuželích, koulích a rotačních tělesích. – Vyšetření nejjednodušších vržených stínů válce, kužele a koule.

### 14.3 Aritmetika na středních školách

Výuku aritmetiky na konci 19. století ovlivnilo v Rakousko-Uhersku zavedení metrických měr a korunové měny. Např. v učebnici F. Tůmy (1886–1904) se ve druhém vydání podrobně probírá desítková soustava měr, bez známky o dřívějších měnách; ve třetím vydání z roku 1893 jsou však v závěru učebnice i převody starých měr na dekadické. Ve druhém vydání jsou slovní úlohy ve staré měně, ve třetím vydání již v korunách (K) a haléřích (h).

Podrobněji probereme až třetí vydání z roku 1893; ze druhého vydání uvedeme několik odlišností. Ve druhém vydání se uvádí i zápis čísel v šestkové soustavě, ale bez převádění z jedné soustavy do druhé. V něm se probírá i *Kterak se počítá skráceně.* Na dvanácti stránkách jsou uvedeny různé příčiny vzniku neúplných čísel a operace s nimi. Např. dělení s rozšířením dělence a dělitele na čísla celá):

$$
\begin{array}{l}
\underline{0.7621 : 2.4563} \\
\underline{\ \ 7621} : \ 2456|3 = 0.3102 \\
\underline{\ \ \ \ 252} \\
\underline{\ \ \ \ \ \ \ 6} \\
\underline{\ \ \ \ \ \ \ 1}
\end{array}
$$

V dalších vydáních je toto učivo jen přeřazeno.

Ve druhém vydání se vysvětluje *Kterak se mají zlomky obyčejné k dělení*, ve třetím vydání je propedeutika zlomků zpaměti: *Proprava ke zlomkům obyčejným.*

V úvodu aritmetiky se vysvětlují veličiny rozpojité, jejichž velikost je dána počtem jednotek, částek (počet jablek na talíři, počet vojáků v řadě). U veličin spojitých musíme zvolit míru, která se stane jednotkou; u míry délky je jednotkou opět délka atd. *Kolik jednotek veličina obsahuje, to vyjadřujeme číslem. Číslo vyjadřujeme číslicí (cifrou), např. tabule má tři metry zdélí. Tři jsou tu číslem a znakem pro číslo tři je číslice* 3.

Při výkladu písemného násobení se malými číslicemi nad a pod činiteli poznamenával řád číslic; to usnadňovalo výklad násobení a násobení čísel s nulami. Užití poznáme z příkladů:

$$
\overset{2}{200} \times \overset{1}{40} = \overset{3}{8000} \qquad \underset{1}{0,4} \times \underset{3}{0,007} = \underset{3\,4}{0,0028} \qquad \underset{4}{0,0001} \times \overset{3}{1000} = \underset{1}{0,1}
$$

Podobně u dělení:

$$
\overset{5}{6} : \overset{5}{2} = \overset{0}{3}, \text{ neboť } \overset{5}{2} \times \overset{0}{3} = \overset{5}{6},
$$

znamená v našem zápise $600\,000 : 200\,000 = 3$, neboť $200\,000 \times 3 = 600\,000$.

Ve složitějších případech dělení se řády číslic píší jen při výkladu písemného dělení, nikoliv v samotném zápise; dělení desetinným číslem se převádí na dělení celým číslem rozšířením dělence i dělitele. Odlišuje se rozdělování, tj. dělení mnohokmenného čísla číslem nepojmenovaným, a měření, tj. dělení mnohojmenného čísla číslem mnohojmenným.

Dnes obvyklý rozsah měla kapitola o dělitelnosti čísel s pravidly dělitelnosti, rozkladem čísla v součin prvočísel, největší společnou mírou (největším společným dělitelem) a nejmenším společným násobkem (rozkladem a vytýkáním činitelů). Ve zlomcích nalezneme známé porovnávání zlomků, čísla smíšená, rozšiřování a krácení zlomků, operace se zlomky, složený zlomek.

Neobvyklou terminologii mají poměry a úměry. Přední člen poměru je stručně *před*, zadní člen poměru je *sled*, podíl předu a sledu je *udavatel* poměru. *Před poměru se rovná součinu ze sledu a udavatele.* Poměry jsou sestupné a vzestupné; rovnají-li se udavatelé dvou poměrů, jsou si poměry rovny.

Úměra je rovnost poměrů; v úměře $1 : 2 = 3 : 6$ jsou čísla $1, 2, 3, 6$ členy úměry, 1 a 3 předy, 2 a 6 sledy. Úměra $4 : 6 = 6 : 9$ je spojitá, 6 je geometrický průměr (střední úměrná) mezi členy vnějšími ($6 = \sqrt{4 \cdot 9}$ ).

Úměrné veličiny jsou v poměru přímém nebo nepřímém. Trojčlenka se řeší úměrou, počtem závěrkovým (tj. úsudkem), návodem jednotkovým, návodem společné míry, návodem rozkladným (vlaská praktika).

V počtu procentovém se procentová část nazývá výnosem, počítá se úsudkem přes jedno procento, pomocí vzorce nebo trojčlenkou. V rámci tématu se objasňují termíny z praxe: tára, provize, dohodné, pojišťovací prémie, agio (ziskový rozdíl mezi nominální hodnotou cenného papíru, deviz apod. a jeho případnou vyšší kurzovní hodnotou).

## 14.4 Algebra na gymnáziu

Ve druhé polovině 19. století se obsah školské algebry velmi podobal tomu, se kterým se žáci seznamovali v dalších sto letech. Od současné algebry se učebnice liší v odchylných postupech, v terminologii a v rozšíření učiva o řadu témat ve 20. století již neprobíraných. Také požadavky na matematickou přesnost úvah se od druhé poloviny 20. století zvýšily.

Úvodem do algebry na gymnáziích bude nám učebnice F. Tůmy *Aritmetika pro III. a IV. ročník* (1886–1894). Doplníme ji částmi z učebnice J. Smolíka z roku 1870; ta již obsahuje algebru pro vyšší ročníky gymnázií, pro které je již výslovně určena učebnice E. Taftla z roku 1887.

J. Smolík začíná výkladem o číslech. Jsou bezejmenná (prostá) a pojmenovaná, stejnojmenná a různojmenná. Slouží při zápisech veličin rozpojitých a spojitých, stejnorodých a různorodých. Čísla se zapisují číslicemi indoarabskými a římskými. Zápis čísel v desítkové soustavě je uveden i zmínkou o soustavách se základy $2, 3, 7, 12$ (bez příkladů převádění čísel o různých základech).

V zápisu čísel *římskými číslicemi* se dozvídáme, že čísla 1 000, resp. 10 000, resp. 100 000 se zapisovala CIↃ nebo M, resp. CCIↃↃ nebo $\overline{\mathrm{X}}$ nebo XM, resp. CCCIↃↃↃ nebo $\overline{\mathrm{C}}$ nebo CM.

*Čísla obecná* mohou znamenati jakékoli číslo. Zapisují se písmeny ze začátku abecedy (známá), z konce abecedy neznámá, *která se známými určiti mají.* Obecná čísla se zapisují i písmeny řeckými nebo latinskými s čárkami nebo s ukazovatelem (indexem). Podle zápisu čísel se aritmetika dělí na zvláštní, vyšší (vlastnosti celých čísel) a obecnou, tj. algebru.

V zápise např. $3a$ je u Tůmy číslo 3 součinitelem a $a$ číslem základním. Při sčítání se objasňuje záměna sčítanců i užití závorek.

Z odčítání vyplynou čísla záporná, s čísly kladnými navzájem protivná. *Je-li odečítati od* 7 *číslo* 9*, učiníme dosti, odečteme-li místo* 9 *čísla* 7 *a* 2*. Protože* 7 *odečteno jsouc od* 7 *dá za rozdíl nullu, zbude odečíst ještě* 2*; i bude*

$$7 - 9 = 7 - 7 - 2 = 0 - 2$$

*a poněvadž nulla ničeho neplatí, můžeme psáti*

$$0 - 2 = -2,$$

*obecně*

$$0 - a = -a.$$

*Z toho patrno, že* $-2$ *povstalo odečtením* 2 *od nully.*

Následuje výklad o číslech kladných a záporných, čísla souhlasná mají stejná znaménka, s opačnými znaménky jsou čísla protivná. Znázorňují se na číselné ose, a ta slouží i k výkladu přičítání a odčítání kladných a záporných čísel.

Algebraické úkony (operace s čísly) rozeznává Taftl skladné (přímé – sčítání, násobení a umocňování) a rozkladné (obrácení, nepřímé – odčítání, dělení a odmocňování). Probírá je souběžně s čísly zvláštními i obecnými, ve spojení s úpravami rovnic a s vlastnostmi operací (bez názvů komutativnost, asociativnost atd.).

K výkladu mnohočlenů je nutné probrat mocniny. Smolík zavádí pro mocniny druhého stupně název *čtverec*, pro mocniny třetího stupně *kostka*, pro mocniny čtvrtého stupně *dvojčtverec*.

Při operacích s mnohočleny se probere i *vysazení činitele* (vytýkání) a vzorce

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \qquad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$

při dělení mnohočlenu mnohočlenem se částečné součiny zapisují pod dělence a odčítají se.

Na dělení mnohočlenů navazuje dělitelnost čísel s větami o dělitelnosti, určují se prvočinitelé složených čísel a největší společná míra (největší společný dělitel) a nejmenší společný násobek (vše s čísly i s mnohočleny).

Operace s mnohočleny a lomenými algebraickými výrazy (obecními zlomky) se průběžně prolínají s opakováním operací s čísly určitými. Např. mnohočlen $3x^2 + 7x + 6$ se spojuje se zápisem čísla 376 ve tvaru $3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 6$ apod. Algoritmy výpočtu druhé a třetí mocniny a odmocniny (dobývání kořene druhého a třetího stupně) z čísel určitých vyplynou z umocnění mnohočlenů; žáci mají např. vypočítat i

$$\sqrt[3]{27x^6 + 54x^5 + 63x^4 + 44x^3 + 21x^2 + 6x + 1} = 3x^2 + 2x + 1.$$

Souběžně se probírají i zlomky včetně desetinných a desetinných čísel periodických s lomenými výrazy. Zlomky se vyjadřují také pomocí *řetězců* (zlomků řetězových), které jsou podle výsledků konečné, nekonečné, periodické (občíslné). Např.

$$\frac{47}{67} = \frac{47:47}{67:47} = \frac{1}{1+\frac{20}{47}}, \qquad \frac{20}{47} = \frac{20:20}{47:20} = \frac{1}{2+\frac{7}{20}}, \qquad \frac{7}{20} = \dots$$

což se nakonec zapisuje řetězcem

$$\frac{47}{67} = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\dots}}}}$$

Řetězec se obráceně vyjadřuje zlomkem a proberou se vlastnosti řetězců.

Ke zlomkům připojuje E. Taftl dnes nepřípustný *Přídavek 1. Každé konečné číslo nullou děleno dá za podíl číslo nekonečné. 2. Číslo konečné jsouc děleno číslem nekonečným dá za podíl nullu.*

*Důkaz: Blíží-li se v rovnici $a : k = p$ dělitel znenáhla nulle, roste podíl stále, a je-li $k = 0$, dosahuje podíl hodnoty největší, nekonečné ($\infty$); tj. $a : 0 = \infty$ neboli $\frac{a}{0} = \infty$.*

V mocninách a odmocninách se u Taftla probírají mocniny s exponentem nula, záporným i lomeným; souběžně se umocňují a odmocňují dvěma a třemi čísla určitá i mnohočleny. Podrobněji výklady Smolíkovy:

*V kořenových veličinách (odmocninách) je zavedení $\sqrt[m]{a} = b$, $a = b^m$ s mnoha dnes nepřípustnými důsledky: $\sqrt[0]{1} = a$, neboť $a^0 = 1$, $\sqrt[0]{a} = 0$ nebo $\infty$, neboť $0^0 = \infty^0 = a$. Při lichém odmocniteli je kořen z veličiny kladné vždy kladný, z veličiny záporné vždy záporný. Při sudém odmocniteli jest kořen z veličiny kladné buď kladný nebo záporný $\sqrt{4} = \pm 2$, neboť $(\pm 2)^2 = 4$. Při sudém odmocniteli jest kořen z veličiny záporné nemožný: $\sqrt[2n]{-1}$ není ani $+1$, ani $-1$, poněvadž $(\pm 1)^{2n} = +1$ a nikoliv $-1$.*

*Z té příčiny říkáme sudému kořenu ze záporné veličiny pomyslný (imaginarní) a klademe pro kratší psaní $\sqrt[2n]{-1} = \mathrm{i}$, takže bychom psali $\sqrt[2n]{-a} = \sqrt[2n]{a}\,\sqrt[2n]{-1} = b\,\sqrt[2n]{-1} = b\mathrm{i}$. Dvojčlen podoby $x + \sqrt{y}$, kde $x$ jest jakési číslo realné a $\sqrt{y}$ číslo pomyslné, nazývá se číslo soujemné (komplexní). Všeobecný vzorec čísla soujemného jest $a + b\mathrm{i}$. Je-li $b = 0$* (v textu chybně $\mathrm{i} = 0$), *představuje výraz ten každé číslo realné, a je-li $a = 0$ každé číslo pomyslné. Čísla*

$a + b\mathrm{i}$ *a* $a - b\mathrm{i}$ *jsou spřežitá a jejich normou jest realné číslo* $a^2 + b^2$. *Mocniny pomyslných veličin jsou:* $\mathrm{i}$, $\mathrm{i}^2 = -1$, $\mathrm{i}^3 = -\,\mathrm{i}$, $\mathrm{i}^4 = 1$ *a obecně*

$$\mathrm{i}^{4n} = 1, \qquad \mathrm{i}^{4n+1} = +\sqrt{-1} \qquad \mathrm{i}^{4n+2} = -1, \qquad \mathrm{i}^{4n+3} = -\sqrt{-1}.$$

*Buď součet neb rozdíl pomyslných čísel jest číslo pomyslné*

$$a\mathrm{i} + b\mathrm{i} = (a + b)\mathrm{i}.$$

*Buď součin neb podíl dvou čísel pomyslných jest číslo realné*

$$a\mathrm{i} \times b\mathrm{i} = ab\mathrm{i}^2 = -ab\,; \qquad a\mathrm{i} : b\mathrm{i} = \frac{a\mathrm{i}}{b\mathrm{i}} = \frac{a}{b}.$$

Veličiny směrné a nesměrné jsou v dnešní terminologii racionální

$$\left(\sqrt{\frac{36}{49}} = \pm\frac{6}{7}, \quad \sqrt[3]{a^6b^9} = a^2b^3\right)$$

a iracionální

$$\left(\sqrt{2}, \sqrt[3]{a}^2\right)$$

bez udání podmínek pro $a, b$.

*Nesměrnost u zlomků trpí se v algebře pouze v čitateli, nikoliv však ve jmenovateli. Má-li tedy ten který zlomek nesměrného jmenovatele, promění se tento ve směrného. Výkonu tomu říkáme usměrňování jmenovatele.* V tom usměrňování je i příklad

$$\frac{1}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{1 \cdot (\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a^2b} + \sqrt[4]{ab^2} + \sqrt[4]{b^3})}{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a^2b} + \sqrt[4]{ab^2} + \sqrt[4]{b^3})} = \frac{V}{a - b}$$

Potřebný rozklad $\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$ byl ovšem probrán předem.

Celou řadu příkladů a cvičení obsahuje oddíl *Kterak se přivede buď součet nebo rozdíl dvou veličin kořenových druhého stupně pod jediný kořen téhož stupně a naopak?* Jednodušší příklady jsou např.

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2} = \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$$

též obráceně

$$\sqrt{3 \pm \sqrt{5}} = \sqrt{\frac{1}{2}(3 + \sqrt{9 - 5})} \pm \sqrt{\frac{1}{2}(3 - \sqrt{9 - 5})} = \sqrt{\frac{5}{2}} \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\sqrt{10} \pm \sqrt{2}).$$

*Poměry* jsou podle Taftla aritmetické a geometrické. Podrobně se však probírají jen poměry geometrické (měřické). Poměr $a : b$ je naznačené dělení a výsledek dělení je udavatel poměru. V sestupném poměru je $a > b$, ve vzestupném $a < b$. Poměry se rozšiřují a krátí. Ve srovnalostech (úměrách) se odvodí celá řada úprav; např. z úměry

$$a : b = c : d \quad \text{plyne} \quad (a \pm b) : (c \pm d) = a : c = b : d \quad \text{aj.}$$

I v závěru Tůmovy učebnice pro IV. ročník gymnázií se probírají poměry a úměry. Aplikací úměr je jednoduchý počet úrokový, regula de tri (trojčlenka), počet spolkový (dělení veličiny v daném poměru).

Složených poměrů se užívá ve složených úměrách, ve složeném počtu trojčlenném; řešení se provádí úsudkem (počtem závěrkovým) a počtem řetězovým. Složený počet úrokový se nejprve řeší postupným výpočtem, pak pomocí úročitele

$$\frac{100+p}{100}, \quad \text{vzorcem} \quad K = z\Big(\frac{100+p}{100}\Big)^n$$

a nakonec i pomocí tabulky úročitelů.

Rovnice

S rovnicemi se žáci seznamují již na nižším stupni gymnázia. Podle Tůmovy učebnice *Rovnice jest spojení dvou veličin znamením rovnosti, např.* $5x + 4 = 19$. *… Rovnice sluje totožnou (neboli identickou), je-li na obou stranách rovnítka týž výraz, jako*

$$7 = 7, \qquad a + b = a + b, \qquad 0 = 0.$$

*Rovnice jest analytická, je-li s jedné strany rovnítka naznačený a s druhé strany provedený výkon početní jako*

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

*Rovnice určovací jsou ty, které jen určitým hodnotám obecných veličin v nich se objevujícím místo dávají, např. rovnice*

$$5x + 4 = 19$$

*platí jen pro* $x = 3$.

*Rovnice určovací řešíme, vyhledávajíce ony hodnoty obecných veličin v ní se vyskytujících, které činí právě rovnici potřebu. Hodnoty vyhledané slují kořeny rovnice. Veličiny obecné, po jejichž hodnotách pátráme, slují neznámé.*

*Jsou-li kořeny vyhledané správny, dosadíme-li je do rovnice dané, vzniknou vždy rovnice totožné. Tak dostaneme z hořejší rovnice, dosadíme-li za x číslo 3, rovnici*

$$\begin{aligned} 5 \cdot 3 + 4 &= 19, \\ 19 &= 19. \end{aligned}$$

Při řešení rovnic se při jejich násobení a dělení vyskytují jen přirozená čísla; zkouška se provádí *stojíme-li o jistotu, bylo-li správně počítáno.* Neuvádí však žádné příklady na rovnice bez kořenů nebo na rovnice, které vedou na identické rovnice. Pokud jsou v příkladech i rovnice s proměnnými ve jmenovateli ($ab$, $a+b$), neuvádějí se podmínky, za nichž jsou úpravy přípustné. Řešení slovních úloh se provádí nejprve úsudkem, pak rovnicí.

*Rovnice o dvou neznámých* se řeší metodou dosazovací, srovnávací, vylučovací. Mezi 48 úlohami je i jedna ($5x-4y=8$, $10x-8y=16$) s úkolem *oznamte příčinu, proč nelze těchto rovnic řešiti.*

Na vyšším stupni gymnázia rozlišuje Taftl ve výkladu o rovnicích stejniny a rovnice určovací, algebraické a transcendentní (např. exponenciální). V úpravách rovnic *Výsledky budou stále sobě rovny, mění-li se obě strany rovnice stejným způsobem.* Až pak probírá rovnice lineární, kvadratické, soustavy lineárních rovnic (i pomocí dvouřádkových determinantů), rovnice bikvadratické, symetrické a exponenciální.

V příkladech lineárních rovnic jsou i *rovnice s parametry*, např.

$$\frac{x+a}{x-b} - \frac{ax-b}{x+b} = \frac{a+b}{x-b}$$

avšak bez vysvětlení parametru, bez uvedení podmínek $x \neq \pm b$; v závěru řešení nalezneme bez diskuse

$$2b = x(a-1), \qquad x = \frac{2b}{a-1}.$$

Proti našim osnovám jsou v učebnici i *neurčité rovnice* prvního stupně. *Žádá se obyčejně, aby byly neznámé vždy čísla celá nechť kladná nechť záporná, často pouze kladná celá.* Tyto rovnice se řeší pomocí shody čísel nebo pomocí řetězových zlomků. K řešení pomocí shody čísel se předem podrobně probraly vlastnosti rovnosti čísel dle modulu $m$ (kongruence modulo $m$).

U rovnic kvadratických se rozlišují kořeny realné a pomyslné; k tomu se diskutují vztahy mezi koeficienty různých typů rovnic, ale bez termínu diskriminant. Mnoho pozornosti se věnuje podmínkám, za nichž jsou oba reálné kořeny kladné nebo oba záporné.

V nauce o *logaritmech* se nevychází z logaritmické funkce (funkce v učebnicích té doby vůbec nejsou). Definuje se rovnou soustava poměročetná neboli logaritmická se základem $a$:

$$N = a^n, \qquad n = \mathrm{Log}\, N.$$

*Za základ se nehodí číslo záporné ani kladný zlomek pravý, ani jednotka.* Proberou se vlastnosti logaritmů o základu $a > 1$ včetně $\mathrm{Log}_a 0 = -\infty$, $\mathrm{Log}_a \infty = \infty$. [Taftl, 1883]

J. Smolík píše $m = {}^b\!\log M$, $b^m = M$ – *$m$ jest logaritmus čísla $M$ při základě $b$.*

V té době bylo ještě důležité užití dekadických logaritmů k výpočtům. Proto se podrobně vysvětlovala charakteristika a mantisa dekadických logaritmů, jejich tabulky, logaritmy součinu, podílu, mocniny a odmocniny, ale také Gaussovy logaritmy součtu a rozdílu. Logaritmováním se řešily i rovnice exponenciální.

*Posloupnosti*, čili *řady geometrická* a *aritmetická*, mají dnes obvyklý rozsah, terminologie a značky jsou však odlišné. Tak počet prvků se nazývá ukazovatel a označuje se (jako dnes) $n$, $q$ je udavatel geometrické posloupnosti, její $n$-tý člen je $u$, $n$-tý člen aritmetické posloupnosti je $z$, takže známé vzorce mají nezvyklý tvar

$$u = aq^{n-1}, \quad s = a\frac{q^n - 1}{q - 1} \qquad \text{nebo} \qquad s = \frac{uq - a}{q - 1}$$

$$z = a + (n-1)d, \qquad s = (a + z) \cdot \frac{n}{2}$$

Taftl má i nekonečnou řadu geometrickou, která je konvergentní pro $q < 1$ [!].

Aplikací geometrické posloupnosti (předchází aritmetickou) jsou úlohy *složitého úrokování.*

Po aritmetické posloupnosti se probírají *čísla obrazcová.*

Obrazcová čísla 1. řádu jsou čísla 1, 2, 3, 4, ...
Obrazcová čísla 2. řádu jsou 1, 3, 6, 10, ... , tj.

$$\binom{2}{2}, \quad \binom{3}{2}, \quad \binom{4}{2}, \quad \ldots, \quad \binom{n+2-1}{2}.$$

Je to řada čísel trojúhelníkových, čísla *trojúhelníkem dobená* (tvarovaná) a jejich aplikací je počet kruhů ukládaných na rovině do trojúhelníku.

Obrazcová čísla 3. řádu jsou čísla 1, 4, 10, 20, ...

$$\binom{3}{3}, \quad \binom{4}{3}, \quad \binom{5}{3}, \quad \ldots, \quad \binom{n+3-1}{3}.$$

Jsou to čísla *čtyřstěnem dobená* a jejich aplikací je počet koulí skládaných v prostoru do čtyřstěnu.

(Obrazcová čísla $k$-tého řádu jsou obecně $\binom{n+k-1}{k}$ a vhodnější by byla až u výkladu Pascalova zápisu kombinačních čísel.)

Ve skladně (kombinatorice) se probírají přestavování (permutace), sestavování (kombinace) a obměňování. U permutací čísel a písmen se rozlišují prvky nižší nebo vyšší, jsou-li v přirozené posloupnosti čísel menší nebo v abecedě blíže prvnímu písmenu abecedy; *soujem* (acbd) je vyšší než (abcd). Nejnižší je seřazení prvků v přirozeném počátku čísel nebo podle abecedy (abcd), nejvyšší je seřazení v sestupném pořádku (dcba). Podrobně se vysvětluje, jak se z daných prvků systematicky tvoří všechny permutace; v tom případě se mohou permutace i očíslovat, a pak se v příkladech objeví, že *62. permutace* *přestava písmen* á, $o, p, r, v$ *je slovo právo.* (Ještě za první republiky jsme měli v kompozici určit kolikátousi permutaci daných písmen; kontrolu správnosti výpočtu měl vyučující snadnou, mělo vyjít předem neuvedené jméno nám zcela neznámého asyrského astronoma.)

U sestav (kombinací) $k$-té třídy nalezneme termíny známé z tehdejší lotynky; z daných prvků se postupně tvoří amba, terna, kvaterna, kvinterna a určuje se jejich počet, který se označuje symbolem *en nad ká*:

$$C_n^3 = \binom{n}{3} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

.

Kombinační čísla se využijí v *poučce dvojčlenné* (binomická věta): $n$-tá mocnina mnohočlenu, např. $(a+b+c+d)^n$, se počítá

$$(a+b+c+d)^n = a^n\Big(1 + \frac{b+c+d}{a}\Big)^n,$$

po substituci $\frac{b+c+d}{a} = z$ se do rozvoje $a^n(1+z)^n$ dosadí za $z$ výraz $\frac{b+c+d}{a}$ .

Probere se i nekonečný rozvoj $(1+z)^{\frac{m}{n}}$.

V *počtu pravděpodobnosti* se v nadpisu článku píše *počet (pravdě-)podobnosti.* Zřejmě proto, že vzorec $p = \frac{m}{n}$ je *podobnost pro případy příznivé* a

$$q = \frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n} = 1 - p$$

je *podobnost pro případy nepříznivé.* Termín (pravdě)podobnost pochopíme až z přehledu podobností:

| **případ** | **podobnost** |
|---|---|
| nemožný | 0 |
| pravdě nepodobný | $< \frac{1}{2}$ |
| nejistý | $\frac{1}{2}$ |
| pravdě podobný | $> \frac{1}{2}$ |
| jistý | 1 |

Jednoduché příklady užití počtu pravděpodobnosti jsou i dnes obvyklé, navíc je však zaveden i pojem matematické naděje $e$ jako součin podobnosti výhry a výše výhry:

| **Osoba** | **příznivé případy** | **sázka** | **výhra** |
|---|---|---|---|
| $A$ | $m_1$ | $a_1$ | $a_2$ |
| $B$ | $m_2$ | $a_2$ | $a_1$ |

naděje

$$A \qquad e_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2} a_2 = p_1 a_2$$

$$B \qquad e_2 = \frac{m_2}{m_1+m_2} a_1 = p_2 a_1$$

Při spravedlivé hře musí být naděje stejné.

Taftl jako aplikace pravděpodobnosti zařazuje i pojišťování.

F. Tůma napsal i *Aritmetiku pro vyšší třídy dívčích lyceí.* Obsah odpovídá úvodu do algebry z předchozí učebnice pro III. a IV. třídu středních škol. Navíc jsou připojeny i historické poznámky o autorech užívané symboliky; úpravy rovnic jsou zdůvodněny vlastnostmi rovnosti, probírají se i rovnice kvadratické a iracionální. Ve finanční aritmetice je i podrobné poučení o různých cenných papírech, o pojišťování a o různých výpočtech s nimi spojených. Jsou uvedeny i základy jednoduchého účetnictví s poučením o vedení účetních knih.

## 14.5 Geometrie na nižším stupni gymnázií

Učebnice geometrie odrážejí měnící se osnovy matematiky. Učebnice *Měřictví pro první třídu realních gymnasií a realních škol jakož i pro školy měšťanské* od Aloise Studničky z roku 1874 reaguje na kritiku osnov, v nichž se po sloučení kreslení s měřictvím objevila v prvním ročníku perspektiva; přeřazuje ji až do druhého ročníku. Učebnice *Měřictví a rýsování pro II., III. a IV. třídu …* od F. Šandy má 4. vydání opraveno podle nové osnovy z roku 1880. Proberme tyto dvě učebnice.

Učebnice Studničkova je na 67 stranách *propedeutikou geometrie.* Probere planimetrii i stereometrii včetně pokynů ku kreslení a rýsování na výkresy napínané na nekvalitní rýsovací prkna se stížností na nekvalitní tužky a gumy.

Sympatický je úvod, v němž Studnička vysvětluje, že *nesrovnalostem, jaké se vyskytují na nižších a vyšších třídách škol středních a vysokých, které v tom spočívají, že žák často bývá nucen ustoupiti od názorů dříve nabytých a jinými je nahrazovati, hleděl jsem se dle možnosti vyhnouti a je poopraviti, poněvadž takové stavby nejdou ku předu, kde každý následující stavitel dílo svého předchůdce rozmetává, znovu počínaje.*

V učivu většinou bez důkazů jsou uvedeny základní útvary v rovině a v prostoru s terminologií odlišnou od dnešní a s mnoha nepřesnostmi. Probírá se např. poloha přímky a její délka, obapolná poloha dvou přímek i obapolná délka dvou přímek. Výklad o úhlech má obvyklý obsah s tříděním úhlů, s dvojicemi úhlů.

Samostatnou kapitolu mají čáry křivé. Patří k nim kružnice a její části, obapolná poloha dvou kružnic, délka kružnice ($\pi = 3\frac{1}{7}$, 3,1416). Elipsa se sestrojuje motouzem, bodově, trojúhelníčkovou konstrukcí. Jsou uvedeny i čáry spirálné.

Do obrazců se zařazují trojúhelníky a čtyřúhelníky s tříděním, uvedou se vnitřní a vnější úhly, u mnohoúhelníků i počet úhlopříček s důkazem.

Nerozlišuje se shodnost a sestrojitelnost trojúhelníků, jsou uvedeny věty (v dnešním označení) sss, sus, usu. Na vlastnosti trojúhelníků navazují konstrukce kolmic, půlení úsečky a úhlů; i s důkazem je uvedeno, že *stojí-li úhel středový a obvodový na témže oblouku*, je obvodový úhel polovinou příslušného úhlu středového.

Stereometrie (měřické útvary v prostoru) začíná vlastnostmi rovin (přímka v rovině určena dvěma body) a polohou rovin v prostoru; i s podmínkami je uvedeno určení roviny třemi body, bodem a přímkou, dvěma různoběžkami a dvěma rovnoběžkami. *Pravidelnými křivinami* jsou plochy válcové, kuželové, kulaté a tělesa jako válce, hranoly, kužely a jehlance (i s komolými). Je uveden (jen popis) všech pěti pravidelných těles a kule (koule). Na tělesa navazují konstrukce jejich sítí.

V přípravách ku kreslení a k rýsování jsou předlohy k rýsování parketáží a ornamentů.

Mnohem podrobnější je učebnice Šandova. Má v podstatě totéž učivo jako učebnice Studničkova, ale mnohé zpřesňuje.

Mluví-li např. o přímce, uvede i úsečku: *začíná-li přímka a končí-li také určitým bodem, slove p ř í m k o u  o m e z e n o u  č.  ú s e č k o u. Velikost přímky záleží na její  d é l c e. Délka přímky může však býti a) k o n e č n á, mající určité meze, b) n e k o n e č n á, nemající určitých mezí.* Avšak v dalších výkladech již přímku a úsečku nerozlišuje: nejkratší vzdálenost dvou bodů se udává přímkou, *dvě přímky jsou si rovny* mají-li stejnou délku, přímky se graficky sčítají a měří metrem a jeho částmi.

*Dvě z téhož bodu vybíhající přímky mají rozdílnou polohu a mohou se od sebe více nebo méně odchylovati. Odchylka jedné přímky od druhé slove úhel.* Obvyklá je terminologie: vrchol, ramena úhlu, zápis úhlu třemi písmeny, úhel přímý, dutý, vypuklý, pravý úhel, úhly ostré, měření úhloměrem ve stupních.

Ve dvojicích úhlů jsou uvedeny úhly vrcholové a vedlejší, úhly s rameny rovnoběžnými i úhly vzniklé při protětí dvou přímek přímkou třetí.

V *obrazcích přímočarých* se v trojúhelníku dokáže, že součet vnitřních úhlů má velikost 180°, trojúhelníky se dělí podle úhlů, podle délek stran, probere se vztah stran a úhlů. Ze sestrojování trojúhelníků (podle vět usu, sus, sss) vyplynou věty o shodnosti trojúhelníků; podrobnější výklad je o případu Ssu.

U čtyřúhelníků je jejich rozdělení i jejich vlastnosti, mnohoúhelníky se přemísťují pomocí trojúhelníků nebo pomocí souřadnic vrcholů vzhledem k přímce s nulou zvolené mimo mnohoúhelník.

U obvodu kruhu jsou i historické poznámky o Archimedovi a Ludolfovi.

V přímkách a úhlech v kruhu jsou obvyklé termíny poloměr, průměr, sečna, tečna, tětiva, úhly středové a obvodové včetně důkazu; ve spojení kruhu a obrazců se probírají kružnice trojúhelníku vepsané a opsané, i vepsání útvarů do kružnice (rovnostranného trojúhelníka, čtverce, šestiúhelníka).

Na dělení *přímek* na dané množství sobě rovných dílů navazuje podobnost obrazců z jejich zmenšenin a zvětšenin. Proberou se věty o podobnosti trojúhelníků. Mají-li dva trojúhelníky strany rovnoběžné, určuje se bod podobnosti útvarů (střed stejnolehlosti bez tohoto termínu). *Přímky* se dělí v daném poměru, sestrojuje se i *střední měřická srovnalostná* pomocí $v = \sqrt{c_1 c_2}$ (bez vyslovení Eukleidovy věty).

U plošného obsahu vedle obvyklých čtverečních jednotek $\mathrm{m}^2$, $\mathrm{dm}^2$, $\mathrm{cm}^2$, $\mathrm{mm}^2$, a, ha, $\mathrm{km}^2$ nalezneme u Šandy i zajímavé užití arů pro obsahy velkých a malých ploch s měnitelem 10:

| **velké plochy** | **malé plochy** |
|---|---|
| 1 ar = 100 $\square$m | $0,1$ aru = 10 deciar = 10 $\square$m |
| 10 arů = 1 dekar = 1000 $\square$m | $0,01$ aru = 1 centiar = 1 $\square$m |
| 100 arů = 10 dekarů = 1 hektar | $0,001$ aru = 1 miliar = $0,1$ $\square$m |
| 1000 arů = 10 hektarů = 1 kiliar | |

Velká pozornost se věnuje rovnosti, proměně a dělení obrazců. Sem patří proměny trojúhelníků, obdélníka ve čtverec, různoběžníka i nepravidelného mnohoúhelníka v trojúhelník a dělení obrazců na poloviny.

Poloha bodu v rovině se určuje pomocí souřadnic (jen jedna osa s nulou a kolmice k ose). Pomocí souřadnic bodů útvaru se sestrojují shodné útvary; také pomocí čtvercové sítě. Podobné útvary se sestrojují pomocí měřítka (redukčního úhlu).

Měřické útvary v prostoru (*stereometrie*) zahrnují nejprve vztahy přímek a rovin (dvě přímky, svazek přímek (trs), svazek rovin, rovina a přímka, kolmice k rovině, určenost roviny, tři roviny).

Navazuje promítání základních útvarů (kolmý průmět bodu, přímky, promítací rovina přímky) s nesprávným tvrzením *Průmět přímky jest vždy menší nežli přímka sama.* V promítání na dvě k sobě kolmé průmětny se proberou souřadnice bodu v prostoru, určují se *pravé délky přímky z obou průmětů*, promítají se obrazce.

V tělesech se proberou jejich popisy i průměty, povrchy těles a jejich sítě i *krychlový obsah* (objem).

V kuželosečkách se proberou elipsy, paraboly, hyperboly. U elipsy poznají žáci i trojúhelníčkovou konstrukci bodů, afinitu s kružnicemi nad hlavní a vedlejší osou, proužkovou konstrukci. S důkazem poznají větu, že tečna půlí úhel průvodičů a sestrojují tečny z bodu k elipse. Paraboly a hyperboly se uvedou jako řezy na kuželi; po definicích následují bodové konstrukce, tečny; u hyperboly i asymptoty obou větví.

## 14.6 Geometrie na vyšším stupni gymnázií

V předchozích kapitolách jsme poznali, že v 1. polovině 19. století se geometrie na gymnáziích vůbec nevyučovala. Až podle osnov z roku 1848 byla zařazena v takovém rozsahu, který není obsažen ani v dnešních učebnicích. Přitom se požadovala výuka *v přísně vědeckém podání.* Jak se s tímto požadavkem vyrovnali autoři učebnic geometrie pro vyšší ročníky gymnázií, můžeme ukázat na učebnicích V. Jandečky (1864–1867), F. Šandy (1870) a A. Strnada (1909).

U Jandečky vychází výklad z Eukleidových *Základů* přizpůsobených věkové úrovni žáků. I když autor nezačíná systémem axiomů, ale názorným seznámením se základními útvary v rovině a v prostoru, je další výklad náznakem deduktivní výstavby teorie; věty se synteticky dokazují, využívá se dříve dokázaných vět, některé důkazy má provést čtenář, řada dalších se požaduje ve cvičeních. Na vhodných místech se žáci podrobně seznamují s důkazy, např. nepřímým; na větě Pythagorově se dokazuje i věta obrácená, v konstrukčních úlohách se požaduje rozbor, sestrojení, důkaz a omezení (tj. podmínky a diskuse).

F. Šanda v úvodu *Měřictví* zdůrazňuje, že věnuje pozornost nejen měřictví starému (eukleidovské geometrii), ale i novějšímu (jímž rozumí prvky projektivní geometrie). Z logiky vysvětluje pojmy výměr (definice), věty základní (axiomy), poučky, důkazy (s předpokladem a závěrkem), obracení vět, důkaz přímý a nepřímý, který ztotožňuje s důkazem sporem (důkaz neshodou). U výkladu úloh se rozlišují podmínky, kterým mají vyhovovat hledané útvary a *provedení nebo rozřešení úlohy, konstrukce.* Úlohy s jednoznačným řešením jsou *určité*; úlohy, v nichž není dostatek podmínek k sestrojení určitého obrazce, jsou *neurčité.* Velkou pozornost věnuje autor i *algebraickému určování veličin měřických* a na druhé straně *grafickému zobrazování výrazů algebraických*, a to proto, aby čtenář *viděl prospěšnost upotřebování měřictví v algebře a naopak algebry v měřictví.* (Ze spojení obou směrů vychází pak trigonometrie.) Samostatný článek je věnován historii geometrie od Egypťanů až po 19. století.

Prvky logiky jsou i v učebnici A. Strnada a K. Rašína. Místo axiomů jsou v učebnici zásady, věty naučné (věty v užším smyslu, poučky, teoremy), které se dokazují; geometrické úlohy se dělí na důkazové, početní a konstruktivní. Ve výkladu nalezneme i prvky projektivní geometrie. Aniž se hovoří o dualitě, vyslovují se věty navzájem duální: *Dva body lze spojiti jedinou přímkou, tato slove jejich spojnicí. Dvě přímky mohou se protínati v jediném bodě; tento bod slove jejich průsečíkem.* Rovnoběžným přímkám se přiřazuje úběžný bod (v nekonečné vzdálenosti), takže dvě přímky v rovině se vždy protínají, buď v konečnu nebo v nekonečnu. V historické poznámce (které jsou časté) se uvádí, že *pojem úběžného bodu zavedl roku 1639 R. Desargues, ač již slavný hvězdář J. Kepler označil roku 1609 rovnoběžky jakožto přímky, které se protínají v nekonečnu.* (Úběžný bod má v učebnici i F. Šanda). Některé výklady z logiky navazují na probrané geometrické věty. Když se v textu předvedly důkazy o úhlech, o trojúhelnících, zařazují autoři obecnější poučení o důkazech vět. Hovoří o podmínce a výroku ve větě, na předchozích příkladech rozlišují důkazy přímé a nepřímé, hovoří o obrácených větách, o potřebě důkazu obrácené věty a ukazují ovšem i věty, jejichž obrácení je nepravdivé.

Ve více než sto let starých učebnicích najdeme ovšem řadu odchylek v terminologii i nedůsledností v požadavcích na přesnost a úplnost úvah. Např. místo úsečky se užívá termín přímka, která má velikost nekonečně dlouhou nebo konečnou (je neomezená nebo omezená) podle toho, zda je nebo není omezena dvěma body.

U přímek rozeznává Jandečka a) polohu, b) tvar, c) velikost. Poloha přímky je dána dvěma body, bodem a směrem. Ve druhém případě budou dvě přímky různoběžky (se společným bodem, ale různého směru); nastane i případ, kdy jedním bodem prochází více přímek různého směru (svazek přímek) nebo různými body procházejí přímky téhož směru. Tvar přímky vyplývá z toho, že kousek přímky přenesený na jinou část přímky ji dokonale přikryje. Velikost přímky je nekonečně dlouhá nebo konečná; pak ji měříme zvolenou jednotkou a dvě přímky (úsečky) jsou pak souměřitelné nebo nesouměřitelné.

F. Šanda rozeznává u přímek a) směr, b) velikost, c) polohu. Velikost má jen úsečka, část přímky omezená dvěma body; všude dále však hovoří jen o přímkách. Ta poloha může být a) svislá č. prostopádná (vertikální), b) vodorovná (horizontální), c) kosá. Přitom svislé ani vodorovné přímky na vzdálených místech Země nemohou být rovnoběžné. Vysvětluje i rozdíl mezi přímkami navzájem kolmými a přímkami vodorovnými a svislými.

Dvě přímky jsou buď *rovnoběžné* se společným úběžným bodem, *sbíhavé* v některém bodě nebo *rozbíhavé* z nějakého bodu; společně se nazývají *paprsky*. Přímky, které pokračují i za svůj průsečík, jsou *rozběžky* (různoběžky). Dva polopaprsky, ve které dělí paprsek bod, mají *protivné směry*. (K pojetí, že dvě opačné polopřímky určují dva opačné směry, jsme se znovu vrátili až v 80. letech 20. století.) Terminologie související s přímkami je tedy pro nás neobvyklá.

Zato následující výklady o úhlech jsou v podstatě i dnes přijatelné, včetně důkazu toho, že *S daného bodu může se na danou přímku spustit toliko jedna kolmice.* U Jandečky nalezneme i náznak orientovaného úhlu, protože rozeznává rameno pevné a rameno hybné, úhel kladný, záporný, označení $\angle(a,b)$ *čili* $a^\wedge b$. Úhlem rozumí *rozdíl směrů dvou přímek rozbíhavých čili odchylku jedné přímky od druhé.* U dvou přímek proťatých přímkou uvádí Jandečka 5. Eukleidův axiom v původním znění; shodnost úhlů u rovnoběžek proťatých přímkou odvozuje z polohy ramen.

Také další výklady o rovinných útvarech, mnohoúhelnících, kružnici a kruhu odpovídají již našim požadavkům (jen naše vnější úhly v trojúhelníku jsou *zevnitřní*); u uvedených útvarů se věty o jejich vlastnostech dokazují. Shodnost a určenost trojúhelníků se však nerozlišuje; probírají se známé věty (v našem označení sss, sus, usu). Jandečka uvádí i Ssu, avšak tvrdí, že leží-li úhel proti kratší straně, jsou řešením úlohy dva trojúhelníky (neuvádí jeden nebo žádný).

Dostatek materiálu o dvou přímkách, kružnici, dvojici kružnic, středových a obvodových úhlech umožňuje zavést pojem geometrické místo bodů (množinu všech bodů dané vlastnosti) a řešení konstrukčních úloh jejich užitím. I když se o kvantifikátorech výslovně nehovoří, Strnad s Rašínem je neopomíjejí: *Geometrické místo středů všech kružnic ….* Konstrukční (strojné) úlohy vyžadují k úplnému řešení a) správné vyslovení a vysvětlení úlohy, b) rozbor úlohy (v našem pojetí), c) sestrojení útvarů (v našem pojetí eukleidovskými konstrukcemi), c) omezení úlohy (tj. dnešní diskusi). Vysvětluje se užití geometrických míst bodů k určení hledaných bodů a z toho, jsou-li tato geometrická místa dvě přímky, přímka a kružnice nebo dvě kružnice, vyplývá počet řešení. Mezi konstrukčními úlohami je i rozdělení pravého úhlu na tři shodné úhly s důkazem, ale i poznámka o tom, že libovolný úhel není možné rozdělit na tři shodné díly eukleidovskými konstrukcemi, že však již staří Řekové *vymyslili za tím účelem různé křivky.* (Dvě stránky o řešení úloh má již Jandečka, dokonce *důkaz zůstaven čtenářovi.*)

Místo úměrnosti, souměřitelných a nesouměřitelných úseček užívá termínů srovnalosť, směřitelné a nesměřitelné přímky. Např.: *5. Kdykoliv protíná několik rovnoběžek celý svazek paprsků, platí věty: a) stejnolehlé úseky paprsků jsou mezi sebou srovnalostné; b) stejnolehlé úseky rovnoběžek jsou též mezi sebou srovnalostné; c) úseky na rovnoběžkách stojí v témž poměru jako úseky paprsků.*

Mnohem podrobněji, než je dnes obvyklé, se probírají úlohy, v nichž je zapotřebí algebraickými výrazy vyjádřit některou úsečku. Např.: *Dána-li v nějakém trojúhelníku velikost jeho stran, má se počtem určiti … b) výška trojúhelníka.*

(Vyjdeme-li z Heronova vzorce pro obsah trojúhelníka, pak z

$$\frac{b \cdot v_b}{2} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ihned vyplyne

$$v_b = \frac{2}{b}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)};$$

v učebnici však není Heronův vzorec předem uveden, takže výpočet zabírá celou stránku.)

Podrobněji se probírá i *Grafické zobrazování výrazů algebraických.* Graficky se např. z úseček $a, b, c$ sestrojuje úsečka

$$x = \frac{a^2(3a + 2b - \frac{b^2}{a} + \frac{c^3}{a^2})}{a(2a - 3b + \frac{b^2}{a})}$$

Rovnice $x^2 - ax = -c^2$ se řeší graficky konstrukcí geometrické úměrné úsečky (*střední měřické srovnalostné*) k úsečkám $x$ a $(a - x)$, neboť $x(a - x) = c^2$.

Strnad s Rašínem probírají úměrnost úseček, body harmonicky sdružené, podobnost útvarů a řeší konstrukční úlohy užitím podobnosti. Konstruují rovněž úsečky dané různými algebraickými výrazy.

Do projektivní geometrie bychom dnes zařadili kapitolu o harmonické čtveřici bodů a přímek a jejich užití, výklad o pólech a polárách kružnice. Zajímavé jsou i úlohy izoperimetrické.

Pomocí podobnosti trojúhelníků, ve které dělí pravoúhlý trojúhelník výška na přeponu, dokazuje již Jandečka větu *Pythagorovskou* včetně důkazu věty obrácené: *čtverec podpony jest roveň součtu odvěsných čtvercovaných* i větu *čtverec odvěsné rovná se součinu z podpony a z přilehlé úsečky její.* (Tou přilehlou úsečkou je pravoúhlý průmět odvěsny do přepony; název věta Eukleidova není uveden.)

V učebnicích druhé poloviny 19. století se probírají metrické úlohy o obvodech a obsazích rovinných útvarů. V *obměru* kruhu (délce kružnice) uvádí Jandečka $\pi$ na 21 míst. Dnešní rozsah učiva překračují však u Šandy i u Strnada s Rašínem úlohy o proměnách útvarů v rovnoploché útvary: trojúhelník v jiný trojúhelník s jinou délkou strany, trojúhelník v obdélník, obdélník v jiný obdélník a ve čtverec, různoběžník a nepravidelný mnohoúhelník v trojúhelník aj. Obrazce se dělí na rovnoploché poloviny čarami rovnoběžnými s některou stranou.

### Stereometrie

Jandečka začíná stereometrii chocholem přímek se středem $O$ (též počátkem či polem), ale tento chochol je proťat dvěma různoběžnými rovinami ve stejnolehlých bodech $(A, A')$, úsečkách $(OA, OA')$, příčkách $(AB, A'B')$, obrazcích kolinearných či *součarých*. Průsečnice obou rovin je osa *kollinearní* (či osa *součaří*); na ní se protínají (nebo jsou s ní rovnoběžné) stejnolehlé příčky, vztah mezi stejnolehlými útvary v obou rovinách se nazývá kollineace nebo součaří. Vztahy platí i v případě, že bod $O$ je neskonale daleko. Speciální případ, kdy obě roviny jsou rovnoběžné, se nazývá stejnolehlost.

Strnad s Rašínem uvádějí pro vypuklé mnohostěny i Eulerovu větu o počtu jejich stěn, vrcholů a hran $r + s = h + 2$ i se Steinerovým důkazem. Podrobně probírají i pravidelné mnohostěny i s důkazem jejich počtu. Obdobný rozsah stereometrie má i Šanda.

Obdobou k rovinným $n$-úhelníkům zavádí V. Jandečka v prostoru tělesové $n$-úhelníky, též hroty nebo rohy s vrcholem, které mají kouty, boky a břity; přihlíží-li se k počtu úhlů, stěn nebo hran, užívá názvy $n$-koutník, $n$-bok, resp. $n$-břit. Tyto útvary studuje velmi podrobně, probírá i polárné $n$-kouty. Roviny, které protínají všechny hrany hrotů, omezují tělesa; jsou to sloupy (hranoly a válce) a jehlany (jehlany naprosto a kužely) i jehlany komolé. Probírá i pravidelná tělesa s řadou vlastností a nakonec i kouli, sférické jehlany a sférické trojúhelníky s vlastnostmi.

V důkazech povrchů těles využívá infinitesimální geometrické představy. Nejprve např. naznačí, že *ploský obsah kulového pásu neskonale tenkého je roven součinu z obvodu hlavního kruhu a z výšky pásu* a kulový pás rozděluje *rovnoběžnými kruhy na neskonalé množství pásů neskonale nízkých* a sečtením jejich obsahů se dobere $P = 2\pi rv = ov$.

*Krychlením těles* rozumí porovnávání krychlových obsahů (objemů) a jejich výpočet; při odvození vztahů mezi objemy různých jehlanů opět uplatní infinitesimální představy při využití Cavalieriho principu (bez tohoto názvu). Dnešnímu pojetí výuky matematiky je velmi vzdálené omezení všech úkolů na obsahy a objemy jen na úkoly důkazové, bez jediného numerického zadání.

### Analytická geometrie

Jandečkova učebnice analytické geometrie má širší obsah než je obvyklé. Pro Jandečku je analytická geometrie jen jednou z aplikací algebry v geometrii; do učebnice zařazuje totiž nejprve čtyři různá užití algebry k řešení geometrických úloh. Jsou to:

a) *Určování závislosti veličin geometrickými rovnicemi.* Patří sem známé odvození vztahu pro délku výšky z délky strany rovnostranného trojúhelníka, ale také závislost délky těžnice $a'$ na délce stran $\left(b^2 + c^2 = 2a'^2 + \frac{a^2}{2}\right)$ a pak pro všechny tři těžnice

$$3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(a'^2 + b'^2 + c'^2)$$

a mnoho dalších vztahů.

b) *Algebraické určování závislých veličin geometrických: Dány jsou poloměry dotýčných tří kruhů vnějších, najdi ploský obsah trojúhelníka.* Z dříve odvozených rovnic vyplývá

$$\Delta = \frac{r_a r_b r_c}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}}$$

aj.

c) *O geometrickém sestrojování výrazů algebraických.* S několika jednoduchými aplikacemi Pythagorovy věty a vět Eukleidových se seznamují i naši žáci; mezi Jandečkovými 18 cvičeními je však např. úkol sestrojit úsečku

$$x = \sqrt{2a^2 + (2a - b)b + 2a\sqrt{a^2 + 2ab}},$$

jsou-li dány úsečky $a$ a $b$.

d) Řešení určitých geometrických úloh užitím algebry. Např. má-li se do daného trojúhelníka $ABC$ vepsat čtverec, pak délka strany hledaného čtverce je $x = \frac{av}{a+v}$.

Vlastní analytická geometrie začíná velmi podrobným zavedením osnovy rovnoběžkových souřadnic úseček a pořadnic kosoúhlých i pravoúhlých, a také polárních. Současně se podrobně probírá i *proměňování os souřadnic*, a to nejen kosoúhlých v pravoúhlé, rovnoběžkových v polární a naopak, ale také posunutí soustavy, otočení soustavy a posunutí s otočením (v naší terminologii).

Výpočty vzdálenosti dvou bodů a obsahu trojúhelníka se provádějí v osnově souřadnic rovnoběžkových (jako zvláštní případ i pravoúhlých) i v osnově polární.

První rovnicí přímky v osnově souřadnic rovnoběžkových je

$$\frac{y}{b} + \frac{x}{a} = 1,$$

z níž plyne $y = Ax+b$. Jako zvláštní polohy přímky se podrobně hledají rovnice přímky procházející počátkem, rovnice os i rovnoběžek s osami souřadnic. Jiné *doby* (tvary) rovnice přímky vznikají v případě, že přímka je dána *dvěma bodoma* nebo bodem a směrnicí. Rovnice přímky končí vyšetřováním vzájemné polohy dvou a tří přímek, např. *má se vyzpytovati, zdali výšky trojúhelníka* (osy stran, osy úhlů, těžnice) *v jediném bodě se protínají.*

Od rovnice kružnice (v originále všude kruhu) se vyšetřování rovnic omezuje na soustavu pravoúhlých rovnoběžkových souřadnic; uvádějí se rovnice kružnice se středem v počátku soustavy souřadnic, mimo počátek souřadnic, rovnice kružnice procházející počátkem, dotýkající se osy $x$, osy $y$ i obou os, se středem na některé ose. Vzájemná poloha kružnice a přímky se vyšetřuje jen obecně, bez jediného konkrétního příkladu. Navíc se probírají délky tečny, normály, subtangenty a subnormály; u vzájemné polohy dvou kružnic se vyhledává i rovnice chordály, tj. přímky, jejíž body mají k oběma kružnicím tutéž mocnost, i rovnice *tečné dvěma kruhům společné.*

Vyšetřování rovnic elipsy, hyperboly a paraboly má v podstatě shodnou osnovu: proberou se nejrůznější tvary rovnic, sestrojování bodů, vyšetřuje se vzájemná poloha kuželosečky a přímky. U kuželoseček se probírají i *ředitelky* (řídící přímky kolmé na hlavní osu, u elipsy ve vzdálenosti $\frac{a^2}{e}$ od středu), obecně se vysvětluje křivost, střed a poloměr křivosti, u elipsy v hlavních vrcholech $\left(\frac{a^2}{b}\right)$ a ve vedlejších vrcholech $\left(\frac{b^2}{a}\right)$.

U hyperboly je navíc zvláštní pozornost věnována asymptotám, u paraboly se počítá obsah úseku paraboly (parabolické oblasti omezené parabolou a kolmicí na osu); úseky paraboly s body neskonale blízkými se nahrazují lichoběžníky. Na závěr kuželoseček se vyšetřují geometrická místa bodů daných obecnou rovnicí druhého stupně $Ax^2+Bxy+Cy^2+2dy+2ex+\Delta = 0$. Závěr zní, že geometrickými místy bodů jsou jen parabola, elipsa, kružnice a hyperbola (včetně zvrhlých a imaginárních).

Z vrcholových rovnic kuželoseček vyplývají jejich české názvy: $y^2 = 2px$ je stejnice (parabola, pravoúhelník $2px$ je roven čtverci $y^2$), $y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$ je schodnice (elipsa, do čtverce $y^2$ schází část $\frac{p}{a}x^2$), $y^2 = 2px + \frac{p}{a}x^2$ je nadbytnice (hyperbola, přebývá část $\frac{p}{a}x^2$). Pro elipsu a hyperbolu se uvádí i společný tvar

$$y^2 = 2px\left(1 \mp \frac{x}{2a}\right).$$

Obdobný obsah mají i učebnice Šandova a Strnadova s Rašínem. Jen na dokreslení uveďme, že je-li známa směrnice tečny kuželosečky v daném bodě, pak u Šandy směrnice normály v tom bodě je *zvrácená hodnota s protivným znaménkem.* Šanda také dostatečně nerozlišuje čáry a plochy, takže počítá např. obsah paraboly a rovnici kruhu (tj. kružnice). Na závěr také shrnuje vrcholové rovnice kuželoseček. Strnad s Rašínem řeší řadu úloh o kuželosečkách i konstrukčně; kuželosečky odvozují také jako řezy na kuželi; do projektivní geometrie patří navzájem duální věty Pascalova a Brianchonova.

### Trigonometrie

Jandečka začíná výklad trigonometrických funkcí rovnou pro orientovaný úhel (bez tohoto termínu) $(OX, OY) = XOY = x^\wedge y = \alpha \pm n \cdot 2\pi$, kde $n = 0, 1, 2, \ldots.$ V některém kvadrantě ležící přímka $r$ (tj. úsečka) procházející počátkem os souřadnic má $x$ hlavní průmět $r$ do osy $x$, $y$ pobočný průmět $r$

do osy $y$. *Hodnota poměrů $x : y : r$ záleží na poloze přímky $r$ k hlavní ose, čili na úhlu $x^\wedge y = \alpha$, jejž přímka $r$ s hlavní osou svírá, a naopak: může se z velikosti úhlu $x^\wedge y$ souditi na velikost poměrů $x : y : r$, čímž tyto poměry zvláštní důležitosti nabývají a úkony úhloměrnými (geometrische Functionen) se zovou. Z nich pak nazývá se poměr hlavního průmětu ku přímce $(x : r) =$ cosinus (dostava), ... Dále $(y : r) =$ sinus (vstava), ... tangens (tečnice), secans (sečnice), cosecans (dosečnice) a kotangens (dotečnice) úhlu $x^\wedge y$.*

V pravoúhlém trojúhelníku je podpona $r$ a odvěsné jsou průměty podpony $(x, y)$. Bez jediného příkladu a bez jediné hodnoty goniometrické funkce lze *z jejich velikosti na velikost úhlu příslušného závěrek činiti* a naopak. Vztahy goniometrických funkcí vyplývají z $x^2 + y^2 = r^2$:

$$\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1, \qquad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Čtenář si má sám odvodit, že

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{\sqrt{\sec^2\alpha - 1}}{\sec\alpha} = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2\alpha}}$$

a obdobně pro $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\sec\alpha$, $\operatorname{cotg}\alpha$, $\operatorname{cosec}\alpha$.

Dále se probere průběh funkcí v jednotlivých kvadrantech jen mezi mezními hodnotami $(0,\ 1,\ -1,\ 0,\ \infty,\ -\infty)$, vzorce $f(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$, $f(\pi \pm \alpha)$, vztahy funkcí dvou úhlů jako např.

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta, \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)}$$

atd.

Z předem uvedených vzorců se počítají *desky úhloměrné* (tabulky hodnot):

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}, \qquad \sin 18^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)$$

atd.

Teprve po vysvětlení sedmimístných (!) tabulek logaritmů hodnot goniometrických funkcí s úhly i ve vteřinách se řeší úlohy v pravoúhlém trojúhelníku.

Bez názvu se uvádí věta sinová ve tvaru $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$, věta Carnotova (kosinová) s důkazem, věta tangentová (bez názvu) a užívají se k řešení obecných trojúhelníků, čtyřúhelníků, pravidelných mnohoúhelníků i v měřictví výkonném (zeměměřičské práce). Místo věty kosinové se doporučuje věta tangentová.

Šanda a Strnad s Rašínem probírají goniometrii postupem později častějším: od trigonometrie v pravoúhlém trojúhelníku k vlastnostem goniometrických funkcí a k větám platným v obecném trojúhelníku. Ve všech učebnicích je zařazena i sférická trigonometrie s užitím v geografii a v astronomii.

**Infinitesimální počet**

Na modernizaci vyučování matematice podle návrhů Meranského programu z roku 1905 [J. Mikulčák, 1962/63] reagují Strnad s Rašínem ve své učebnici z roku 1918. Zařazují počátky diferenciálního a integrálního počtu. Stačí jim na to 25 stran; jde v podstatě o uvedení kalkulů bez důkazů.

## 14.7 Metodika matematiky pro střední školy

V roce 1887 vydal P. Durdík třídílnou práci *Paedagogika pro české školy vůbec, pro střední zvláště* (F. A. Urbánek, Praha, III. část, 590 stran). Středními školami se mínila především osmiletá gymnázia a sedmileté reálky. Ve III. části jsou obsaženy metodiky jednotlivých vyučovacích předmětů včetně matematiky a deskriptivní geometrie.

V části věnované matematice (9 stran) uvádí její autor A. Pánek jako *hlavní úkol mathematického vyučování* na středních školách především úkol obecně a formálně vzdělávací. V této souvislosti zdůrazňuje logické myšlení, samostatnost usuzování, rozumové poznání pravdy a význam matematiky pro jiné vědy: *známosť, že měrou přesnosti věd exaktních … jest rozsah, v jakém v nich s prospěchem může se užíti mathematiky.*

*Formativní význam* matematiky shrnuje autor takto: *Řeší-li žák nějakou úlohu mathematickou dle příslušných pravidel, jest řešení absolutně správné, i pociťuje radosť a má požitek ze svého tvoření, i když do života praktického vstoupí, byť i vzorcův a vět mathematických zapomněl, zůstane mu logické myšlení, jasné a frasí prosté proslovení. I jeví mathematické vyškolení účinek moralní ten, že posiluje smysl pro pravdu a právo.*

Jako *hlavní pravidlo didaktické* uvádí: *Učivo buď za ustavičné součinnosti všech žáků zpracováno způsobem co nejdokonalejším a moudrou umírněností,* přičemž *postup vyučovací buď vždy od zvláštního ke všeobecnému.*

Základem vyučování matematice je *aritmetika* zařazená do 1. a 2. ročníku. Ve druhé třídě mají však žáci nenásilně poznávat i prvky práce s proměnnými, které se uplatní i v geometrii. *Planimetrie* se v 1. ročníku vykládá názorně; žáci mají získat představy o útvarech a jejich vlastnostech a odvozovat je jen nazíráním na tělesa. Pro II. a III. třídu se zdůrazňuje potřeba dostatečného porozumění výkladům. *Stereometrie* ve IV. ročníku má vzbuzovat prostorovou představivost, a to i pomocí modelů, které si případně zhotoví sami žáci. Stereometrie je i přípravou pro deskriptivní geometrii. Na reálkách a na reálných gymnáziích obsahuje stereometrie i pravoúhlé zobrazování jednoduchých těles; to by bylo velmi potřebné zavést i na gymnáziích, protože by se tím usnadnila výuka stereometrie v V. ročníku. Zdůrazňuje se také výcvik v rýsování, v úhledném provádění konstrukčních úloh, obratnost v užívání rýsovacích potřeb. (Náš deskriptivář ji ještě po roce 1934 opravdu požadoval a doprovázel slovy *Komu trojúhelníky v ruce šustí, toho úspěch neopustí.*)

*Algebra* ve III. a IV. třídě zdůrazňuje algebraické výrazy jako podklad pro další úspěšné vyučování. Algebra ve IV. ročníku vrcholí řešením určitých rovnic prvního stupně. Avšak *na sestavování rovnic z daných podmínek není určitých pravidel, a jedině důvtip, zbystřený mnohonásobným cvičením, může býti žákům vodítkem a zjednati jim hbitost a zběhlost v této věci.* Má se přitom vycházet z řešení úloh úsudkem; po přiměřeném počtu úloh s čísly se mají ponenáhlu čísla nahradit proměnnými (písmeny), a tak mají žáci poznat, že *veškery úkoly jisté skupiny lze řešiti jediným obecným vzorcem.* Za zajímavější pro žáky označuje autor lineární rovnice s několika neznámými a zejména různé metody eliminace neznámých.

Vyvrcholením algebry na vyšším stupni středních škol je řešení kvadratických rovnic. Zvláště cenné je vyústění výkladu k zavedení čísel imaginárních, možnost určovat maxima a minima a potřeba určovat u iracionálních rovnic zkouškou, zda vypočtená čísla jsou kořeny dané rovnice. Účinným prostředkem k bystření rozumu jsou kvadratické rovnice o více neznámých. *Jest však se vystříhati takových úkolů, které dovedou rozřešiti pouze žáci velmi nadaní, užijí-li zvláštních, umělých obratův; neboť takové úlohy nejen že nemají žádné pedagogické ceny, nýbrž ony potvrzují zastaralý předsudek, že matematika jest jaksi řadou duchaplných hádanek, které řešiti dovede jen člověk zvláště nadaný. Méně nadaným žákům, jichž je ovšem vždy většina, odnímají takové nesnadné úkoly důvěru v sebe a vzbuzují nechuť ku předmětu.*

K osvojení nauky o *determinantech* doporučuje autor souběžně řešit soustavu rovnic o dvou neznámých a porovnávat oba postupy.

*Počet pravděpodobnosti* má velikou cenu v tom, *že i k poznatkům nejistým učí nás přikládati přesné měřítko* a že má i velký význam pro praxi.

Vědecké *vyučování planimetrii* na vyšším stupni musí za své hlavní pravidlo mít: *Žákům jest učiti se ne tak důkazům, jako spíše dokazování.* Zdůrazňuje se potřeba přesného formulování úkolů a jejich řešení, a tím je *matematické vyučování výborným prostředkem jazykového vzdělávání.*

Stručně se pojednává o *trigonometrii* rovinné i sférické, o stereometrii, o *analytické geometrii*; uvádí se i vhodnost současného řešení úloh nejen početně, ale i konstrukčně.

V *didaktických poznámkách* se upozorňuje na vhodnost historických poznámek, na potřebu správné a jednotné terminologie, na volbu vhodných úloh pro práci ve škole i doma. Doporučuje se zkoušení učiva z minulé hodiny a shrnutí učiva po probrání celku.

Na závěr prozrazuje autor *tajemství pedagogiky*: *Učitel snaživý, věci své úplně mocný, obezřelý, svědomitý a otcovsky přísný, dovede vzbuditi lásku ku předmětu; i učí se žáci jistě s chutí a se zdarem; tak lze při minimu učení dosíci maxima vědění.* (Metodické poznámky jsou uvedeny i v osnovách reálek [Instructionen, 1879].)

## 14.8 Životopisy

### Václav JANDEČKA

∗ 25. 8. 1820, Poběžovice u Pardubic, † 5. 3. 1898, Nový Bydžov

Studoval na gymnáziu v Hradci Králové, potom na Filosofické a Právnické fakultě v Praze.
1849 Profesorem na gymnáziu v Hradci Králové, jako první učil matematiku a fyziku česky.
1871 Ředitelem gymnázia v Písku, okresním školním inspektorem.
1870 Čestným členem JČM.
1880 Zástupcem zemského školního inspektora pro reálné předměty, členem zemské školní rady.
1884 Penzionován (Nový Bydžov).
Napsal učebnici geometrie pro vyšší gymnázia, s J. Dastichem (1835–1870) napsal učebnici logiky pro vyšší gymnázia (1871, 1875, 1880, 1889), psal články do Riegrova slovníku naučného.

Biografie: MvŠ 3(1952/53), č. 9, OSN

### Josef PITHARDT

∗ 2. března 1874, Sezemice u Pardubic, † srpen 1955, Praha

Absolvoval pardubickou reálku, pak studoval na univerzitě v Praze. Byl středoškolským profesorem, ředitelem reálky v Karlíně (Praha). Je autorem učebnic aritmetiky, které napsal spolu s V. Starým, a učebnic deskriptivní geometrie, které vypracoval s L. Seifertem. Jako předseda sboru ředitelů řídil dva ředitelské sjezdy, které se zabývaly reformou středních škol.

Biografie: ČPMF 79(1954), 292, 81(1956), 127–128.

### Dominik RYŠAVÝ

∗ 12. 10. 1830, Bítovany u Chrudimi, † 26. 9. 1890, Praha

1842 Hlavní škola v Poličce.
1845 Hlavní škola a preparanda v Praze na Malé Straně.
1847 Studium na polytechnice v Praze.
1852 Profesorem české reálky v Praze (38 roků).
1869 Školdozorcem (inspektorem) pro školy obecné a měšťanské v okrese Hořovickém.
1873 Školdozorcem v okrese Slánském.
1870 Členem zkušební komise pro kandidáty učitelství pro školy obecné a měšťanské.
Napsal *Zobrazující měřictví*, první českou učebnici deskriptivní geometrie pro reálky, a *Základové měřictví a rýsování pro 1. a 2. třídu reálných škol.*

Biografie: MvŠ 3(1952), č. 8, Program pražské české reálky z roku 1891, OSN.

### Josef SMOLÍK

∗ 5. 11. 1832, Nový Bydžov, † 12. 9. 1915, Praha

Studoval na piaristickém gymnáziu v Broumově, na staroměstském gymnáziu v Praze, na Filozofické fakultě v Praze.
1856 Zkouška učitelské způsobilosti z matematiky a fyziky.
1857 Suplujícím profesorem gymnázia v Praze na Malé Straně a Novém Městě.
1864 Profesorem na vyšší reálce v Pardubicích.
1871 Profesorem na gymnáziu v Praze na Malé Straně.
1872 Profesorem Československé obchodní akademie.
1893 Penzionován.
Autor učebnic pro gymnasia a reálky, řady prací z historie matematiky a astronomie (*Mathematikové v Čechách*, *Jan Caramuel z Lobkovic a jeho dílo "Mathesis biceps vetus et nova"*, *Dějepis hvězdářství* atd.), překladatel Eukleidových *Základů*. Významný numismatik, archeolog a historik, autor řady prací z těchto oborů.

Biografie: MvŠ 3(1952/53), č. 8, OSN, Program reálného gymnázia na Malé Straně z roku 1872. [M. Bečvářová, 2002], [M. Bečvářová, 2007].

### Hynek SOLDÁT

∗ 17. 12. 1850, Opočany u Tábora, † 9. 9. 1915, Písek

Středoškolský profesor matematiky a fyziky na reálce v Kutné Hoře, od roku 1895 ředitel reálky v Písku.
Přepracoval Taftlovu učebnici algebry pro vyšší třídy středních škol (1901, 1903, 1907), věnoval se matematické terminologii – *O jednotné terminologii a fraseologii mathematické* (1891).

Biografie: MvŠ 3(1952/53), č. 8, OSN.

### Alois STRNAD

∗ 1. 10. 1852, Praha, † 26. 5. 1911, Kutná Hora

Od roku 1873 působil tři roky jako asistent deskriptivní geometrie na pražské technice u F. Tilšera, roku 1876 složil zkoušku učitelské způsobilosti, pak působil na reálce v Hradci Králové, od roku 1891 na reálce v Ječné ulici v Praze, od roku 1896 byl ředitelem reálky v Kutné Hoře. Od roku 1893 byl členem České akademie. Je spoluautorem *Sbírky úloh z algebry* (s prof. Hromádkou), první knihy toho druhu v české literatuře.
Sepsal učebnici geometrie pro vyšší střední školy, která vyšla i v bulharském překladu, úlohy pro ČPMF, články pro OSN, je autorem zajímavé statě *Mathematikové ve francouzské revoluci* (1889).

Biografie: ČPMF 41(1912), 553–557, PMFA 6(1961), 175–176, OSN

### František ŠANDA

∗ 27. 12. 1831, Nové Město u Chlumce, † 15. 11. 1893, Praha

Studoval na reálce v Praze a na technice v Praze.

1854 Asistentem kreslení na reálce v Praze.
1858 Zkouška učitelské způsobilosti z matematiky, deskriptivní geometrie a stavitelství.
Učitelem kreslení na reálce v Košicích.
1862 Profesorem na reálném gymnáziu v Táboře, od roku 1863 místoředitelem, v letech 1962 až 1865 ředitelem městské vyšší dívčí školy v Táboře.
1880 Školním inspektorem pro okres Tábor.
1884 Ředitelem reálky v Karlíně (Praha).
Sepsal učebnice měřictví a rýsování: *Měřictví a rejsování* (1861), *Měřické a perspektivné rejsování od ruky* (1863), *Měřictví pro vyšší třídy středních škol a k soukromé potřebě* (1869), *Deskriptivní geometrie* (1877).

Biografie: Výroční zpráva české reálky v Karlíně 1893/94, OSN.

## Václav ŠIMERKA

∗ 20. 12. 1819, Vysoké Veselí, † 26. 12. 1887, Praskačka u Hradce Králové

Studoval na gymnáziu v Jičíně a na filozofické fakultě v Praze.
Studoval teologii v Hradci Králové.
1845 Vysvěcen na kněze.
Farářem ve Žlunicích u Jičína.
Zkouška učitelské způsobilosti z matematiky.
1852 Studium fyziky v Praze, zkouška učitelské způsobilosti z fyziky.
Suplujícím profesorem na gymnáziu v Českých Budějovicích (u nadřízených neoblíben).
1862 Farářem na různých místech (Slatina u Žamberka, Jenšovice u Vysokého Mýta)
1863 *Algebra, čili počtářství obecné* – učebnice algebry.
1864 *Přídavek k algebře* – první česká učebnice infinitesimálního počtu.

Biografie: ČPMF 17(1888), 253–256, 43(1914), 482–489, 55(1925), 352–360, OSN.

## Emanuel TAFTL

∗ 10. 12. 1842, Jindřichův Hradec, † 14. 12. 1920, Klatovy

Studoval na gymnáziu v Jindřichově Hradci (1855–1863) a na filozofické fakultě v Praze.
1868 Zkouška učitelské způsobilosti z matematiky a fyziky.
1868 až 1871 Profesorem na gymnáziu v Hradci Králové.
1870 Doktorát.
1871 Profesorem na gymnáziu v Klatovech.
1893 Okresním školním inspektorem v Klatovech, Domažlicích, Horšově Týně.
1883 *Algebra pro vyšší třídy středních škol* (sedm vydání, přeložena do bulharštiny).

Biografie: ČPMF 50(1921), 321–323, OSN.

**František TŮMA**

∗ 1840, Blatec u Bechyně, † 1918

Studoval na gymnáziu v Jindřichově Hradci a na filozofické fakultě v Praze.
Profesorem na gymnáziích v Litoměřicích, v Praze, v Opavě.
1868 Profesorem na gymnáziu v Havlíčkově Brodě.
1875 Profesorem na gymnáziu v Českých Budějovicích.
1903 Ředitelem dívčího lycea v Českých Budějovicích.
Autor učebnic aritmetiky pro nižší třídy gymnázií.

Biografie: OSN.

## 14.9 Prameny

## A. Dokumenty

### A.1 Školské zákony a nařízení

ENTWURF der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich. Hof- und Staatsdruckerei, Wien, 1849, 258 stran [SPKK III.-1466].

INSTRUKTIONEN für den Unterricht an den Realschulen in Österreich im Anschusse an einen Normallehrplan. K. k. Schulbücher-Verlag, Wien, 1879 [SPKK II. 23826].

ŠETELÍK A.: Sbírka normalií, platných pro české školy střední. Ústřed. spolek čes. professorů, Praha, 1902, 948+xlvi stran [SPKK II.-5186].

### A.2 Středoškolské učebnice

BENDL R., MUK J.: Arithmetika pro nižší třídy škol středních. Podle učebné osnovy z roku 1909. Ústřední spolek českých profesorů, Praha. Díl I. 1910, 92 stran, 3. vydání: 1923, 128 stran, Díl II. 1910, 92 stran, 2. vydání: 1921, 107 stran, Díl III. 1911, 138 stran, 2. vydání: 1921, 149 stran, 3. vydání: 1925.

BYDŽOVSKÝ B.: Arithmetika pro IV. a V. třídu gymnasií a reálných gymnasií. JČM, Praha, 1910, 181 stran, 2. vydání: 1913, 181 stran.

BYDŽOVSKÝ B.: Arithmetika pro VI. a VII. třídu gymnasií a reálných gymnasií. JČM, Praha, 1911, 156 stran.

BYDŽOVSKÝ B.: Arithmetika pro IV. třídu škol reálných. JČM, Praha, 1910, 149 stran.

BYDŽOVSKÝ B.: Arithmetika pro V.–VII. třídu škol reálných. JČM, Praha, 1911, 198 stran.

BYDŽOVSKÝ B.: Arithmetika pro IV. třídu středních škol. JČM, Praha, 6. vydání: 1934, 108 stran.

BYDŽOVSKÝ B.: Arithmetika pro IV.–V. třídu škol středních. JČM, Praha, 5. vydání: 1923, 176 stran. Slovensky: 1926, 176 stran.

BYDŽOVSKÝ B.: Arithmetika pro VI.–VII. třídu škol středních. JČM, Praha, 3. vydání: 1924, 144 stran. Slovensky: 1927, 144 stran.

BYDŽOVSKÝ B., TEPLÝ S., VYČICHLO F.: Aritmetika pro IV. třídu středních škol. JČM, Praha, 6. vydání: 1934, 106 stran, znovu vydáno: 1945, 106 stran, 7. vydání: 1946, 108 stran. Slovensky: 1935, 102 stran.

BYDŽOVSKÝ B., TEPLÝ S., VYČICHLO F.: Aritmetika pro V.–VII. třídu středních škol. JČM, Praha, 6. vydání: 1935, 212 stran. Slovensky: 1936, 214 stran.

BYDŽOVSKÝ B., TEPLÝ S., VYČICHLO F.: Aritmetika pro V.–VIII. třídu středních škol. JČM, Praha, 6. vydání: 1947, 208 stran.

BYDŽOVSKÝ B., TEPLÝ S., VYČICHLO F.: Aritmetika pro IV. třídu středních a měšťanských škol. JČM, Praha, 7. vydání: 1948, 108 stran.

ČERVENKA L.: Arithmetika pro I. třídu středních škol. JČM, Praha, 1910, 2. vydání: 1911, 94 stran, 5. vydání: 1923, 94 stran, 7. vydání: 1934, 100 stran.

ČERVENKA L.: Arithmetika pro II. třídu středních škol. JČM, Praha, 1910, 80 stran, 2. vydání: 1912, 80 stran a 4 tabule, 5. vydání: 1923, 84 stran, 6. vydání: 1930, 92 stran, 8. vydání: 1934, 119 stran. Slovensky: 1934, 118 stran.

ČERVENKA L.: Aritmetika pro III. třídu středních škol. JČM, Praha, 1911, 104 stran, 4. vydání: 1922, 106 stran, 5. vydání: 1925, 6. vydání: 1933, 107 stran, 7. vydání: 1934, 84 stran, Slovensky: 1934, 83 stran. Vydání pro Rusíny: 1927, 131 stran.

HAVLÍČEK V.: Logaritmické pravítko. Užití jeho pro praktickou potřebu inženýrů, stavitelů a škol. 3. vydání: I. L. Kober, Praha, 1941, 20 stran.

HROMÁDKO F., STRNAD A.: Sbírka úloh z algebry pro vyšší třídy středních škol. JČM, Praha, 1876 200 stran. 3. vydání: 1885, 246 stran. 5. vydání: 1896, 206 stran 6. vydání, JČM, Praha, 1903, 261 stran. 7. vydání: 1906, 261 stran. Viz [Bečvář J., 1988].

JANDEČKA V.: Geometria pro vyšší gymnasia. Praha. Planimetria, 2. vydání: 1872, 134 stran, 5. vydání: I. L. Kober, 1893, 120 stran. Stereometria 1865, 4+74 stran, 3. vydání: 1880, 80 stran, 4. vydání: I. L. Kober, 1889, 118 stran, Trigonometria 1865, 4+64 stran, 3. vydání: 1880, 64 stran Analytická geometria v rovině 1867, 6+142 stran, 2. vydání: 1872, 144 stran.

JAROLÍMEK V.: Nauka o tvarech měřických pro 1. třídu škol reálných. JČM, Praha, 1890, 45 stran, 5. vydání: 1904.

JAROLÍMEK Č.: Geometrie pro 2. a 3. třídu škol reálných. JČM, Grégr, Praha, 1890, 96 stran.

JAROLÍMEK Č.: Geometrie pro 4. třídu škol reálných. JČM, Grégr, Praha, 1874, 96 stran, 100 obrázků. 3. vydání: 1881, 131 stran.

JAROLÍMEK Č.: Geometrie pro nižší třídy škol reálných. JČM, Grégr, Praha, 1874, 188 stran, 229 obrázků. 2. vydání: 1894, 5. vydání: 1905.

JAROLÍMEK V.: Deskriptivní geometrie pro vyšší školy reálné I. II. III. JČM, Praha, 1875, 1876, 1877, 147+160+110 stran. 2. vydání: 1887, 254 stran, 3. vydání: 1893, 276 stran, 4. vydání: 1900, 229 stran, 5. vydání: 1905, 229 stran.

JAROLÍMEK Č.: Deskriptivní geometrie v úlohách pro vyšší školy reálné. JČM, Praha 1873, 97 stran. Další dvě vydání pod názvem: Sbírka úloh z deskriptivní geometrie pro vyšší školy reálné. 2. vydání: 1880, 94 stran, 3. vydání: 1904, 100 stran.

JEŘÁBEK A.: Základové měřictví pro nižší třídy gymnasií. F. Tempský, Praha, 1886, 123 stran, 2. vydání: 1888, 3. vydání: 1889, 4. vydání: 1893, 7. vydání: Česká graf. akc. společnost Unie, Praha, 1908, 136 stran.

MOČNIK F.: Aritmetika pro nižší třídy škol středních jakož i měšťanských. Vzdělal Vácslav Starý. B. Tempský, Praha, 1873, 281 stran. 2. opravené a valně rozmnožené vydání. B. Tempský, Praha, 1875, 324 stran [NK 54 F 1347].

MOČNIK F.: Aritmetika i algebra pro vyšší třídy škol středních. Přeložil a dodatky spisovatelovými opatřil F. A. Hora. B. Tempský, Praha, 1875, vii+367 stran.

MOČNIK F.: Nauka o arithmetice pro nižší gymnasia. Oddíl druhý pro III. a IV. třídu. Přeložil F. Smetana. J. G. Calve, B. Tempský, Praha, 1852, 140 stran.

MOČNIK F.: Základové měřictví a rejsování pro nižší třídy škol středních, jakož i pro školy měšťanské. Vzdělal Vácslav Starý. B. Tempský, Praha, 1875, vii+199 stran.

MOČNIK F.: Měřictví pro vyšší třídy škol středních. B. Tempský, Praha, 1876, ix+285 stran.

PITHARDT J., SEIFERT L.: Základy deskriptivní geometrie I., II., III. a IV. pro IV., V., VI. a VII. třídu reálek. JČM, Praha, 1910, 1910, 1911, 94+117+136 stran. 2. vydání: 1919, 1920, 1921, 3. vydání: 1921, 1923, 1925.

PITHARDT J., SEIFERT L.: Základy deskriptivní geometrie I., II. pro V. a VI. tř. reálných gymnasií. JČM, Praha, 1911, 1912, 112+94 stran. 2. vydání: 1920, 1921.

RYŠAVÝ D.: Zobrazující měřictví: (Geometrie descriptive) pro vyšší reální školy. Oddělení první, Oddělení druhé. I. L. Kober, Praha, 1862, 1863, 113+179 stran.

RYŠAVÝ D.: Základové měřictví a kreslení pro I. třídu nižších realních škol. I. L. Kober, Praha, 1866, 142 stran, 2. vydání: 1868, 123 stran, 3. vydání: 1872, 4. vydání: 1875.

RYŠAVÝ D.: Měřictví a rýsování pro II. třídu nižších realních škol. Oddělení první. Plochoměrství. Oddělení druhé. Tělesoměrství. I. L. Kober, Praha, 1863, 99+96 stran, 2. opravené vydání: 1868, 159 stran. 3. vydání: 1873, 160 stran.

SMOLÍK J.: Algebra pro střední školy. I. L. Kober, Praha, 1870, 287 stran, 2. vydání: 1875, 288 stran.

SMOLÍK J.: Početní kniha pro nižší gymnasium. Díl I. pro 1. a 2. třídu. J. G. Calve, Praha, 1861, 171 stran, 2. vydání: 1863, 174 stran, 3. vydání: 1868, 170 stran, 4. vydání: 1873, 187 stran.

SMOLÍK J.: Početní kniha pro nižší gymnasium. Díl II. pro 3. a 4. třídu. J. G. Calve, Praha, 1861, 150 stran, 2. vydání: 1874, 172 stran.

SMOLÍK J.: Počtářství výkonné: prosté kupecké a průmyslnické účetnictví. Pro 3. třídu realných škol. I. L. Kober, Praha, 1872, 68+99 stran. 2. vydání: 1880, 139 stran.

SMOLÍK J.: Počtářství kupecké. Grégr a F. Dattel, Praha, 1874, 144+287 stran.

SOLDÁT H., TAFTL E.: Algebra pro vyšší třídy středních škol českých, JČM, Praha, 5. vydání: 1901 (pro reálky 273 stran, pro gymnázia 250 stran), 6. vydání: 1903, 7. vydání: 1907.

STRNAD A.: Geometrie pro vyšší školy realné. F. Kytka, Praha, 1893, 324 stran, 2. vydání: 1898, 324 stran [planimetrie, rovinná trigonometrie, stereometrie, sférická trigonometrie, analytická geometrie].

STRNAD A.: Geometrie pro vyšší školy reálné II., pro VI. třídu. 3. vydání: F. Kytka, Praha, 1903, 196 stran [rovinná trigonometrie a stereometrie].

STRNAD A.: Geometrie pro vyšší školy reálné III., pro VII. třídu. 3. vydání: F. Kytka, Praha, 1905, 148 stran [sférická trigonometrie a analytická geometrie].

STRNAD A.: Geometrie pro vyšší gymnasia. F. Kytka, Praha, 1893, 285 stran.

STRNAD A., RAŠÍN K.: Geometrie pro vyšší školy reálné. 4. vydání, upravené podle osnov z r. 1909. Díl I. Planimetrie pro IV. třídu. F. Kytka, Praha, 1912, 88 stran. Díl II. Dokončení planimetrie. Stereometrie pro V. třídu. F. Kytka, Praha, 1913, 165 stran. Díl III. Trigonometrie rovinná i sférická pro VI. třídu. F. Kytka, Praha, 1914, 144 stran. Díl IV. Analytická geometrie pro VII. třídu. J. Šváb, Praha, 1918, 150 stran.

STUDNIČKA A.: Měřictví pro první třídu realních gymnasií a realných škol jakož i pro školy měšťanské. Theodor Mourek, Praha, 1874, 67 stran, 102 obrázků [NK 54 E 1004].

STUDNIČKA F. J.: Algebra pro vyšší třídy středních škol. E. Grégr, Praha, 1877, 192 stran, 2. vydání: 1879, 172 stran. Německy: 1878, 212 stran, 2. vydání: 1879, 212 stran.

STUDNIČKA F. J.: Úvod do analytické geometrie v prostoru. F. A. Urbánek, Praha, 1874, 116 stran.

STUDNIČKA F. J.: Úvod do analytické geometrie v rovině. JČM, Praha, 1902, 244 stran.

ŠANDA F.: Měřictví a perspektivní rejsování od svobodné ruky. I. L. Kober, Praha, 1862 [a další vydání].

ŠANDA F.: Měřictví pro vyšší třídy středních škol a k vlastnímu studiu. I. Planimetrie. Trigonometrie. Stereometrie. II. Analytické měřictví v rovině. Sférická trigonometrie. I. L. Kober, Praha, 1870, 1876, 317 stran.

ŠANDA F.: Měřické základy kreslení. Pro I. třídu středních škol. I. L. Kober, Praha, 5. vydání: 1881, iv+64 stran.

ŠANDA F.: Měřictví a rejsování. Část první. Rejsování měřických tvarův v ploše a měření v jednom rozměru. Část druhá. Podobnost, měření a počítání ploch. Kober & Markgraf, Praha, 1859, 1860, 137+112 stran.

ŠANDA F.: Měřictví a rýsování pro II., III. a IV. třídu realných škol a realných gymnasií. I. L. Kober, Praha, 1. vydání: 1872, 2. vydání: 1876, 3. vydání: 1880, 150 stran, 4. vydání: 1884, 184 stran [NK 54 D 717], [NK 54 E 1121], [NK 54 E 1513].

ŠANDA F.: Měřictví pro vyšší třídy středních škol a k vlastnímu studiu. I. L. Kober, Praha, 1870. Díl první. Planimetrie, Trigonometrie, Stereometrie. 305 stran, 2. vydání: 1876, 317 stran, 3. vydání: 1881, 354 stran. Díl druhý. Analytické měření v rovině. Sférická trigonometrie. 107 stran.

ŠIMERKA V.: Algebra čili počtářství obecné pro vyšší gymnasia. E. Grégr, Praha, 1863, 169 stran.

ŠIMERKA V.: Přídavek k Algebře pro vyšší gymnasia. E. Grégr, Praha, 1864, 58 stran [první česká učebnice infinitesimálního počtu].

TAFTL E.: Algebra vyšším třídám středních škol českých. M. Čermák, Klatovy, 1883, vii+228 stran. 2. vydání: 1885, viii+332 stran, 3. vydání: JČM, Praha, viii+336 stran, 4. vydání: 1892, 8+334 stran [NK 54 F 1482], [další tři vydání zpracoval H. Soldát].

TŮMA F.: Arithmetika pro první a druhou třídu škol gymnasijních dle instrukcí k vyučování na školách gymnasijních vydaných r. 1884. F. Tůma, Praha, 1887, 208 stran, 2. vydání: 1888, 170 stran, 3. vydání: 1893, 152 stran, 4. vydání: 1895, 153 stran, 5. vydání: I. L. Kober, 1898, 153 stran, 6. vydání: I. L. Kober, 1901, 161 stran, 7. vydání: F. Tůma, 1903, 159 stran, 8. vydání: I. L. Kober, 1909, 159 stran [NK 54 F 1515].

TŮMA F.: Arithmetika pro třetí a čtvrtou třídu škol gymnasijních dle instrukcí k vyučování na školách gymnasijních vydaných r. 1884. F. Tůma, Praha, 1886, 175 stran, 2. vydání: 1895, 155 stran, 3. vydání: I. L. Kober, 1899, 157 stran, 4. vydání: F. Tůma, 1904, 149 stran [NK 54 F 1515].

TŮMA F.: Arithmetika pro I. třídu škol reálných. 3. vydání: I. L. Kober, Praha, 1909, 73 stran.

TŮMA F.: Arithmetika pro II. třídu škol reálných. I. L. Kober, Praha, 1899, 114 stran, 2. vydání: 1905, 114 stran.

TŮMA F.: Arithmetika pro III. třídu škol reálných. I. L. Kober, Praha, 1900, 86 stran, 2. vydání: 1904, 87 stran.

TŮMA F.: Aritmetika pro vyšší třídy dívčích lyceí. Stigelmaier, České Budějovice, 1908, 226 stran.

VALOUCH M.: Měřictví pro I. třídu středních škol. JČM, Praha, 1909, 60 stran.

VALOUCH M.: Měřictví pro II. třídu škol reálných. JČM, Praha, 1909, 66 stran.

VALOUCH M.: Měřictví pro II. třídu gymnasií a reálných gymnasií. JČM, Praha, 1909, 62 stran.

VALOUCH M.: Měřictví pro III. třídu škol reálných. JČM, Praha, 1910, 77 stran, 2. vydání: 1918.

VALOUCH M.: Měřictví pro III. třídu gymnasií a reálných gymnasií. JČM, Praha, 1911, 77 stran.

VALOUCH M., ŠPAČEK K.: Měřictví pro I. třídu středních škol. JČM, Praha, 7. vydání: 1933, 76 stran.

VALOUCH M., ŠPAČEK K.: Měřictví pro II. třídu středních škol. JČM, Praha, 7. vydání: 1934, 67 stran.

VALOUCH M., ŠPAČEK K.: Měřictví pro III. třídu středních škol. JČM, Praha, 7. vydání: 1934, 64 stran.

VALOUCH M.: Přehled mathematiky. Tabulky a vzorce mathematické. R. Promberger, Olomouc, 1904, 342 stran, 5. vydání: 1925, 360 stran.

VANĚČEK M. N.: Měřictví pro I. třídu škol realných. V. Kraus, Tábor, 1901, 48 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro nižší třídy středních škol. Unie, Praha. První díl pro první třídu. 2. vydání: 1911, 35 stran, 3. vydání: 1919, 35 stran, 6. vydání: 1927, 44 stran, 7. vydání: 1934, 55 stran. Druhý díl pro druhou třídu. 2. vydání: 1911, 53 stran, 4. vydání: 1927, 46 stran, 5. vydání: 1934, 58 stran. Třetí díl pro třetí třídu. 3. vydání: 65 stran, 6. vydání: 1934, 56 stran. Čtvrtý díl pro čtvrtou třídu. Planimetrie. 3. vydání: 1935, 120 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro čtvrtou třídu středních škol (vydání pro reálky). Planimetrie, část první. Unie, Praha, 1911, 80 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro čtvrtou třídu středních škol. Vydání pro reálky a reformní a reálná gymnasia. Planimetrie. Unie, Praha, 2. vydání: 1927, 95 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro čtvrtou třídu středních škol. Vydání pro gymnasia a reálná gymnasia. Planimetrie. Unie, Praha, 2. vydání: 1927, 147 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro pátou třídu realných škol. Planimetrie (část II), Stereometrie. Unie, Praha, 1913, 132 stran, 3. vydání: 1936, 199 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro pátou třídu středních škol. Vydání pro reálky a reformní a reálná gymnasia. Planimetrie. Unie, Praha, 2. vydání: 1927, 95 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro pátou třídu gymnasií, reálných gymnasií a ref. reálných gymnasií. Planimetrie a stereometrie. Unie, Praha, 3. vydání: 1937, 136 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro pátou třídu středních škol. Vydání pro gymnasia. Stereometrie. Unie, Praha, 2. vydání: 1927, 147 stran.

VINŠ J., JEŘÁBEK J.: Geometrie pro pátou třídu středních škol (vydání pro reálky a reformní reálná gymnasia): Planimetrie (Část druhá), Stereometrie. Unie, Praha, 2. vydání: 1928, 122 stran.

VINŠ J., JEŘÁBEK J.: Geometrie pro pátou třídu středních škol (vydání pro reálná gymnasia). Stereometrie. Unie, Praha, 2. vydání: 1929, 94 stran.

VINŠ J., JEŘÁBEK J.: Geometrie pro pátou třídu středních škol (vydání pro gymnasia): Stereometrie. Unie, Praha, 2. vydání: 1928, 94 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro šestou třídu středních škol (vydání pro reálky). Trigonometrie rovinná a sférická. Unie, Praha, 2. vydání: 1929, 138 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro šestou třídu reálek. Trigonometrie rovinná a sférická. Unie, Praha, 3. vydání: 1938, 151 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro šestou třídu gymnasií a ref. reálných gymnasií. Trigonometrie rovinná. Unie, Praha, 3. vydání: 1938, 116 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro šestou třídu středních škol (vydání pro gymnasia všech typů). Trigonometrie rovinná. Unie, Praha, 2. vydání: 1929, 104 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro sedmou třídu středních škol (vydání pro reálky). Analytická geometrie v rovině. Unie, Praha, 2. vydání: 1928, 165 stran.

VINŠ J.: Geometrie pro sedmou třídu reálek a pro sedmou a osmou třídu ref. reálných gymnasií. Analytická geometrie v rovině. Unie, Praha, 3. vydání: 1942, 162 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro IV. třídu reálek. JČM, Praha, 1910, 94 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro V. třídu reálek. JČM, Praha, 1910, 180 stran, 6. vydání: 1935, 147 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VI. třídu reálek. JČM, Praha, 1910, 164 stran, 5. vydání: 1935, 137 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VII. třídu reálek. JČM, Praha, 1910, 172 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro IV. třídu gymnasií a reálných gymnasií. JČM, Praha, 1910, 142 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro V. třídu gymnasií. JČM, Praha, 1911, 134 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro V. třídu reálných gymnasií. JČM, Praha, 1910, 122 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro V. třídu gymnasií všech typů. JČM, Praha, 6. vydání: 1935, 112 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VI. třídu gymnasií. JČM, Praha, 1911.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VI. třídu gymnasií a reálných gymnasií. JČM, Praha, 1910, 132 stran, 6. vydání: 1942, 108 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VI. třídu gymnasií všech typů. JČM, Praha, 5. vydání: 1935, 108 stran, 6. vydání: 1934, 88 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VII. třídu gymnasií a reálných gymnasií. JČM, Praha, 1910, 148 stran, 5. vydání: 1933, 98 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VII. třídu reálek a pro VII. i VIII. třídu ref. reálných gymnasií. JČM, Praha, 5. vydání: 1934, 147 stran, 6. vydání: 1934, 88 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro IV. třídu středních škol. JČM, Praha, 6. vydání: 1934, 88 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro V. třídu středních škol. JČM, Praha, 6. vydání: 1947, 220 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro IV. a V. třídu středních škol. JČM, Praha, 1926, 262 stran. 5. vydání: 1924, 262 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VI. třídu středních škol. JČM, Praha, 3. vydání: 1922, 159 stran, 4. vydání: 1925, 135 stran, 6. vydání: 1946, 1948, 108 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VII. třídu středních škol. JČM, Praha, 3. vydání: 1924, 147 stran, 4. vydání: 1928, 131 stran.

VOJTĚCH J.: Geometrie pro VII. a VIII. třídu středních škol. JČM, Praha, 5. vydání: 1946, 148 stran.

## A.3 Metodiky

DOMIN K.: O methodách geometrického vyučování. Pedagogium, 1881.

DURDÍK P.: Paedagogika pro střední školy I., II. F. Šimáček, Praha, 1882, 1883, 82+127 stran.

DURDÍK P.: Paedagogika pro české školy vůbec, pro střední zvláště. III. část. F. A. Urbánek, Praha, 1887, 540 stran [SPKK II.-1135/121].

STRUČNÝ SLOVNÍK PAEDAGOGICKÝ: abecední soubor nejdůležitějších nauk z paedagogiky, hodegetiky a didaktiky, z methodiky obecné a methodik zvláštních … se zřetelem k učitelstvu škol obecných a měšťanských I–VI, Odbor literárně paedagogický při Ústředním spolku jednot učitelských v Čechách (resp. Ústřední spolek jednot učitelských v království českém), Praha, 1891, 1893, 1895, 1897, 1900, 1909, 2188 stran.

GEOMETRIE, měřictví ve školní učbě. In Stručný slovník pedagogický, díl II., str. 369.

MĚŘICKÉ rýsování ve školní učbě. In Stručný slovník pedagogický, díl III., str. 883.

## B. Literatura

BEČVÁŘ J.: O jednom výročí. Vesmír 67(1988), 368 [o Sbírce úloh z algebry F. Hromádka a A. Strnada].

BEČVÁŘOVÁ M.: Eukleidovy Základy, jejich vydání a překlady. Edice Dějiny matematiky, sv. 20, Matfyzpress, Praha, 2002, 297 stran.

BEČVÁŘOVÁ M.: Josef Smolík (1832–1915). Nakladatelství ČVUT, Praha, 2007, 254 stran, 23 obrázků.

BENEŠ A.: O reformě středních škol. Rašín, Ústř. učit. nakl., Praha, 1908, 127 stran.

FAIMONOVÁ A.: Dějiny školství rakouského se zvláštním zřetelem na školství české. E. Šolc, Telč, 1909. Díl 1. Od nejstarších dob až po r. 1848, 148 stran. Díl 2. Po roce 1848. 224 stran. 2. vydání: 1912. [Na stranách 191 až 204 jsou citace českých prací z pedagogiky let 1402 až 1906. Pozornost věnována především politickému zákulisí školských reforem. Protikatolická autorka.]

KÁDNER O.: Vývoj a dnešní soustava školství. Díl I., II. Sfinx, B. Janda, Praha, 1929, 1931, 552+654 stran [NK 54 H 4743].

KÁDNER O.: Vývoj a dnešní soustava školství. Díl III. Československá obec učitelská, Praha, 1933, 500 stran.

KÁDNER O.: Vývoj a dnešní soustava školství. Díl IV. ČAVU, Praha, 1938, 468 stran.

LAVIČKA V.: Deskriptiva ze stanoviště historicko-paedagogického. F. & V. Hoblík, Pardubice, 1883, 157 stran.

LAVIČKA V.: Historie deskriptivní geometrie. K. Šolc, Kutná Hora, 1878, 52 stran.

LEPAŘ J.: O osnovách učebných na různých školách od Komenského navržených. Rohlíček & Sievers, Praha, 1877, 39 stran.

MIKULČÁK J.: Z 9. ročníku časopisu „Mathematik und Physik in der Schule“. MvŠ 13(1962/63), 514–520 [Meranský program].

SOLDÁT H.: O jednotné terminologii a fraseologii v mathematice. Výroční zpráva cís. král. české realky Pražské za školní rok 1891. Výtah in ČPMF 21(1892), 54–57.

ŠAFRÁNEK J.: Reálné gymnasium. Obraz jeho vzniku, vývoje a osudů. Přehled jeho učebných osnov k poučení rodičů. Praha, I. L. Kober, 1913, 47 stran [SPKK II. 17734].

VORBES T.: Obrazy z dějin vychovatelství a vývoje školství. T. Vorbes, Hradec Králové, 1877, 200 stran. Další vydání: 1879, 1881.

ZELINKA F. V.: Pohled na školství české za doby Přemyslovců, Lucemburků a Habsburků, pro přátele školství českého a učitelstvo české. A. Hynek, Praha, 1886, 35 stran.