

Nástin dějin vyučování v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918

Matematika na pražské univerzitě

In: Jiří Mikulčák (author): Nástin dějin vyučování v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918. (Czech). Praha: Matfyzpress, 2010. pp. 25–32.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400978>

Terms of use:

© Mikulčák, Jiří

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

3. MATEMATIKA NA PRAŽSKÉ UNIVERZITĚ

3.1 Univerzitní studium

To, co se nepodařilo uskutečnit Václavovi II., úspěšně provedl český král a římský císař Karel IV. Roku 1348 založil v Praze univerzitu, první vysokou školu ve střední Evropě na východ od Rýna a na sever od Alp. Podle znění zakládající listiny ji založil v Praze proto, aby obyvatelé království českého, jemu nejmilejšího, se nemuseli v cizině doprošovati vzdělání, ale aby doma našli stůl vzdělání prostřený. Podle tehdejších zvyků pozval ovšem na novou univerzitu i Mistry a žáky z ciziny.

Po jednom až dvou letech studia na artistické (filozofické) fakultě a po přísných zkouškách získával student titul *bakalář*; studenti dosažením této úrovně studium většinou končili a odcházeli vyučovat na městské školy nebo působili jako písaři v městských správách a jiných úřadech.

Některým bakalářům povolil rektor přednášet i na univerzitě, ti se nazývali *licenciáty*, nemohli však hlasovat na poradách Mistrů.

Po dalších dvou letech a dalších zkouškách se absolvent artistické fakulty stával *Mistrem* (magistrem). Mohl přednášet na univerzitě, ale právoplatným členem fakulty se stával teprve po dvou až pěti letech.

Bakaláři mohli dále pokračovat ve studiu na vyšších fakultách a po zkouškách získávali titul *doktor* (na fakultě právnické a lékařské) nebo *Mistr*, magistr (na fakultě teologické). Jistě si uvedené tituly spojíte s nezbedným bakalářem Janem Píčkou (historická osobnost) Zikmunda Wintra, s Mistrem Janem Husem či s doktorem Tadeášem Hájkem z Hájku.

3.2 Studium matematiky

Úroveň vyučování matematice na pražské univerzitě byla podle svědectví mistrů, kteří přišli z ciziny a měli možnost srovnávat, vyšší než na univerzitě pařížské. [H. Hankel, 1874]

K dosažení titulu bakalář musel student v Praze poslouchat přednášky ze dvou knih Jana de Sacrobosco (Angličan z Halifaxu, studoval v Oxfordu, působil v Paříži): *Algorismus* neboli aritmetika byla pro snazší zapamatování pravidel psána ve verších (samozřejmě latinsky) a obsahovala numeraci (indickou), sčítání, odčítání, půlení, zdvojování, násobení, dělení, součet členů aritmetické posloupnosti, výpočet druhé a třetí odmocniny a pak výklad o provádění početních výkonů na línách pomocí kaménků. Přednáška trvala 3 týdny a platilo se za ni 1/2 pražského groše. *Tractatus de sphaera seu sphaera materialis* pojednával o kouli (střed, osa, póly, tvar Země a vesmíru), o částech koule, o východu a západu hvězd, o rozdílnosti dnů a nocí, ale i o kružnicích a drahách oběžnic. Vysvětloval i zatmění Slunce a Měsíce (3 týdny za 1 groš).

Požadavky na titul mistr byly ovšem vyšší. Uchazeč musel poslouchat šest knih Eukleidových *Základů* obsahujících planimetrii (asi v rozsahu dnešní

základní školy – 1/2 roku za 8 grošů), dílo neznámého autora *Sphaera theoricæ* o vlastnostech nebeských těles a jejich pohybech, dílo Angličana Jana de Peckano *Perspectiva communis* o působení slunečních paprsků, o záření svítících a osvětlených těles, o zrcadlech rovných i dutých a o užití dutých zrcadel k zapalování hořlavých látek, o původu duhy, o lomu světla.

Řada poznatků z matematiky byla obsažena ve studiu astronomie: v Ptolemaiově *Almagestu* byla z matematiky obsažena sférická trigonometrie včetně tabulek velikosti tětiv středových úhlů od 0° do 180° po 30 minutách (*trigonometrie celotětná* – 1 rok za 24 grošů, tj. 1 zlatý); *Computus cyrometricalis* učil, jak se pomocí ruky a prstů určují kalendářní údaje a pohyblivé církevní svátky. Podle knih různých autorů se přednášela *Theoria planetarum* (6 týdnů za 2 groše). [J. Šedivý a kol., 1988]

Dokladem o vysoké úrovni absolventů pražské univerzity na konci 14. století je dílo Mistra Jana Šindela (1375–1450), astronoma, o kterém sám papež napsal, že je považován *za hlavní ozdabu věku našeho*. [F. Palacký, 1829] Astronomické tabulky Jana Šindela o 150 let později vysoko ocenil Tycho Brahe, dodnes obdivujeme staroměstský orloj, který ukazuje řadu astronomických jevů a který navrhl Jan Šindel roku 1405. (Orloj zhotovil pražský hodinář Mikuláš z Kadaně, dokončil jej roku 1410 a za dílo dostal dům na Starém Městě.)

Pro srovnání s uvedenou úrovní matematiky na pražské univerzitě uvedme, že na pařížské univerzitě se ještě v roce 1452 vyhlašovalo, že nebude připuštěn k licenciátu nikdo, kdo neslyšel několik matematických knih; i v roce 1536 je v předmluvě k překladu Eukleidových *Základů* do francouzštiny uvedeno, že se nemůže stát magistrem, kdo neposlouchal Eukleida. Na jiných univerzitách (Lipsko 1409, Köln 1389) byla situace podobná a dlouho se neměnila. Např. v Lipsku se v roce 1437/38 přednášky z Eukleida vůbec nekonaly, i když mezi požadavky ke zkouškám byla znalost Eukleida zařazena; ještě v prvních desetiletích 16. století se v Lipsku konaly pouze ty přednášky jako v Praze na konci 14. století. [H. Hankel, 1874]

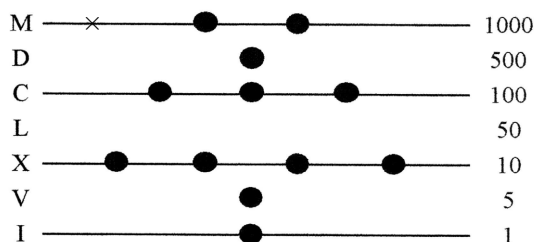
Prvním nám dnes známým spisem matematického charakteru, podepsaným českým autorem, je rukopis Jana z Březnice *Computus clericorum* z roku 1393. Řeší se v něm problémy církevního kalendáře pomocí astronomických znalostí a počtářských praktik. [I. Füzeková-Vrchotková, 1981]

Pro potřebu studentů na Karlově univerzitě vznikla i učebnice, kterou kolem roku 1400 napsal M. Křišťan z Prachatic a nazval *Algorismus prosaycus*, tedy v próze, v protikladu k Sacroboscově knize ve verších. Věta *veden láskou k maličkým, snažil jsem se stručně sepsati základy umění početního* naznačuje, že práce byla možná určena už žákům partikulárních škol, a teprve v případě nedostatečné přípravy i studentům artistické fakulty univerzity [J. Šedivý a kol., 1987]. Práce obsahuje tzv. *sedm způsobů aritmetiky*: numeraci římskými i arabskými číslicemi, sčítání, odčítání, zdvojnásobování, půlení, násobení, dělení a výpočet druhé a třetí odmocniny. Křišťan z Prachatic vysvětluje dále zlomky, výpočet součtu konečné aritmetické a geometrické posloupnosti. K usnadnění výpočtů jsou v práci i čtvercová tabulka malé a trojúhelníková tabulka velké násobilky až do 20×20 a tabulka druhých a třetích mocnin přirozených čísel menších než 10.

3.3 Výpočty s přirozenými čísly

Po celý středověk se v Evropě k zápisům čísel užívaly římské číslice (v Čechách jim říkali české). Tyto číslice nebyly vhodné pro provádění písemných výpočtů; výpočty se proto prováděly na tzv. linách pomocí kaménků a teprve jejich výsledek se zaznamenal římskými číslicemi.

K *počítání na linách* se na podložku načrtly 4 rovnoběžné, vodorovné, stejně vzdálené úsečky. Nejnižší úsečka sloužila k záznamu 1 až 4 jednotek položením 1 až 4 početních značek, kaménků apod. 5 jednotek se znázornilo jedním kaménkem položeným mezi první a druhou linku. Na druhé lince se obdobně zaznamenaly 1 až 4 desítky, na třetí lince 1 až 4 stovky, na čtvrté (označené obvykle ležatým křížkem) 1 až 4 tisíce a popř. vyšší jednotky na dalších linkách. Na obr. 3 je na linách znázorněno číslo MMDCCLXVI, tj. 2846. (Označení hodnot na linách a mezi nimi se nepsalo, připsali jsme je jen pro větší názornost.)



Obr. 3

Sčítání se provádělo tak, že se ke značkám, které znázorňovaly prvního sčítance, přidaly značky znázorňující druhého, popř. dalšího sčítance; když pak na některé lince byly více než čtyři značky, položila se místo každých pěti jednotek jedna značka mezi jednotky a desítky, místo dvou značek na místě pětce se položila jedna značka na lince desítek atd. ve vyšších řádech. *Odčítalo* se ubíráním značek. Snadné bylo tzv. *zdvojování*, tj. násobení dvěma; na každé linii i mezi nimi se počet značek položil ještě jednou a výsledek se upravil tak jako u sčítání.

Když pak bylo zapotřebí násobit číslo n např. devatenácti, vypočetla se postupným zdvojnásobováním čísla $2n$, $4n$, $8n$ a $16n$ a vypočetlo se číslo $16n + 2n + n$. (Takový postup výpočtu nás jako tzv. *vlašskou praktiku* učili ještě ve 30. letech našeho století v primě na gymnáziu.)²

Počítání na linách bylo výhodné i při výpočtech s jednotkami mincí, které měly nejrůznější měnitele. Stačilo si pak pamatovat, jakou jednotku značí jednotlivé lince a kolik jednotek nižšího řádu tvoří jednotku vyšší. Proto se počítání na linách udrželo i tehdy, když se od 15. století začalo běžně používat

² Tento postup má svůj původ v egyptské aritmetice. Viz J. Bečvář, M. Bečvářová, H. Vymazalová: Matematika ve starověku. Egypt a Mezopotámie. Edice Dějiny matematiky, sv. 23, Prometheus, Praha, 2003, 371 stran.

k zápisu čísel a výpočtů číslic indicko-arabských; u nás se jim říkalo číslice latinské, protože se přebíraly od italských kupců; výpočtům se pak říkalo *počítání na cifrách*.

Písemné výpočty s indicko-arabskými číslicemi po jejich zavedení v Evropě do jisté míry kopírovaly počítání na linách; jejich hlavním rysem bylo počítání od nejvyšších řádů. Pak ovšem bylo nutné již zapsané číslice často měnit. Indové při počítání v prachu lehce číslice smazali a nahradili jinými; při počítání na papíře nebo na tabulce bylo nutné nepotřebné číslice škrtnout a nadepsat číslice jiné.

Sčítání $2\ 837 + 3\ 524 + 1\ 722 = 8\ 083$ mělo pak tento tvar:

$$\begin{array}{r} 8\ 8 \\ \cancel{0}073 \\ \underline{2837} \\ 3524 \\ 1722 \end{array}$$

Odečítání $8\ 946 - 6\ 983 = 1\ 963$ vypadalo takto:

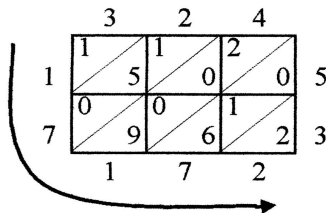
$$\begin{array}{r} 19 \\ \cancel{2}063 \\ \underline{8946} \\ 6983 \end{array}$$

Násobení $324 \cdot 53 = 17\ 172$ bylo zapsáno takto:

$$\begin{array}{r} 7 \\ 71\cancel{0} \\ \cancel{6}202 \\ \underline{17053} \\ 3244 \\ 32 \end{array}$$

Nejprve se násobí pěti číslo 324 počínaje sty a částečný součin se píše nad 324. Pak se 324 opíše o jeden řád vpravo a násobí se číslem 3; součin se opět píše nad posunuté číslo 324 a připočítává se k předchozímu částečnému součinu.

U Křišťana z Prachatic nalezneme i poznámku o šachovnicovém způsobu násobení, kterého užívali již Indové; např. předchozí součin by měl tento tvar:



Obr. 4

Nejprve se v šikmých pásech sčítají jednotky, desítky, sta, ... , a pak se ve směru šipky čte výsledek.

Dělení $17172 : 53 = 324$ vypadalo takto:

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 221 \\
 17172 \quad / \quad 324 \\
 \underline{5333} \\
 53
 \end{array}$$

Podrobnější výklad i další způsoby viz [F. Balada, 1959], [J. Bečvář a kol., 2001].



Obr. 5 Druhy aritmetiky:
 Pythagoras počítá na línách,
 Boëtius indicko-arabskými číslicemi (na cifrách)

3.4 Životopisy

KŘIŠŤAN z Prachatic

* asi 1367, Prachatice, † 4. 9. 1439, Praha

1368 Bakalářem.

1389 Mistrem, studium lékařství.

1392 Profesorem svobodných umění na pražské univerzitě, přednášel matematiku a astronomii

1405, 1412, 1423, 1427, 1432/33, 1434, 1437 rektorem univerzity

Český husitský bohoslovec, matematik, hvězdář, botanik a lékař, zprvu horlivý stoupenec učení Husova, později konzervativní odpůrce důsledných představitelů husitského revolučního hnutí. Napsal latinský Herbář a české lékařské knihy, latinský *Algoritmus prosaycus* (kolem roku 1600) – učebnici matematiky

Biografie: OSN, [Křišťan, 1999].

Jan Ondřejův, ŠINDEL

* kolem r. 1370, Hradec Králové, † asi r. 1443

1395 Mistr svobodných umění na pražské univerzitě, licenciát na filozofické fakultě

1406 rektor školy u sv. Mikuláše v Praze

učitel matematiky a astronomie na gymnáziu ve Vídni

1405 navrhl staroměstský orloj

1410 rektor univerzity v Praze

Vynikající astronom; jeho *Tabulae astronomicae*, které se však nedochovaly, chválil i Tycho Brahe; papež ho označoval za *ozdobu století*. Karlově koleji věnoval 200 rukopisných knih. V pamětech kapituly Vyšehradské se uvádí ještě roku 1448.

Biografie: [I. Depman, 1973], [J. Smolík, 1862], RSN, OSN, MSN.

3.5 Literatura

BALADA F.: Z dějin elementární matematiky. SPN, Praha, 1959, 239 stran.

BEČVÁŘ J. a kol.: Matematika ve středověké Evropě. Edice Dějiny matematiky, sv. 19, Prometheus, Praha, 2001, 445 stran.

DĚJINY UNIVERZITY KARLOVY I.–IV. Univerzita Karlova, Karolinum, Praha, 1995 až 1998, 322+285+390+671 stran.

DEPMAN I.: Besedy o matematice, SPN, Praha, 1957, 124 stran.

DEPMAN I.: Svět čísel (vyprávění o matematice). SPN, Praha, 1973, 84 stran [přeložil J. Folta], slovensky: Bratislava, 1973.

FÜZÉKOVÁ-VRCHOTKOVÁ I.: České praktické početnice z 16. a počátku 17. století. MFF UK, Praha, 1981, 84 stran [strojopis diplomové práce].

- HADRAVOVÁ A.: Jan Šindel a jeho traktát „Pravidla pro výpočet zatmění Slunce a Měsíce“. In *Astronomie ve středověké vzdělanosti*, VCDV, Praha, 2003, 53–69.
- HANKEL H.: *Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter*. B. G. Teubner, Leipzig, 1874, 410 stran.
- HLAVÁČEK J.: Jeden dokument k vztahu univerzity a pražských měst v druhé polovině 14. století. In *Acta Universitatis Car. Historia UC II/1*, 1961, 89–96.
- HORSKÝ Z.: *Pražský orloj*. Panorama, Praha, 1988, 160 stran.
- KAVKA F. a kol.: *Stručné dějiny University Karlovy*. Universita Karlova, Praha, 1964, 347 stran.
- KŘIŠŤAN Z PRACHATIC: *Cristanni de Prachaticz Algorismus prosaycus*. Základy aritmetiky. OIKOYMENH, Praha, 1999, lxxiii+187 stran [edice a překlad Z. Silagiová].
- MONUMENTA historica universitate Pragensi. Tomus 1.–3. Pragae, J. N. Gerzabek, Pragae, 1830–1832, J. Spurny, 1834 [NK 4 C 63, Ed D 14].
- NOVÁK J.: Křišťan z Prachatic a matematika v jeho době. *Rozhledy MF* 38(1959/60), 186–188, 235–237, 272–275.
- PALACKÝ F.: O pranostikách a kalendářích českých zvláště v XVI. století. *Časopis českého musea* 1829, 33–64.
- PETRÁŇ J.: *Nástin dějin Filozofické fakulty Univerzity Karlovy*. Univerzita Karlova, Praha, 1983, 406 stran.
- SMOLÍK J.: *Mathematikové v Čechách od založení university Pražské až do počátku tohoto století*. *Živa* 12(1864), 13–27, 140–171, 193–225, 308–341. Těž J. Renn, Praha, 1864.
- ŠEDIVÝ J. a kol.: *Antologie matematických didaktických textů*. Období 1360–1860. SPN, Praha, 1987, 264 stran [skriptum MFF UK].
- ŠTEMBERKOVÁ M.: *Universitas Carolina Pragensis*. Univerzita Karlova, Praha, 1998, 141 stran.
- TOMEK W. W.: *Geschichte der Prager Universität*. Hofbuchdruckerei von Gottlieb Haase Söhne, Prag, 1849, 377 stran [NK 4 C 1103, 4 D 454, 4 D 455, 4 C 58, 4 D 133].
- TOMEK W. W.: *Děje University pražské*. Nowočeská bibliothéka vydávaná nákladem Českého Museum, č. XII, W kommissí u Řiwnáče, Praha, 1849, 320 stran.
- VETTER Q.: Finden sich in Böhmen noch Spuren der alten mediatio und duplatio. *Cahiers Scientifiques* No 1, Cluj 1. Mars 1930. Cluj Institutul de Arte Grafice "Ardealul" 1930.
- VETTER Q.: *Šest století matematického a astronomického učení na Karlově universitě*. *Věstník KČSN* 1952, Praha 1954, XIV.
- VETTER Q.: *Stručný přehled vývoje matematiky v českých zemích od založení university do katastrofy bělohorské*. *MvŠ* 7(1957), 343–357.

VOJTÍŠEK V.: *Universita Karlova v Praze 1348–1948. Čtyři dokumenty z doby počátků*. Melantrich, Praha, 1948, 20 stran, obrazové přílohy [NK 54 A 2075].

WINTER Z.: *Děje vysokých škol pražských od secesí cizích národů po dobu bitvy bělohorské (1409–1622)*. ČAVU, Praha, 1897, vii+231 stran.

WINTER Z.: *O životě na vysokých školách pražských knihy dvoje. Kulturní obraz XV. a XVI. století*. *Novočeská bibliothéka*, č. XXXII., Nákladem Matice české a jubilejního fondu Král. české společnosti nauk Praha, 1899, xiii+615 stran.

WYDRA S.: *Historia matheseos in Bohemia et Moravia cultae*. Reg. Schola norm. Pragae, 1778, 100 stran [NK 45 B 22, 65 D 2530].