2. TEKUTINY a TERMIKA

2.1. Tekutiny

V předchozích kapitolách jsme se zabývali mechanikou pevných těles, to je látkových těles pevného skupenství. V následujících kapitolách se budeme zabývat mechanikou kapalných a plynných těles.

Kapaliny a plyny se označují souhrnně jako **tekutiny**. Z hlediska vnitřní struktury se od látek pevného skupenství liší tím, že jejich molekuly už nejsou vázány na neproměnné rovnovážné polohy, ale mohou se snadno navzájem volně pohybovat.

Mechanika tekutin, pro kapaliny označována jako hydromechanika a pro plyny jako aeromechanika, je část mechaniky, která se zabývá mechanickými vlastnostmi tekutin, studuje podmínky rovnováhy a zákonitosti pohybu tekutin a vzájemným působením tekutin s pevnými tělesy.

Stejně jako u pevných těles je vhodné nejprve studovat vlastnosti tekutin na modelech, kterými jsou ideální kapalina a ideální plyn.

2.1.1. Tekutiny a tlak

1.Znát základní vlastnosti kapalin a plynů vyplývající z jejich molekulární struktury.

2. Umět vysvětlit pojmy ideální kapalina a ideální plyn.

3. Znát definici tlaku (slovní a vzorec) a jeho jednotku v soustavě SI.

4. Umět vypočítat tlakovou sílu na stěnu nádoby.

5. Pochopit a umět vyložit obsah Pascalova zákona.

Základní vlastností tekutin je snadná vzájemná změna polohy jejich molekul.

V důsledku své molekulární struktury mají tekutiny tyto nejvýznamnější vlastnosti :

a) Jsou **tekuté**, to znamená, že nemají pevný tvar. Zaujmou vždy tvar nádoby, do které byly umístěny. Jsou snadno dělitelné.

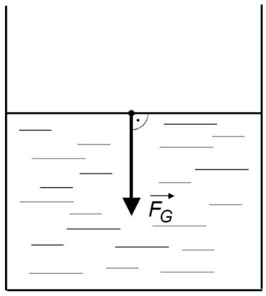
b) Příčinou rozdílné tekutosti různých kapalin a plynů a odporu proti pohybu v nich je **vnitřní tření (viskozita)**. Je vyvoláno vznikem tečných sil při pohybu molekul tekutiny. V rovnovážném stavu tekutiny, kdy jednotlivé části tekutiny jsou navzájem v klidu, jsou tyto tečné síly nulové.

c) Působením vnějších sil se zmenší objem tekutiny. Tuto vlastnost označujeme jako **stlačitelnost**. Kapaliny jsou velmi málo stlačitelné, plyny naproti tomu jsou hodně stlačitelné.

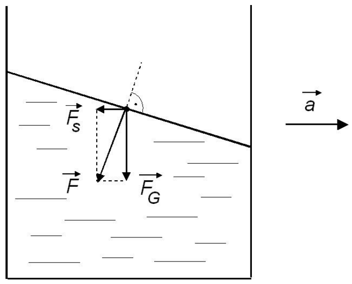
Dalšími specifickými vlastnostmi kapalin jsou :

d) Na volném povrchu kapaliny v nádobě vytvářejí **volnou hladinu**. U kapaliny v klidu je volná hladina kolmá k tíhové síle (Obr.2.1.-1). Při pohybu nádoby s kapalinou volný povrch nabývá takového tvaru, že výslednice vnějších sil a tíhové síly je v každém místě povrchu kolmá k volnému povrchu (Obr.2.1.-2 a Obr.2.1.-3).

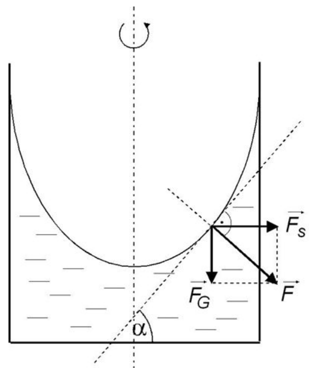
e) U kapalin se setkáváme s **kapilárními jevy** (viz kapitola 2.1.3).



Obr.2.1.- 1



Obr.2.1.- 2



Obr.2.1.- 3

Při vyšetřování mnoha jevů v reálných tekutinách můžeme zanedbat některé vlastnosti, které mají na tyto jevy nepodstatný vliv. Idealizací a abstrakcí pak dojdeme k modelům ideální tekutiny.

Ideální kapalina je **bez vnitřního tření (je dokonale tekutá)** a **považujeme ji za nestlačitelnou**. Zanedbáváme molekulární strukturu a **považujeme ji za spojitou (kontinuum)**.

Ideální plyn považujeme rovněž za **kontinuum**, je **bez vnitřního tření** a je **dokonale stlačitelný**. Další vlastnosti tohoto modelu potřebné pro vyšetřování tepelných vlastností plynu uvedeme v kapitole 2.2.3.

Stav tekutiny v klidu v určitém místě určuje **tlak** . Tlak p je definován vztahem

$$p = \frac{F}{S} \;, \qquad 2.1.\text{-}1$$

kde F je velikost síly působící kolmo na rovinnou plochu o obsahu S.

Obecně nemusí být všude v tekutině stejně velký tlak. Pak tlak p v daném místě tekutiny je dán diferenciálním podílem

$$p = \frac{dF}{dS} \;, \qquad 2.1.\text{-}2$$

kde dF je síla působící kolmo na diferenciálně malou plošku o obsahu dS.

Jednotkou tlaku je 1 Pa (pascal), který lze pomocí základních jednotek SI vyjádřit takto.

1 Pa = 1 $kg.m^{-1}.s^{-2}$.

Tlak v tekutině je jednoznačně určen svou hodnotou, je to skalární veličina.

Je-li tlak p ve všech místech tekutiny stejný, pak na libovolně orientovanou rovinnou plochu o obsahu S, která je ve styku s tekutinou, působí kolmá **tlaková síla**, pro jejíž velikost platí

$$F = pS \quad . \qquad 2.1.\text{-}3$$

Bude-li tlak p v různých místech rovinné plochy o obsahu S různý, pak velikost kolmé tlakové síly bude

$$F = \int_{(S)} p dS \quad . \qquad 2.1.\text{-}4$$

Tlak v tekutině může být vyvolán vnější silou (např. působením pístu ve válci s tekutinou) nebo vlastní tíhovou silou působící na tekutinu. Často se uplatňuje obojí silové působení.

Pro tlak vyvolaný vnější silou platí známý **Pascalův zákon** :

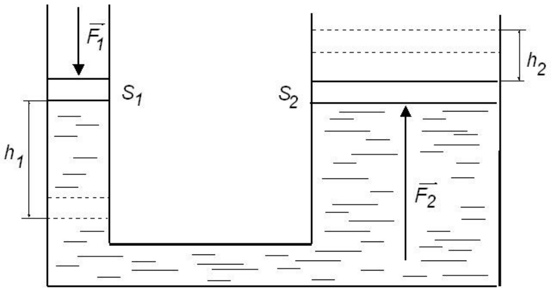
Působí-li vnější síla o velikosti *F* na rovinnou plochu o obsahu *S* povrchu uzavřeného objemu tekutiny, vyvolá tato síla tlak *p*, který je ve všech místech tekutiny stejný.

$$p = \frac{F}{S} = konst \, .$$

Pascalova zákona se využívá v hydraulických a pneumatických zařízeních. Objasníme si princip těchto zařízení. Uvažujme dvě navzájem spojené nádoby uzavřené pohyblivými písty (Obr.2.1.-4). Síla $\vec{F}_1$ působící na menší píst o ploše průřezu S_1 vyvolá v kapalině tlak $p = \frac{F_1}{S_1}$.

Tento tlak se šíří kapalinou a v místě většího pístu o ploše průřezu S_2 způsobí tlakovou sílu $\vec{F}_2$.

Na základě Pascalova zákona je $p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$, a tedy pro $S_2 > S_1$ bude $F_2 > F_1$.



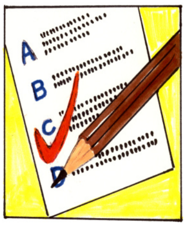
Obr.2.1.-4

KO 2.1.-1 *Které jsou základní vlastnosti kapalin a plynů vyplývající z jejich molekulární struktury ?*

KO 2.1.-2 *Jaký směr má tlaková síla, která působí na rovinnou plochu ?*

KO 2.1.-3 *Jaká je velikost síly $\vec{F}_s$ působící na vybraný element kapaliny o hmotnosti m v Obr.2.1.-2 ?*

KO 2.1.-4 Nádoba je uzavřena volně pohyblivým pístem o průřezu s obsahem *S*. Na píst působíme silou velikosti *F*. *Jak velký je tlak kapaliny způsobený touto silou u stěny nádoby ?*



TO 2.1.-1 Na menší píst o ploše průřezu 25 cm^2 na Obr.2.1.-4 působí síla o velikosti 100 N. *Jak velký tlak kapaliny je v místech většího pístu o průřezu* 125 cm^2 ?

a) 500 Pa

b) 4.10^4 Pa

c) 0,25 Pa

d) 20 Pa

e) 4 Pa

TO 2.1.-2 Na menší píst o ploše průřezu 25 cm^2 na Obr.2.1.-4 působí síla o velikosti 100 N. *Jak velká tlaková síla působí na větší píst o průřezu* 125 cm^2 ?

a) 500 N

b) 4.10^4 N

c) 0,25 N

d) 20 N

e) 4 N

U 2.1.-1 Nákladní vlak jel rychlostí 10 $m.s^{-1}$. Strojvedoucí začal rovnoměrně brzdit tak, že se vlak zastavil po 3 sekundách. *Vypočítejte, jaký úhel s vodorovnou rovinou svírala během brždění hladina petroleje v cisterně*. Počítejte g = 9,8 $m.s^{-2}$.

U 2.1.-2 Při zvedání nákladu o hmotnosti 2000 kg pomocí hydraulického zařízení byla vykonána práce 40 J, přičemž malý píst vykonal celkem 10 zdvihů a při každém zdvihu se posunul o 10 cm. *V jakém poměru jsou obsahy průřezů velkého a malého pístu daného hydraulického zařízení ?*

2.1.2. Hydrostatický a atmosférický tlak, vztlaková síla

1. Umět vysvětlit podstatu hydrostatického a aerostatického tlaku.

2. Znát vztah pro výpočet hydrostatického tlaku a umět vysvětlit hydrostatický paradox.

3. Umět vypočítat hydrostatickou vztlakovou sílu působící na pevné těleso, které je vzhledem k tekutině v klidu.

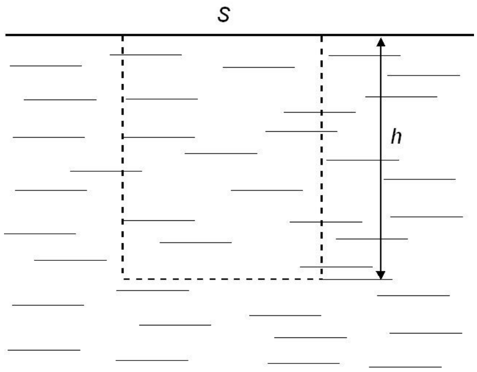
4. Umět vysvětlit různé chování pevných těles, když je ponoříme do tekutiny dané hustoty a uvolníme.

5. Pochopit a umět sestavit rovnici pro plování pevného tělesa v kapalině.

Tíhová síla působící na kapalinu (bez působení vnějších sil na povrch kapaliny) je příčinou **hydrostatického tlaku**.

Chceme zjistit, jaký je hydrostatický tlak pod volným povrchem kapaliny o hustotě ρ v hloubce h. Vybereme si v kapalině její část ve tvaru kolmého válce výšky h a průřezu o obsahu S , jehož horní podstava leží na volném povrchu kapaliny (Obr.2.1.-5).Hmotnost kapaliny ve vybraném válci je $m = \rho S h$. Na dolní podstavu působí tíha tohoto kapalinového sloupce $G = mg = \rho S h g$,

kde g je tíhové zrychlení.



Obr.2.1.-5

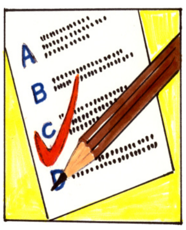
Tlak způsobený silou G je na ploše S konstantní a je

$$p = \frac{G}{S} = h\rho g \quad . \qquad 2.1.\text{-}5$$

Tento tlak je podle výše uvedené definice hydrostatickým tlakem.

Hydrostatický tlak $\boldsymbol{p = h \rho g}$ závisí na hloubce h pod volným povrchem kapaliny a na druhu kapaliny.

Plocha v kapalině, v jejíchž všech bodech je stejný hydrostatický tlak, se nazývá **hladina**. Na volném povrchu kapaliny je **volná hladina**.



TO 2.1.-3 Uvažujme kapalinu v otevřené nádobě. *Na kterých z uvedených veličin závisí hydrostatický tlak u dna nádoby* ?

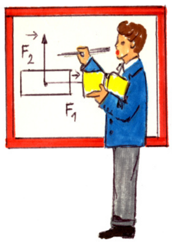
a) hustotě kapaliny

b) hmotnosti kapaliny v nádobě

c) výšce sloupce kapaliny v nádobě

d) ploše dna nádoby

e) objemu nádoby



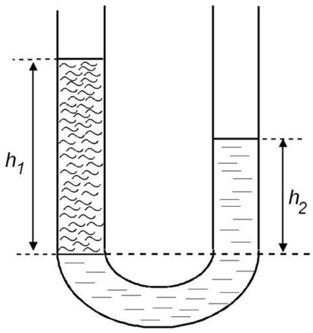
Odvoďte vztah, který platí mezi hustotami a výškami od společného rozhraní dvou nemísících se kapalin ve spojených nádobách na Obr.2.1.-6.

Hydrostatický tlak v hloubce určené polohou rozhraní musí být v obou spojených nádobách stejný:

$$h_1 \rho_1 g = h_2 \rho_2 g \, .$$

A odtud $\dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{h_2}{h_1}$.

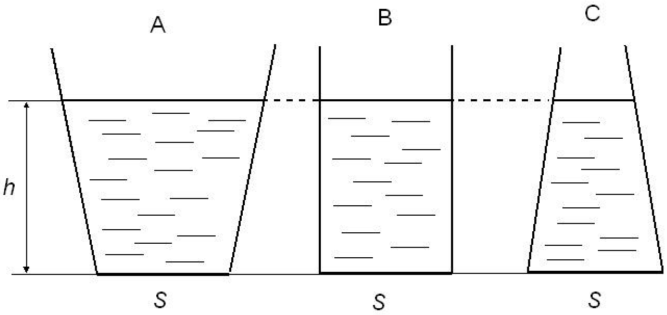
Protože je v obrázku $h_2 < h_1$ je $\rho_1 < \rho_2$. To odpovídá např. kapalinám, které jsou olej (ρ_1) a voda (ρ_2).



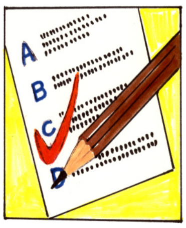
Obr.2.1.-6.

U 2.1.-3 Otevřená ramena spojených nádob jsou naplněna kapalinami o hustotách 900 kg.m^{-3} a 1000 kg.m^{-3}, které se spolu nemísí. *Vypočítejte vzdálenost hladin v obou ramenech od společného rozhraní, je-li rozdíl výšek hladin v ramenech* 10 cm.

Poznatek, že velikost tlakové síly na dno nádoby nezávisí na hmotnosti kapaliny v nádobě, ale pro danou kapalinu jen na výšce sloupce kapaliny a na plošném obsahu dna, bývá označován jako **hydrostatický paradox** (Obr.2.1.-7).



Obr.2.1.-7



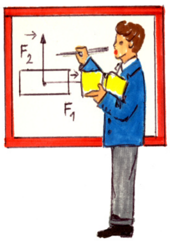
TO 2.1.-4 Nádoby A, B, C na Obr.2.1.-7 mají různý tvar, ale stejný plošný obsah dna *S*. Ve všech nádobách je nalita voda do téže výšky *h*. *Ve které z nádob působí na dno největší tlaková síla* ?

a) v nádobě A

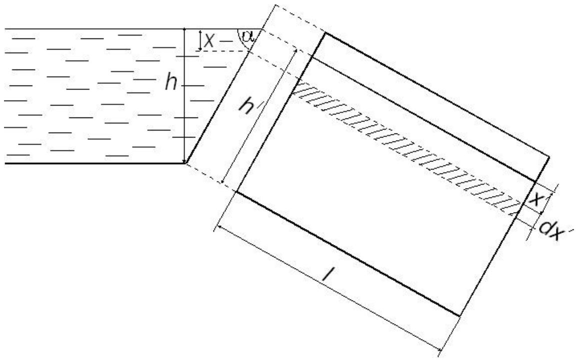
b) v nádobě B

c) v nádobě C

d) ve všech nádobách je stejná



Vypočítejte tlakovou sílu působící na šikmou obdélníkovou stěnu nádoby. Hladina kapaliny je výšce h nade dnem nádoby a svírá se stěnou úhel α (Obr.2.1.-8).



Obr.2.1.-8

Protože hydrostatický tlak se mění s hloubkou pod volným povrchem kapaliny, je nutno k výpočtu použít vztah 2.1.-4. Plošku v integrálu volíme tak, aby ve všech jejích bodech byl hydrostatický tlak stejný.

Ponořená část stěny má rozměry l a $h' = \dfrac{h}{\sin\alpha}$.

Hydrostatický tlak v hloubce x pod hladinou je $p = x\rho g = x'\rho g \sin\alpha$. Hydrostatická tlaková síla $d\vec{F}$ působící kolmo na plošku o obsahu $dS' = l dx'$, v jejichž bodech je hydrostatický tlak p, má velikost $dF = p dS' = x'\rho g l \sin\alpha dx'$.

Budeme-li vybírat plošky dS' po celé stěně, síly $d\vec{F}$ budou vzájemně rovnoběžné a proto velikost výsledné síly působící na stěnu bude

$$F = \int_0^{h'} x'\rho g l \sin\alpha dx' = \rho g l \sin\alpha \int_0^{h'} x' dx' = \frac{1}{2}\rho g l h'^2 \sin\alpha = \frac{\rho g l h^2}{2\sin\alpha}.$$

Poznámka. V případě kolmé stěny ($\alpha = 90°$) bude množinou bodů stejného hydrostatického tlaku $p = x\rho g$ ploška o obsahu $dS = l dx$ a při výpočtu celkové tlakové síly na tuto stěnu se x mění od 0 do h.

U 2.1.-4 *Jak velkou tlakovou silou působí voda* (ρ = 1000 kg.m^{-3}) *na kolmou přehradní hráz dlouhou* 100 m ? Přehrada je naplněna vodou do výšky 20 m. Počítejte g = 9,8 m.s^{-2}.

Obdobně tíhová síla působící na plyn je příčinou aerostatického tlaku. Ten však je při obvyklých rozměrech nádob s plynem tak nepatrný vzhledem k vlastnímu tlaku plynu, že jej zanedbáváme. Tlak plynu v uzavřené nádobě považujeme všude uvnitř nádoby za stejný.

Význam má pouze tlak způsobený tíhou vzduchu (atmosféry) na povrch Země. Tento tlak se nazývá **atmosférický tlak** p_a.

Atmosférický tlak závisí na nadmořské výšce. S rostoucí nadmořskou výškou atmosférický tlak klesá (zmenšuje se rovněž hustota vzduchu).

Výpočet se provádí podle vztahu

$$p_a = p_{ao} e^{-\frac{g h \rho_o}{p_o}} \qquad 2.1.\text{-}6$$

Kde p_{ao} , ρ_o jsou tlak a hustota vzduchu při hladině moře.

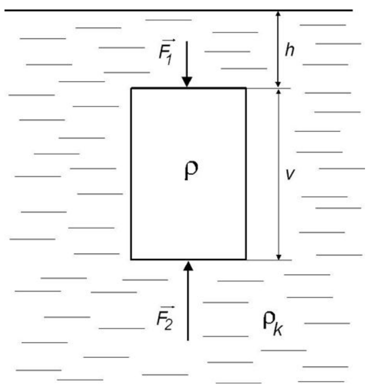
Dohodou byl stanoven **normální atmosférický tlak** p_{an} = 1,01325.10^5 Pa. Odpovídá atmosférickému tlaku na hladině moře 45° severní šířky při teplotě 0° C.

V otevřené nádobě s kapalinou působí na hladinu kapaliny atmosférický tlak p_a. Vzhledem ke kapalině představuje p_a tlak v kapalině způsobený vnější silou, proto celkový tlak v hloubce h pod povrchem kapaliny je

$$p = h\rho g + p_a \quad . \qquad 2.1.\text{-}7$$

U 2.1.-5 V otevřené nádrži je vrstva vody o výšce 50 cm a průměrné hustotě 1000 kg.m^3 a na ní vrstva oleje tloušťky 20 cm a průměrné hustoty 800 kg.m^3. Olej a voda se nemísí. Atmosférický tlak je 990 hPa. *Vypočítejte celkový tlak na dno nádrže.* (Počítejte g = 9,8 m.s^{-2}.)

Na těleso ponořené do kapaliny působí v důsledku hydrostatického tlaku tlakové síly. Tlakové síly ve vodorovném směru se navzájem ruší. (Kdyby se nerušily, pozorovali bychom samovolný pohyb ponořeného tělesa podél volné hladiny.) Ve svislém směru se v důsledku výšky tělesa projeví rozdíl tlaku v horní a spodní části tělesa. Vzniká hydrostatická vztlaková síla F_{vz}.



Obr.2.1.-9

Vypočítáme si velikost této síly. Uvažujme kolmý pevný hranol o výšce v ponořený zcela do kapaliny o hustotě ρ_k (Obr.2.1.-9). Horní podstava je vodorovná a je v hloubce h. Působí na ni tlaková síla o velikosti

$$F_1 = Sh\rho_k g \quad .$$

Na spodní podstavu působí tlaková síla

$$F_2 = S(h+v)\rho_k g \quad .$$

Je evidentní, že $F_2 > F_1$.

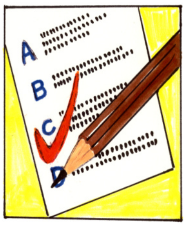
Výslednicí je hydrostatická vztlaková síla o velikosti

$$F_{vz} = F_2 - F_1 = S(h+v)\rho_k g - Sh\rho_k g = Sv\rho_k g = V\rho_k g \qquad 2.1.\text{-}8$$

Tento výsledek platí pro tělesa libovolného tvaru i částečně ponořená a obecně jej vyjadřuje

Archimédův zákon :

Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno hydrostatickou vztlakovou silou, jejíž velikost se rovná tíze kapaliny stejného objemu, jako je objem ponořené části tělesa.



TO 2.1.-5 *Na kterých z uvedených veličin závisí hydrostatická vztlaková síla, kterou je nadlehčováno pevné těleso zcela ponořené do kapaliny*.

a) hustotě kapaliny

b) hustotě pevného tělesa

c) objemu kapaliny v nádobě

d) objemu ponořeného pevného tělesa

e) plošném obsahu průřezu ponořeného pevného tělesa

Vyšetřeme, jak se chová těleso o objemu V a hustoty ρ, je-li zcela ponořeno do kapaliny o hustotě ρ_k . Na toto těleso působí současně tíhová síla $F_G = V\rho g$ a vztlaková síla $F_{vz} = V\rho_k g$ .Mohou nastat tři případy (hustoty ρ a ρ_k představují u nehomogenních těles a kapaliny průměrné hodnoty):

a) Pro $F_G > F_{vz}$ je $\rho > \rho_k$ a těleso **klesá** v kapalině ke dnu.

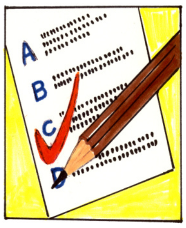
b) Pro $F_G = F_{vz}$ je $\rho = \rho_k$ a těleso **se** v kapalině **vznáší.**

c) Pro $F_G < F_{vz}$ je $\rho < \rho_k$ a těleso v kapalině stoupá a vynoří se částečně nad hladinu. Těleso v kapalině ***plove***. Rovnováha nastane za podmínky

$$V\rho g = V'\rho_k g \qquad 2.1.\text{-}9$$

kde V' je objem ponořené části tělesa.

I v plynech působí na tělesa vztlaková síla daná vztahem 2.1.-8. Je třeba vzít v úvahu, že hustoty plynů jsou ve srovnání s kapalinami mnohem menší.



TO 2.1.-6 Těleso objemu V a průměrné hustoty ρ ponoříme zcela do kapaliny o průměrné hustotě ρ_k větší než ρ.*Jak velká celková síla na těleso působí* ?

a) $F = V(\rho - \rho_k)$

b) $F = Vg(\rho - \rho_k)$

c) $F = Vg(\rho + \rho_k)$

d) $F = Vg(\rho_k - \rho)$

U 2.1.-6 Siloměr, ke kterému je na tenké niti zanedbatelné hmotnosti upevněn kámen, ukáže hodnotu 44 N a při úplném ponoření kamene do destilované vody 28 N. *Vypočítejte objem a hustotu kamene*. Hustota destilované vody je při dané teplotě měření 998 kg.m^{-3}.

U 2.1.-7 Dřevěný trám délky 5 m čtvercového průřezu o délce hrany 12 cm a hustoty 720 kg.m^{-3} plove. *Jak vysoko vyčnívá při plování nad vodou* ?

KO 2.1.-5 *Co je příčinou hydrostatického tlaku a na čem závisí* ?

KO 2.1.-6 *Co bývá označováno jako hydrostatický paradox a proč to paradox není* ?

KO 2.1.-7 *Na čem závisí hydrostatická vztlaková síla* ?

KO 2.1.-8 *Jaké musí být splněny podmínky, aby těleso v kapalině plovalo*?

2.1.3. Povrchové napětí, kapilarita

1. Pochopit podstatu povrchové energie kapaliny.
2. Umět definovat povrchové napětí jako fyzikální veličinu.
3. Umět vysvětlit příčinu zakřivení volného povrchu kapaliny u stěn nádoby.
4. Umět vysvětlit příčinu vzniku kapilárního tlaku.
5. Umět popsat jev kapilarity.
6. Umět vypočítat výšku výstupu resp. snížení hladiny v kapiláře.

V této kapitole se budeme zabývat některými vlastnostmi kapalin, které souvisí se strukturou kapalin.

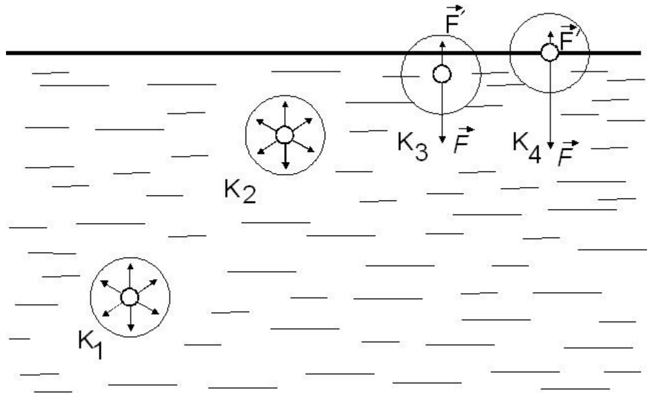
Každá molekula kapaliny kmitá kolem určité rovnovážné polohy a po velmi krátké době (řádově 1 ns) zaujme novou rovnovážnou polohu. Změna rovnovážných poloh molekul kapaliny nastává v důsledku nahodilých změn kinetické energie jednotlivých molekul. Nahodilými srážkami se sousedními molekulami získá daná molekula takovou energii, že se dostane z vlivu silového pole sousedních molekul a zaujme novou rovnovážnou polohu. Zvyšuje-li se teplota kapaliny, zmenšuje se doba setrvání molekuly v dané rovnovážné poloze. Tím se kapaliny liší od pevných látek.

Na rozdíl od plynů se kapaliny vyznačují malými vzdálenostmi mezi molekulami. Střední vzdálenosti molekul jsou řádově asi 0,1 nm, proto na sebe molekuly navzájem působí značnými přitažlivými silami. Tyto síly mají vliv na vlastnosti kapaliny, především na vlastnosti její **povrchové vrstvy**.

Položíme-li na volný povrch vody tenkou jehlu nebo čepelku na holení, nepotopí se, i když mají větší hustotu. Povrch vody se prohne, jako by byl pružný. **Volný povrch kapaliny se chová obdobně jako tenká pružná blána**.

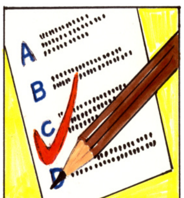
Tento jev lze vysvětlit na základě molekulární struktury kapaliny. Molekuly kapaliny na sebe navzájem působí přitažlivými silami. Jejich velikost rychle klesá s rostoucí vzdáleností molekul. Takže na danou molekulu prakticky působí jen molekuly, které jsou v určité oblasti kolem této molekuly. Kolem dané molekuly můžeme myšlenkově opsat kouli o takovém poloměru, že síly, kterými na tuto molekulu působí molekuly ležící mimo tuto kouli, jsou zanedbatelné. Tato myšlená koule se nazývá **sféra molekulového působení** a její poloměr je řádově 1 nm.

Je-li molekula i její sféra molekulárního působení uvnitř kapaliny, je výslednice přitažlivých sil, kterými molekuly v této sféře působí na uvažovanou molekulu, nulová (sféry K_1 , K_2 v Obr.2.1-10). Jinak je tomu u molekul, jejichž vzdálenost od volného povrchu kapaliny je menší než poloměr sféry molekulového působení. Výsledná přitažlivá síla $\vec{F}'$ molekul plynu (nejčastěji vzduchu a páry kapaliny) v horní části sféry je menší než přitažlivá síla $\vec{F}$ molekul kapaliny v dolní části sféry (sféry K_3 , K_4 v Obr.2.1.-10). Důvodem je malá hustota molekul plynu ve srovnání s hustotou kapaliny. Výslednice všech přitažlivých sil je kolmá k volnému povrchu kapaliny a je orientována dovnitř kapaliny.



Obr.2.1-10

Vrstva molekul, jejichž vzdálenost od volného povrchu kapaliny je menší než poloměr molekulového působení, se nazývá **povrchová vrstva kapaliny**. **Na každou molekulu ležící v povrchové vrstvě kapaliny působí sousední molekuly výslednou přitažlivou silou, která má směr dovnitř kapaliny.**



TO 2.1.-7 *Jaká je řádově tloušťka povrchové vrstvy kapaliny* ?

Při posunutí molekuly z vnitřku kapaliny do její povrchové vrstvy je nutno vykonat práci (překonáváme výslednou přitažlivou sílu způsobenou silovým působením sousedních molekul na danou molekulu, tato síla je orientována dovnitř kapaliny). Proto mají molekuly v povrchové vrstvě větší potenciální energii než by měly, kdyby se nacházely uvnitř kapaliny. Rozdíl mezi celkovou potenciální energií, kterou mají molekuly ležící v její povrchové vrstvě, a potenciální energií, kterou by měly tytéž molekuly uvnitř kapaliny vzhledem k sousedním molekulám, se nazývá **povrchová energie**. Je jednou ze složek vnitřní energie kapaliny. Zvětší-li se povrch kapaliny daného objemu, vzroste její povrchová energie.

Kapalina daného objemu nabývá vždy takového tvaru, aby obsah jejího povrchu byl nejmenší, a tím byla minimální povrchová energie. Při daném objemu má ze všech geometrických útvarů nejmenší obsah povrch koule. Proto volné kapky (např. mlhy nebo malé kapky rtuti) mají kulový tvar. Přiblížíme-li k sobě dvě malé kapky čisté rtuti na vodorovné podložce tak, aby se dotkly, splynou. Vzniklá kapka má obsah povrchu menší než součet obsahů povrchů jednotlivých kapek.

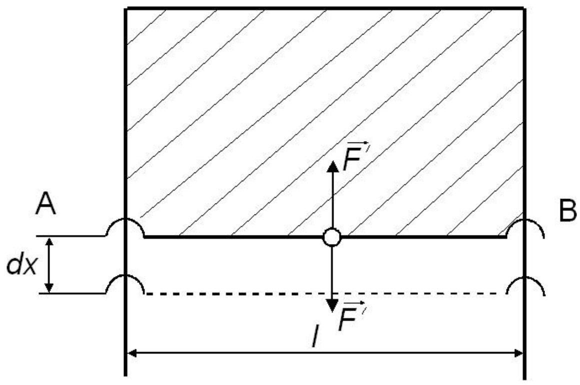
Protože povrchová vrstva se snaží stáhnout se na co nejmenší velikost, je v ní napětí, které se nazývá **povrchové napětí** σ. Povrchové napětí je číselně rovno velikosti síly dF, která působí kolmo na délku dl myšleného řezu povrchu kapaliny v rovině tečné k povrchu kapaliny ve vyšetřovaném místě :

$$\sigma = \frac{dF}{dl} \quad . \qquad 2.1.\text{-}10$$

Jednotkou je 1 N.m^{-1} . Povrchové napětí je skalární veličina. Lze je definovat také vztahem

$$\sigma = \frac{dA}{dS} \quad , \qquad 2.1.\text{-}11$$

kde dA je práce potřebná ke zvětšení obsahu plochy volného povrchu kapaliny o dS při konstantní teplotě. Tato práce je rovna přírůstku povrchové energie, tedy $dA = dW$. Povrchové napětí je rovno plošné hustotě povrchové energie (jednotkou je 1 J.m^{-2}). Snadno se přesvědčíme, že 1 J.m^{-2} = 1 N.m.m^{-1}.m^{-1} = 1 N.m^{-1}.



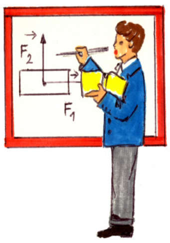
Obr.2.1.-11

Souvislost povrchového napětí s povrchovou energií lze nejlépe pochopit na tomto pokusu. Vytvoříme kapalinovou blánu na drátěném rámečku (nejlépe mýdlový roztok nebo roztok saponátu), jehož jedna strana je pohyblivá. Vytvořená blána má dva povrchy. Na pohyblivou stranu AB (Obr.2.1.-11) působí v každém povrchu povrchová síla o velikosti $F_1 = \sigma l$ způsobená povrchovým napětím, a tedy výsledná povrchová síla $\vec{F}$ má velikost $F = 2\sigma l$. Chceme-li zvětšit povrch blány, musíme působit opačně orientovanou silou o velikosti $F' = F = 2\sigma l$. Tato síla při posunutí strany AB o dx vykoná práci $dA = F'dx = 2\sigma l dx$, která je rovna přírůstku povrchové energie. Obsah plochy blány se zvětší o $dS = 2l dx$. Energie připadající na jednotku obsahu plochy (plošná hustota povrchové energie) je

$$\frac{dA}{dS} = \frac{2\sigma l dx}{2 l dx} = \sigma \ . \qquad 2.1.\text{-}12$$

To znamená, že plošná hustota povrchové energie je číselně rovna povrchovému napětí.

Povrchové napětí závisí na druhu kapaliny a prostředí nad volným povrchem kapaliny. S rostoucí teplotou povrchové napětí kapaliny (vůči danému prostředí) klesá. Povrchové napětí kapaliny z chemicky čisté látky značně ovlivňují příměsi v kapalině.



Vypočítejte změnu povrchové energie při spojení drobných vodních kapek o poloměrech $2{,}0.10^{-3}$ mm v jednu velkou kapku o poloměru 2,0 mm. Povrchové napětí vody ve styku se vzduchem je 73.10^{-3} $N.m^{-1}$.

poloměr malých kapek $r = 2{,}0.10^{-3}$ mm

poloměr velké kapky $R = 2{,}0$ mm

povrchové napětí $\sigma = 73.10^{-3}$ $N.m^{-1}$

změna povrchové energie $\Delta W = ?$

Velká kapka vznikne spojením n malých kapek, přičemž součet objemů malých kapek je roven objemu velké kapky a platí $n\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Odtud dostaneme $n = \frac{R^3}{r^3}$.

Součet obsahů povrchů malých kapek je $S_1 = 4\pi r^2 n$ a obsah povrchu velké kapky $S_2 = 4\pi R^2$, přičemž $S_2 < S_1$.

Změna obsahu povrchu je $\Delta S = S_2 - S_1 < 0$.

Zmenšení povrchu ΔS odpovídá úbytek povrchové energie

$$\Delta W = \sigma \Delta S = 4\pi\sigma\left(R^2 - nr^2\right)$$

a po dosazení za n a úpravě

$$\Delta W = 4\pi\sigma R^2\left(1 - \frac{R}{r}\right).$$

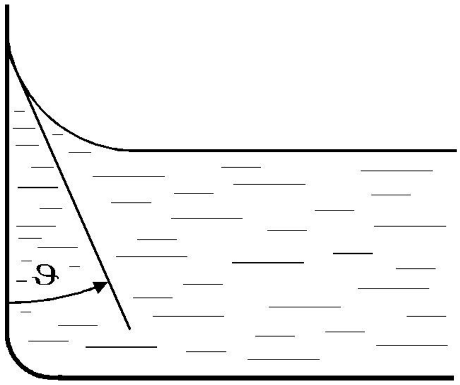
Číselně :

$$\Delta W = 4.3{,}14.0{,}073.0{,}002^2.\left(1 - \frac{2}{2.10^{-3}}\right) J = -3{,}7.10^{-3}\ J\ .$$

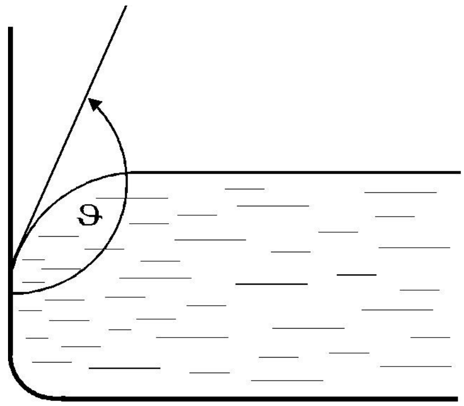
Povrchová energie po spojení kapek se zmenší přibližně o $3{,}7.10^{-3}$ J.

U 2.1.-8 Na rámečku s mydlinovou blánou ve svislé poloze je pohyblivá příčka AB délky 40 mm (Obr.2.1.-11) v rovnovážné poloze, je-li příčka zatížena závažím hmotnosti 320 mg. *Vypočítejte povrchové napětí* *mýdlového roztoku ve vodě ve styku se vzduchem*. Počítejte g = 9,8 m.s^{-2}. Hmotnost příčky je zanedbatelně malá vzhledem k hmotnosti závaží.

Důsledkem vlastností povrchové vrstvy kapaliny je, že volný povrch kapaliny se u stěn nádoby zakřiví. Nalijeme-li do skleněné nádoby vodu, zjistíme, že u stěny je povrch vody dutý (Obr.2.1.-12). Podobně se chová líh ve skleněné nádobě nebo rtuť v měděné nádobě. Říkáme, že v těchto případech kapalina **smáčí** stěny nádoby. Nalijeme-li do skleněné nádoby rtuť, je u stěny povrch kapaliny vypuklý (Obr.2.1.-13). V tomto případě kapalina stěny nádoby **nesmáčí**.

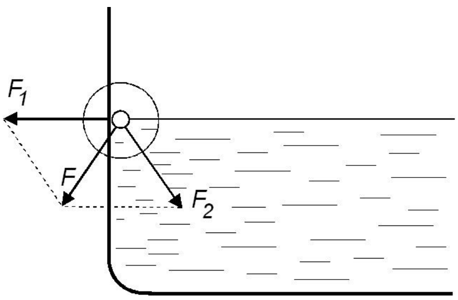


Obr.2.1.-12

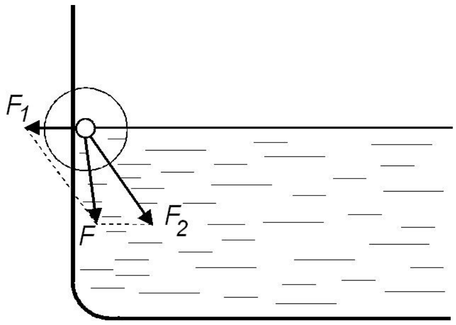


Obr.2.1.-13

Zakřivení volného povrchu kapaliny je způsobeno tím, že molekuly kapaliny, které jsou na jejím volném povrchu a současně v blízkosti stěny nádoby nebo jiného pevného tělesa, vzájemně působí nejen mezi sebou, ale také s částicemi pevného tělesa a plynu nad volným povrchem kapaliny.



Obr.2.1.-14

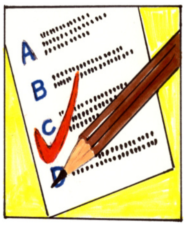


Obr.2.1.-15

Na Obr.2.1.-14 a Obr.2.1.-15 je znázorněna sféra molekulového působení pro molekulu kapaliny ležící na rozhraní kapaliny, vzduchu a stěny nádoby. Částice stěny nádoby obsažené v levé polovině sféry působí na zvolenou molekulu výslednou silou $\vec{F}_1$ kolmou na stěnu nádoby. Molekuly kapaliny obsažené v pravé dolní čtvrtině sféry působí na zvolenou molekulu výslednou silou $\vec{F}_2$ směřující dovnitř kapaliny. Molekuly plynu působí na uvažovanou molekulu výslednou silou $\vec{F}_3$ a na molekulu působí také tíhová síla $\vec{F}_G$. Velikosti sil $\vec{F}_3$ a $\vec{F}_G$ jsou zanedbatelně malé ve srovnání s velikostmi sil $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$ (v Obr.2.1.-14 a Obr.2.1.-15 je neuvažujeme). Proto výslednice všech působících sil na uvažovanou molekulu je $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Obdobné úvahy platí i pro molekuly kapaliny ležící v blízkém okolí zvolené molekuly.

Kapalina se nachází v rovnovážném stavu, je-li výsledná síla $\vec{F}$ kolmá k volnému povrchu kapaliny. Proto se u stěn nádoby vytváří zakřivený povrch.. Jestliže síla $\vec{F}$ směřuje ven z kapaliny (Obr.2.1.-14), pak volný povrch kapaliny u stěn nádoby je dutý (Obr.2.1.-12). Jestliže síla $\vec{F}$ směřuje dovnitř kapaliny (Obr.2.1.-15), je volný povrch vypuklý (Obr.2.1.-13).

Úhel ϑ, který svírá povrch kapaliny s povrchem stěny, nazýváme **stykový úhel**. Je-li $\vartheta = 0$, **kapalina dokonale smáčí stěny**, je-li $\vartheta = \pi$, **kapalina dokonale nesmáčí stěny**. Pro skutečné kapaliny je $0 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$ pro kapaliny, které smáčí stěny nádoby a $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$ pro kapaliny, které nesmáčí stěny.

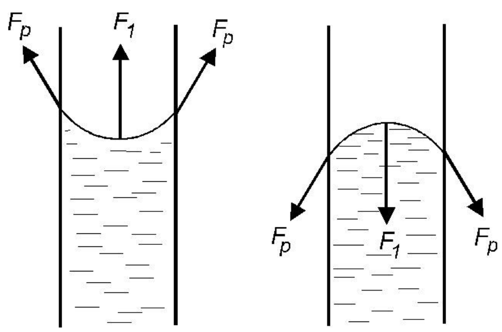


TO 2.1.-8 Do nádoby nalijeme kapalinu, která dokonale smáčí stěny. *Jaká je poloha stěny nádoby vzhledem k povrchu kapaliny u stěny* ?

Zakřivení volného povrchu kapaliny způsobuje, že výslednicí povrchových sil je nenulová síla, která působí kolmo na volný povrch kapaliny. Taková situace je znázorněna na Obr.2.1.-16 pro dutý a vypuklý povrch kapaliny v úzké trubici. V obrázku je $\vec{F}_t$ výslednice všech povrchových sil $\vec{F}_p$. Síla $\vec{F}_t$ vyvolává **kapilární tlak** p_k. Pro kapilární tlak byl pro případ volného povrchu kulového tvaru odvozen vztah

$$p_k = \frac{2\sigma}{R} , \qquad 2.1.\text{-}13$$

kde σ je povrchové napětí a R je poloměr kulového povrchu.Kapilární tlak je tím větší, čím menší je poloměr kulového povrchu a čím větší je povrchové napětí.

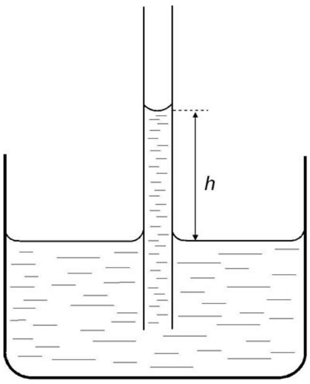


Obr.2.1.-16

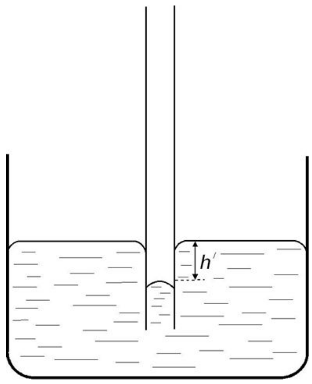
Pro tenkou kulovou mýdlovou bublinu poloměru R (bublina má dva povrchy) je kapilární tlak uvnitř bubliny

$$p_k = \frac{4\sigma}{R} \quad . \qquad 2.1.\text{-}14$$

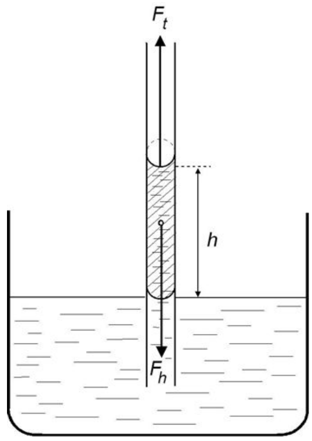
Důsledkem kapilárního tlaku je v úzkých trubicích – **kapilárách** jev, který se nazývá **kapilarita**. Jev spočívá ve zvýšení nebo snížení hladiny kapaliny v kapiláře při jejím ponoření do široké nádoby s kapalinou nad nebo pod volnou hladinu v nádobě. U kapalin smáčejících stěny kapiláry se volná hladina kapaliny v kapiláře zvýší. Jev nazýváme **kapilární elevace** (Obr.2.1.-17). U kapalin nesmáčejících stěny kapiláry dochází ke snížení volné hladiny v kapiláře – **kapilární depresi** (Obr.2.1.-18).



Obr.2.1.-17



Obr.2.1.-18



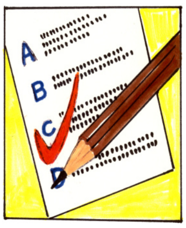
Obr.2.1.-19

Provedeme výpočet výšky h výstupu hladiny v kapiláře pro kapilární elevaci. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že kapalina dokonale smáčí kapiláru ($\vartheta = 0$). V kapiláře o poloměru R se po ponoření vytvoří dutý povrch, který má pro $\vartheta = 0$ tvar polokoule o poloměru R (Obr.2.1.-19). Na kapalinu působí síla $\vec{F}_t$ ve směru ven z kapiláry. To má za následek výstup kapaliny v kapiláře do takové výšky h , až hydrostatický tlak odpovídající výšce h je stejný jako kapilární tlak odpovídající zakřivení povrchu. Pro kapalinu hustoty ρ tak platí

$$h\rho g = \frac{2\sigma}{R}$$

a odtud

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R} \quad . \qquad 2.1.\text{-}15$$



TO 2.1.-9 Kapalina v kapiláře o průměru d vystoupí do výšky h. *Do jaké výšky by vystoupila tato kapalina v kapiláře o dvojnásobném průměru* ?

a) stejné

b) dvakrát větší

c) dvakrát menší

d) čtyřikrát větší

e) čtyřikrát menší

U 2.1.-9 Do vody jsou ponořené dvě skleněné kapiláry s poloměry 1,0 a 1,5 mm. *Vypočítejte povrchové napětí vody, je-li rozdíl hladin vodních sloupců v těchto kapilárách* 4,9 mm. Předpokládejte, že voda dokonale smáčí stěny kapiláry. Hustota vody je 1000 kg.m^{-3}, počítejte g = 9,8 m.s^{-2}.

Obdobné úvahy platí i pro kapilární depresi. Hladina kapaliny v kapiláře poklesne do takové hloubky *h*, až hydrostatický tlak v hloubce *h* pod hladinou kapaliny v nádobě je stejný jako kapilární tlak. Pro kapalinu dokonale nesmáčející stěnu kapiláry ($\vartheta = \pi \, rad$) tak dostaneme opět vztah 2.1.-15.

Poznámka: Při odvození vztahu 2.1.-15 jsme předpokládali, že kapalina dokonale smáčí resp. nesmáčí stěnu kapiláry. V těchto speciálních případech je poloměr zakřivení povrchu stejný jako poloměr kapiláry (povrch má tvar polokoule). V obecných případech má povrch tvar kulové úseče a poloměr zakřivení povrchu je nutno vypočítat z poloměru kapiláry a příslušné goniometrické funkce stykového úhlu.

KO 2.1.-9 *Co je povrchová vrstva kapaliny* ?

KO 2.1.-10 *Jak lze vysvětlit specifické vlastnosti povrchové vrstvy kapalin* ?

KO 2.1.-11 *Proč je se změnou povrchu kapaliny spojeno konání práce* ?

KO 2.1.-12 *Závisí velikost povrchové síly* $\vec{F}$ v Obr.2.1.-11 *na poloze příčky* AB *na drátěném rámečku* ?

KO 2.1.-13 *Jaký je rozdíl v chování kapaliny, kterou nalijeme do nádoby, u kapalin, které smáčí stěny nádoby a kapalin, které nesmáčí stěny nádoby* ?

KO 2.1.-14 *Ne kterých veličinách závisí tlak pod zakřiveným povrchem kapaliny a jak* ?

KO 2.1.-15 *Závisí výška výstupu hladiny v kapiláře při kapilární elevaci na hloubce ponoru kapiláry do kapaliny* ?

2.1.4. Proudění ideální kapaliny

1.Pochopit a umět vysvětlit pojmy používané pro znázornění proudící tekutiny, a to pojmy proudnice, proudová trubice a proudové vlákno.

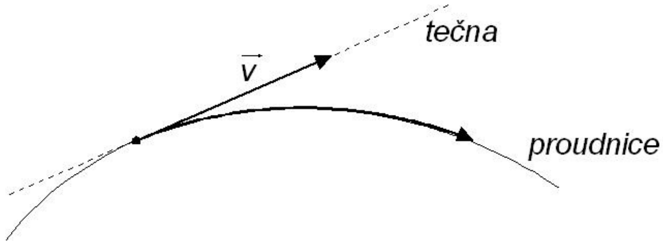
2. Pochopit rozdíl mezi ustáleným a neustáleným prouděním.
3. Znát a umět vysvětlit základní zákony proudění ideální kapaliny, a to rovnici kontinuity a Bernoulliovu rovnici.
4. Naučit se používat rovnici kontinuity a Bernoulliovu rovnici pro řešení úloh o proudění ideální tekutiny.

V předchozích kapitolách jsme se zabývali vlastnostmi tekutin v klidu (hydro- a aerostatikou). V následujících kapitolách se budeme zabývat pohybující se tekutinou, tj. budeme studovat hydrodynamiku a aerodynamiku.

Uspořádaný makroskopický pohyb částic tekutiny označujeme jako **proudění tekutiny**.

Pohyb tekutiny popisujeme rychlostí a tlakem v každém místě oblasti, kterou proudí tekutina. **Proudění** je **ustálené (stacionární)**, jestliže v libovolném místě v proudící tekutině rychlost a tlak nezávisí na čase.**Neustálené (nestacionární) proudění** je proudění, při němž rychlost a tlak v libovolném místě v proudící tekutině závisí na čase.

Ke grafickému znázornění proudění tekutiny používáme proudnic.



Obr.2.1.-20

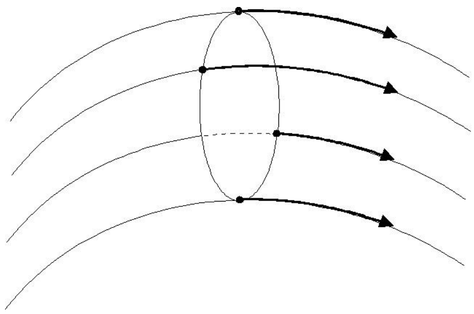
Proudnice je taková myšlená orientovaná čára, že tečna sestrojená v jejím libovolném bodě určuje směr a orientaci rychlosti pohybující se částice tekutiny (Obr.2.1.-20). Proudnice mají zejména tyto vlastnosti :

a) Každým bodem oblasti proudící tekutiny prochází právě jedna proudnice.

b) Proudnice se nemohou navzájem protínat.

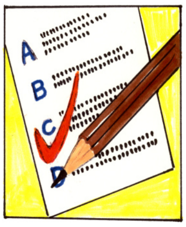
V grafickém modelu proudící tekutiny (zobrazení pomocí proudnic) je velikost rychlosti proudící tekutiny charakterizována pomocí hustoty proudnic a směr rychlosti proudění je určen tečnou k proudnici v každém místě proudící tekutiny.

Představme si uvnitř oblasti proudící tekutiny myšlenou uzavřenou křivku, jejímž každým bodem prochází proudnice (Obr.2.1.-21). Všechny tyto proudnice vytvářejí plochu, která se nazývá **proudová trubice**. Tekutina, která je uvnitř proudové trubice (je touto trubicí vymezena) se nazývá **proudové vlákno.**



Obr.2.1.-21

Tekutina proudí trubicí jako potrubím. Nemůže z trubice odtéci ani přitéci z okolí. Často bereme za proudovou trubici povrch tekutiny v potrubí**. Při proudění ideální tekutiny je ve všech bodech průřezu proudové trubice, kolmého k její ose, rychlost stejná.**



TO 2.1.-10 *Jak lze při ustáleném proudění kapaliny interpretovat proudnici z hlediska pohybu jednotlivých molekul kapaliny* ?

TO 2.1.-11 *Proč se nemohou proudnice navzájem protínat* ?

V dalším textu budeme uvažovat **ustálené proudění kapaliny.**

Je-li plocha průřezu vybrané proudové trubice S a velikost rychlosti proudící kapaliny v tomto průřezu v, proteče za 1 sekundu průřezem S objem kapaliny Sv. Tato veličina se nazývá **objemový průtok** Q_V . Tedy

$$Q_V = Sv\,. \qquad 2.1.\text{-}16$$

Jednotkou objemového průtoku je 1 $m^3.s^{-1}$.

Je-li hustota kapaliny ρ v místě průřezu S stejná, je **hmotnostní průtok** Q_m, což je hmotnost kapaliny proteklé průřezem S proudové trubice za 1 sekundu, dán vztahem

$$Q_m = Sv\rho\,. \qquad 2.1.\text{-}17$$

Jednotkou je 1 $kg.s^{-1}$.

Protože kapalina nemůže stěnami trubice ani vytéci, ani přitéci**, musí být hmotnostní průtok pro libovolný průřez proudové trubice stálý**, tedy

$$Sv\rho = konst\ . \qquad 2.1.\text{-}18$$

Tato rovnice se nazývá **rovnice spojitosti neboli kontinuity** a je vyjádřením zákona zachování hmotnosti pro ustálené proudění kapaliny.

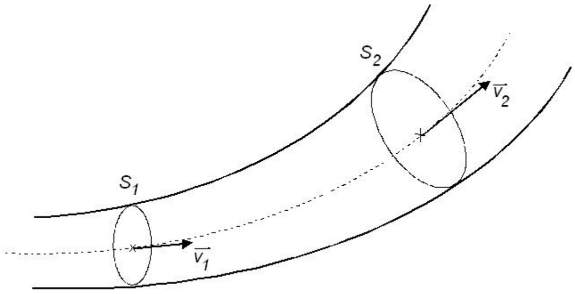
V případě ideální kapaliny, která je dokonale nestlačitelná, je při stálé teplotě stálá také hustota a můžeme rovnici kontinuity psát ve tvaru

$$Sv = konst\,, \qquad 2.1.\text{-}19$$

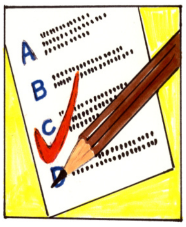
což je **rovnice spojitosti (kontinuity) pro ideální kapalinu.**

Pro průřezy S_1 a S_2 proudové trubice na Obr.2.1.-22 pak můžeme psát

$$S_1 v_1 = S_2 v_2\,. \qquad 2.1.\text{-}20$$



Obr.2.1.-22



TO 2.1.-12 Ideální kapalina proudí trubicí kruhového průřezu, která se rozšiřuje (Obr.2.1.-22). V průřezu s plošným obsahem S_1 je velikost rychlosti proudící kapaliny v_1, v průřezu s plošným obsahem $S_2 > S_1$ velikost rychlosti v_2. *Jaký je poměr objemů proteklých průřezy za stejnou dobu t* ?

a) $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{S_1}{S_2}$

b) $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{S_2}{S_1}$

c) $\dfrac{V_2}{V_1} = 1$

d) $\dfrac{V_2}{V_1} = S_1 S_2$

TO 2.1.-13 Ideální kapalina proudí trubicí kruhového průřezu, která se zužuje. V průřezu o průměru d_1 je velikost rychlosti proudění v_1. *Jaká bude velikost rychlosti proudění v průřezu o průměru* $d_2 = \dfrac{d_1}{2}$?

a) stejná
b) dvakrát menší
c) dvakrát větší
d) čtyřikrát menší
e) čtyřikrát větší

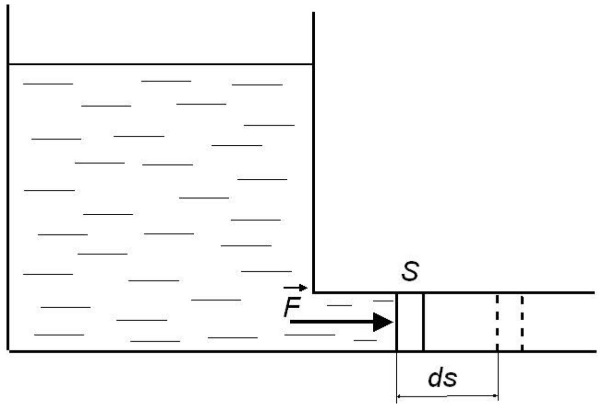
Určitě si dovedete představit, co udělá proudící voda se starším nebo poškozeným potrubím. Vzhledem ke značnému tlaku vody jej může i roztrhnout. Je evidentní, že kapalina pod tlakem může konat práci. Má tedy energii, kterou nazýváme **potenciální energie tlaková**.

Představme si velkou nádobu s kapalinou, ze které vychází tenká trubice s pístem o plošném obsahu S (Obr.2.1.-23). Tlak kapaliny lze v místech pístu považovat za stejný. Posune-li se působením tlakové síly $F = pS$

píst o vzdálenost ds, vykoná síla F práci

$$dA = F\,ds = pS\,ds = p\,dV \,.$$

Tato práce je číselně rovna úbytku potenciální energie tlakové dW_{tl}.



Obr.2.1.-23

Hustota energie je energie připadající na jednotkový objem kapaliny. **Hustota potenciální energie tlakové** w_{tl} je pak

$$w_{tl} = \frac{dW_{tl}}{dV} = \frac{dA}{dV} = p \,. \qquad 2.1.\text{-}21$$

Číselná hodnota potenciální energie tlakové kapaliny je rovna číselné hodnotě tlaku kapaliny v daném místě. Pro jednotky platí

1 Pa = 1 $N.m^{-2}$= $N.m.m^{-2}.m^{-1}$= 1 $J.m^{-3}$.

Uvažujme nyní celkovou mechanickou energii, kterou má **proudící ideální kapalina** o objemu dV. Její hmotnost je $dm = \rho dV$. Kromě potenciální energie tlakové má proudící kapalina kinetickou energii $dW_k = \frac{1}{2} v^2 dm = \frac{1}{2} \rho v^2 dV$

a potenciální energii tíhovou $dW_p = ghdm = h\rho g dV$.

Ve vztazích pro energie je v rychlost proudění v daném průřezu proudové trubice a h je výška objemového elementu kapaliny nad povrchem Země. Hladinu nulové potenciální energie tíhové jsme zvolili na povrchu Země.

Hustoty těchto energií pak jsou

$$w_k = \frac{dW_k}{dV} = \frac{1}{2} \rho v^2 \qquad \text{a} \qquad w_p = \frac{dW_p}{dV} = h\rho g \,.$$

Protože v ideální kapalině se nemůže mechanická energie proudící kapaliny měnit v jiné formy energie, bude hustota celkové mechanické energie (tj. celková mechanická energie jednotkového objemu) proudící ideální kapaliny stálá :

$$w = w_{tl} + w_p + w_k = konst \qquad 2.1.\text{-}22$$

a po dosazení za hustoty energie

$$p + h\rho g + \frac{1}{2}\rho v^2 = konst\,. \qquad 2.1.\text{-}23$$

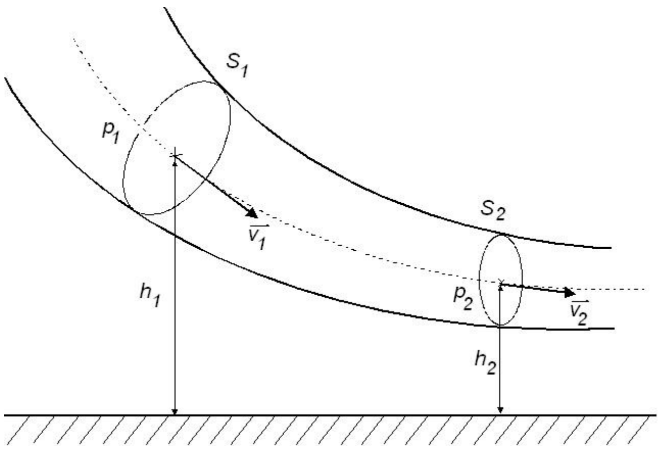
Tato rovnice se nazývá **Bernoulliova rovnice** a vyjadřuje zákon zachování mechanické energie proudící ideální kapaliny. Pro proudovou trubici na Obr.2.1.-24 pak můžeme psát

$$p_1 + h_1\rho g + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + h_2\rho g + \frac{1}{2}\rho v_2^2\,. \qquad 2.1.\text{-}24$$

Pro vodorovnou trubici ($h_1 = h_2$) pak

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = konst \qquad \text{nebo} \qquad p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2\,.$$

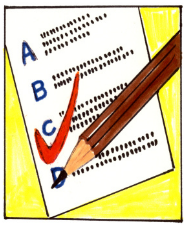
Poznatek, že zúžení trubice, kterou proudí kapalina, vyvolá zmenšení tlaku kapaliny, byl nazván **hydrodynamický paradox**. Tento název je historický, protože z fyzikálního hlediska není na tomto jevu nic paradoxního.



Obr.2.1.-24

Pro reálné kapaliny lze Bernoulliovu rovnici použít jen přibližně.

Pro plyny, kde se změnou tlaku se mění i jejich hustota, jsou rovnice proudění plynu složitější a přesahují rámec výkladu bakalářské fyziky. Všeobecně však i pro proudící plyny ve vodorovné trubici platí, že v užších průřezech trubice vzrůstá jejich rychlost a klesá tlak.



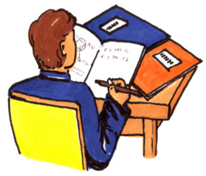
TO 2.1.-14 Ideální kapalina proudí vodorovnou trubicí kruhového průřezu. V průřezu o plošném obsahu S_1 proudí kapalina rychlostí o velikosti v_1 a je zde tlak p_1. *Jaký je tlak p_2 v průřezu $S_2 > S_1$ ve srovnání s tlakem p_1* ?

a) tlak p_2 je větší než tlak p_1

b) tlak p_2 je menší než tlak p_1

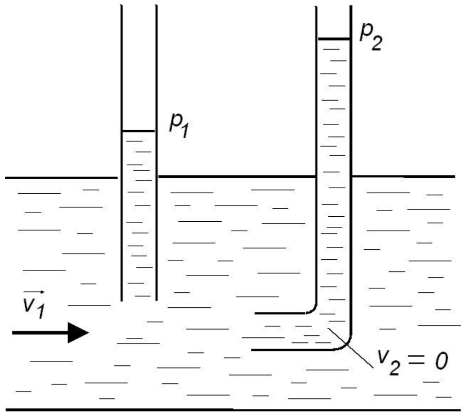
c) tlak p_2 je rovný tlaku p_1

d) nelze určit bez zadání číselných hodnot



U 2.1.-10 Modely torpéd bývají zkoušeny ve vodorovné trubici kruhového průřezu s proudící vodou. Uvažujme, že do takové trubice o vnitřním průměru 25 cm umístíme souose model torpéda (modelem je válec), který má průměr 5 cm. Při zkoušce proudí voda kolem torpéda rychlostí 2,5 m.s^{-1}. a) *Jakou rychlostí voda proudí v místech, kde její proud není zúžen modelem* ? b) *Jaký je rozdíl tlaku vody v trubici mezi průřezy, kde se nachází model, a ostatními průřezy trubice* ?

Pomocí Bernoulliovy rovnice lze navrhnout měření rychlosti proudící ideální kapaliny. Ve vodorovné trubici, ve které proudí kapalina rychlostí $\vec{v}_1$ jsou dvě manometrické trubice (Obr.2.1.-25). Jedna přímá, jedna zahnutá. První manometrická trubice registruje hodnotu tlaku p_1 v proudící kapalině. V druhé manometrické trubici, která má otvor obrácený proti proudu kapaliny, klesne rychlost proudění $\vec{v}_2$ na nulu, a proto měřený tlak p_2 určuje celkovou mechanickou energii jednotkového objemu kapaliny. Je tedy $p_2 \rangle p_1$. Bernoulliova rovnice má tvar

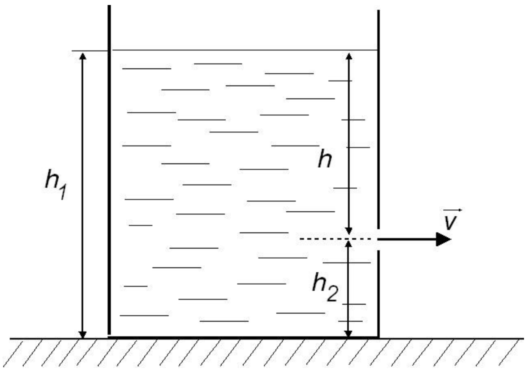


Obr.2.1.-25

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2$$

a odtud pro rychlost proudění kapaliny dostaneme 2.1.-25

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}}\,.$$



Obr.2.1.-26

Dále si pomocí Bernoulliovy rovnice vypočítáme rychlost, se kterou kapalina volně vytéká malým otvorem ve stěně nádoby (Obr.2.1.-26). Otvor je ve stálé hloubce h pod volným povrchem kapaliny (hladinu kapaliny v nádobě udržujeme ve stálé výšce h_1), kde $h = h_1 - h_2$. Atmosférický tlak je p_a. Porovnáme celkové mechanické energie jednotkových objemů kapaliny na volné hladině (ve výšce h_1) a v hloubce h pod hladinou (ve výšce h_2 nad povrchem Země):

$$p_a + h_1 \rho g = p_a + h_2 \rho g + \frac{1}{2} \rho v^2$$

a odtud po úpravě dostaneme

$$v = \sqrt{2gh}\,. \qquad 2.1.\text{-}26$$

Velikost výtokové rychlosti kapaliny je právě tak velká, jakou by částice kapaliny získaly při volném pádu z výšky h. Zanedbáme-li odpor vzduchu, částice kapaliny se vně nádoby pohybují vodorovným vrhem, přičemž výtoková rychlost daná vztahem 2.1.-26 je pro vrh počáteční rychlostí. Trajektorií pohybu částic kapaliny je větev paraboly.

U 2.1.-11 V nádobě stojící na vodorovné rovině je voda s hladinou ve výšce 30 cm nad vodorovnou rovinou. *Jak vysoko nade dnem je třeba udělat ve stěně nádoby malý otvor, aby voda dostříkla co nejdále na vodorovnou rovinu ?*

U 2.1.-12 Do otevřené nádrže tlačí čerpadlo tlakem 10 Pa takové množství vody, že hladina v nádrži zůstává ve výšce 1 m nade dnem. *Jakou rychlostí vytéká voda malým otvorem ve dně nádrže ?* Hustota vody je 1000 kg.m^{-3}, g = 9,8 m.s^{-2}.

KO 2.1.-16 *Jak graficky znázorňujeme proudění tekutin* ?

KO 2.1.-17 *Jaké je rozložení rychlostí proudění ideální kapaliny v daném průřezu potrubí* ?

KO 2.1.-18 *Jak lze fyzikálně interpretovat rovnici kontinuity pro proudění ideální kapaliny* ?

KO 2.1.-19 *Co je to potenciální energie tlaková proudící kapaliny* ?

KO 2.1.-20 *Jaký je fyzikální obsah Bernoulliovy rovnice* ?

KO 2.1.-21 *Proč Bernoulliova rovnice neplatí pro proudění reálné kapaliny* ?

KO 2.1.-22 *V čem spočívá hydrodynamický paradox* ?

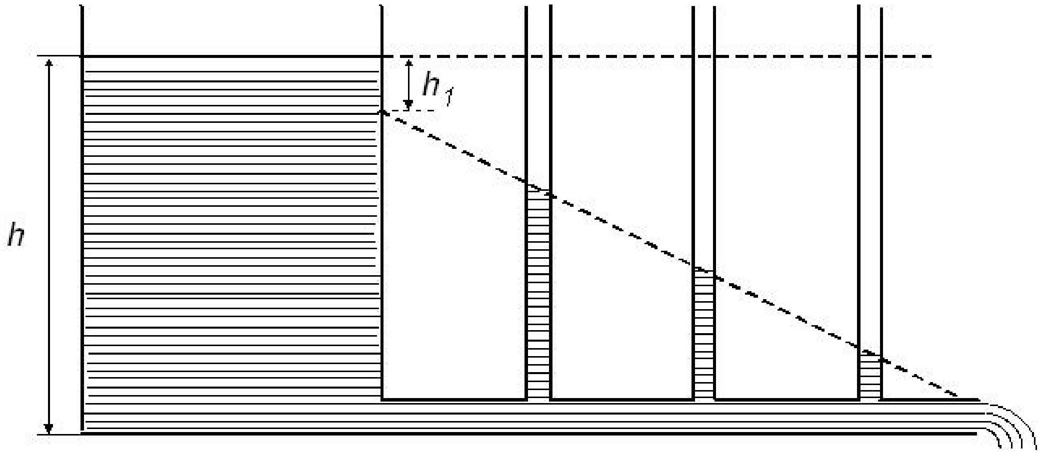
KO 2.1.-23 *Budeme-li kapalinu v nádobě stlačovat pístem, bude výtoková rychlost otvorem ve dně dána vztahem* 2.1.-26 ? *Zdůvodněte*.

2.1.5. Vnitřní tření

1. Pochopit podstatu sil vnitřního tření v reálné tekutině.
2. Umět definovat dynamickou viskozitu tekutin.

Voda i jiné kapaliny se při proudění nechovají jako ideální kapalina. Při **proudění reálné (skutečné) kapaliny** se objevují v kapalině síly brzdící její pohyb, které mají původ ve vzájemném silovém působení částic kapaliny. Tyto síly nazýváme **síly vnitřního tření**.

O jejich existenci se lze přesvědčit následujícím pokusem. Použijeme nádobu, ze které vychází vodorovná trubice stálého průřezu s manometrickými trubicemi (Obr.2.1.-27). Nádobu naplníme vodou a uzavřeme výtokový otvor. Výška hladin v manometrických trubicích bude *h*, tj. bude stejná jako v nádobě (nádoba a manometrické trubice jsou spojenými nádobami).



Obr.2.1.-27

Kdyby voda v nádobě byla ideální kapalinou, pak při otevření výtokového otvoru by vytékala rychlostí o velikosti $v = \sqrt{2gh}$ (platí Bernoulliova rovnice) a v manometrických trubicích by voda nevystoupila vůbec (veškerá tlaková energie by se přeměnila na kinetickou energii vytékající kapaliny).

Ve skutečnosti při otevření výtokového otvoru poklesne výška sloupců v manometrických trubicích a ustálí se, jak je znázorněno na Obr.2.1.-27. Protože trubice má stálý průřez, je podle rovnice kontinuity velikost střední rychlosti proudící vody po celé délce trubice stejná. Je ale menší než rychlost, kterou by vytékala voda přímo z otvoru ve stěně. Podél trubice dochází k rovnoměrnému poklesu tlaku. Tlak vody u výtokového otvoru z trubice roven nule. Spojnice středů volných hladin v manometrických trubicích protne stěnu nádoby v hloubce h_1 pod volnou hladinou v nádobě. Tato hloubka určuje část tlakové energie, která se změnila v kinetickou energii vytékající vody. Zbývající tlaková energie se mění postupně podél celé trubice ve vnitřní energii kapaliny (zvýší se teplota vytékající kapaliny).Část tlakové energie, která se změní na vnitřní energii proudící kapaliny, je rovna práci vykonané silami vnitřního tření v proudící kapalině.

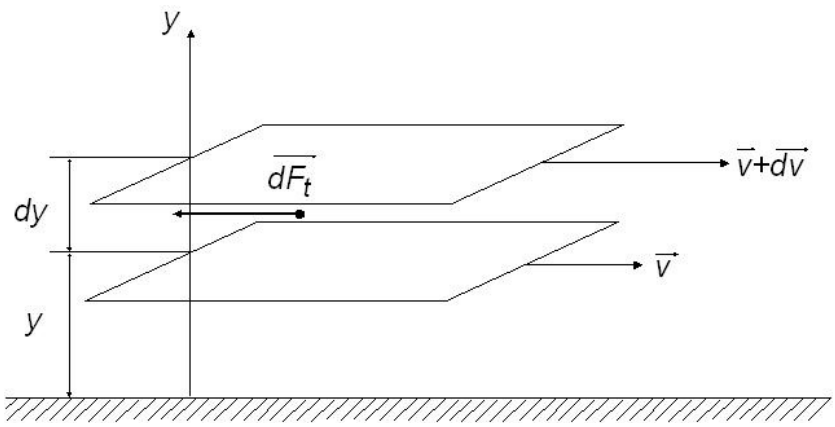
Zkoumáme-li rychlosti částic proudící reálné kapaliny v jednotlivých bodech určitého průřezu trubice, zjistíme, že tyto rychlosti nejsou stejné. Kapalina přilne ke stěnám trubice a vytvoří se **mezní vrstva kapaliny**, která je vůči stěnám trubice v klidu. Směrem od stěny k ose trubice rychlost proudění roste a nabývá maximální velikosti v ose trubice.

Proudící kapalinu si představujeme rozdělenou na vrstvy. Mezi sousedními vrstvami kapaliny, které mají různé rychlosti, vznikají tečná napětí. Jev spočívající ve vzniku tečného napětí mezi vrstvami pohybujícími se různými rychlostmi nazýváme **vnitřní tření kapaliny**.

Označme si směr kolmý ke stěně trubice y a uvažujme dvě vrstvy o plošném obsahu dS, které jsou navzájem vzdáleny o dy. Jedna se pohybuje rychlostí $\vec{v}$, druhá rychlostí $\vec{v} + d\vec{v}$ (Obr.2.1.-28). Změnu rychlosti uvažovaných vrstev ve směru y lze charakterizovat podílem $\frac{dv}{dy}$. Tuto veličinu nazýváme **rychlostní spád**. **Tečné napětí** $\sigma_t = \frac{dF_t}{dS}$, kde dF_t je tečná síla působící na ploše o plošném obsahu dS. Tečné napětí mezi uvažovanými vrstvami a rychlostní spád jsou veličiny přímo úměrné (Newtonův předpoklad) :

$$\sigma_t = \eta \frac{dv}{dy}, \qquad 2.1.\text{-}27$$

kde konstanta úměrnosti η je veličina nazývaná **dynamická viskozita**. Tento vztah je splněn pro většinu reálných kapalin (nazývají se newtonovské kapaliny).



Obr.2.1.-28

Tečná brzdicí síla $d\vec{F}_t$ mezi uvažovanými vrstvami má pak velikost

$$dF_t = \eta \frac{dv}{dy} dS . \qquad 2.1.\text{-}28$$

Jednotkou dynamické viskozity je 1 Pa.s .

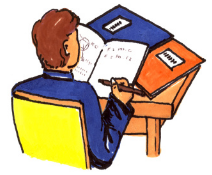
Další veličinou, která charakterizuje proudění reálné kapaliny, je **kinematická viskozita** υ, definovaná podílem dynamické viskozity η a hustoty ρ kapaliny :

$$\upsilon = \frac{\eta}{\rho} . \qquad 2.1.\text{-}29$$

Jednotkou kinematické viskozity je 1 $m^2.s^{-1}$.

Viskozita kapalin závisí na teplotě a tlaku. S rostoucí teplotou viskozita kapalin klesá, s rostoucím tlakem naopak vzrůstá. Vliv tlaku na viskozitu je však zanedbatelný, s výjimkou zvlášť vysokých tlaků.

Dynamická viskozita většiny kapalin je řádově 10^{-3} Pa.s. Např. voda za normálního tlaku při 20 °C má dynamickou viskozitu $1{,}002.10^{-3}$ Pa.s, při 0 °C $1{,}787.10^{-3}$ Pa.s a při 100 °C $0{,}283.10^{-3}$ Pa.s. Větší dynamickou viskozitu mají kapaliny jako oleje nebo glycerin. Glycerin při 20 °C má dynamickou viskozitu 1,48 Pa.s, při 0 °C 12,1 Pa.s a při 100 °C 0,012 Pa.s.



U 2.1.-13 *Vyjádřete jednotku dynamické viskozity pomocí základních jednotek SI.*

KO 2.1.-24 *Co je příčinou sil vnitřního tření v tekutině* ?

KO 2.1.-25 *Co je to rychlostní spád* ?

KO 2.1.-26 *Co je to dynamická viskozita* ?

2.1.6. Laminární a turbulentní proudění

1. Pochopit zásadní rozdíl mezi prouděním ideální kapaliny a reálné kapaliny.

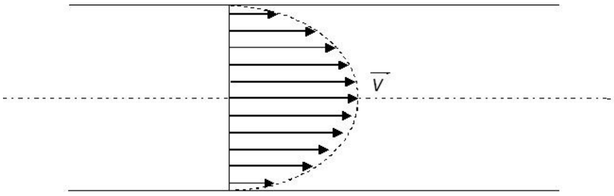
2. Umět popsat rozdíly mezi laminárním a turbulentním prouděním reálné kapaliny.

3. Znát význam kritického Reynoldsova čísla pro posouzení typu proudění reálné kapaliny.

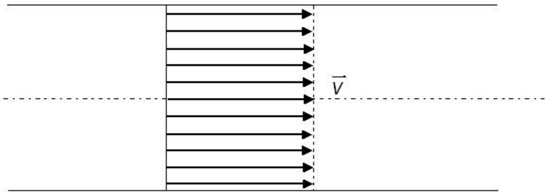
4. Umět popsat jev odporu prostředí a znát Stokesův a Newtonův vzorec pro hydrodynamickou (resp. aerodynamickou) odporovou sílu.

Proudění reálných kapalin se liší od proudění ideálních kapalin, protože na proudění má podstatný vliv právě vnitřní tření.

Proudění ideální kapaliny (bez vnitřního tření) **je nevírové (potenciálové)**. Platí při něm zákon zachování mechanické energie. Částice kapaliny při tomto proudění konají jen postupný pohyb. Otáčivý pohyb není možný. Rychlost proudění je ve všech bodech průřezu trubice stejná (Obr.2.1.-29). **Proudění reálné kapaliny** není potenciálové, **je vždy vírové**. Částice kapaliny kromě posuvného pohybu konají i otáčivý pohyb. Matematické vyšetřování proudění reálné kapaliny přesahuje rámec znalostí z matematiky pro bakaláře. Uvedeme proto jen některé důležité závěry.



Obr.2.1.-29



Obr.2.1.-30

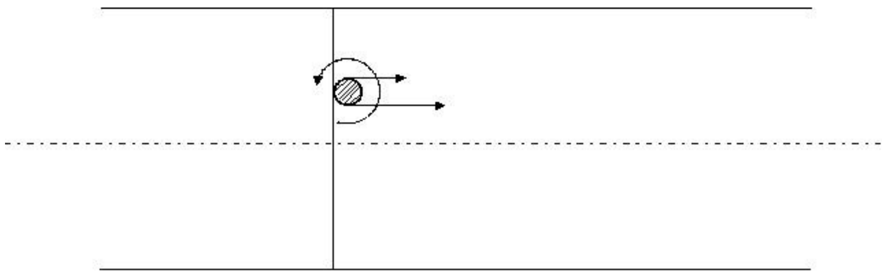
Pro malé rychlosti proudění je proudění reálné kapaliny nazýváno **proudění laminární**. Je charakterizováno tím, že ve vybraném kruhovém průřezu trubice **rozložení rychlostí je** v osovém řezu **parabolické** (Obr.2.1.-30). Kdybychom počítali pro toto rozložení rychlostí objemový průtok Q_V průřezem trubice, dostaneme :

$$Q_V = \frac{\pi R^4}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}. \qquad 2.1.\text{-}30$$

Tento vztah je vyjádřením **Poiseuilleova zákona** :

Objemový průtok Q_V reálné kapaliny při laminárním proudění trubicí kruhového průřezu je přímo úměrný tlakovému spádu $\frac{\Delta p}{\Delta l}$ a čtvrté mocnině poloměru R trubice a je nepřímo úměrný dynamické viskozitě η kapaliny. Δp je rozdíl tlaků proudící kapaliny měřený mezi konci délkového elementu Δl trubice. Poiseuilleův zákon se používá k měření dynamické viskozity.

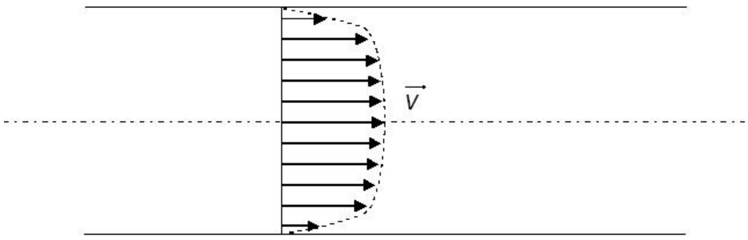
O tom,že laminární proudění je vírové, se přesvědčíme následující úvahou. Představme si v proudící kapalině malý objem kapaliny (Obr.2.1.-31). Jeho spodní část se pohybuje rychleji než horní, a proto tento objem má snahu otáčet se kolem osy kolmé k nákresně v naznačeném smyslu. Stejně se otáčejí objemové elementy ve stejné vzdálenosti od osy trubice. Tyto elementární víry tvoří prstenec, který postupuje v proudící kapalině jako samostatný útvar.



Obr.2.1.-31

Pro malou kinetickou energii částic kapaliny se nemohou při laminárním proudění elementární víry zřetelně rozvinout v makroskopickém měřítku. Jednotlivé vrstvy kapaliny se při proudění nepromíchávají. Zvyšujeme-li rychlost proudění, začne převládat rušivý vliv vírů. Proudová vlákna se nepravidelně proplétají, proudění přechází v **turbulentní proudění**. Při turbulentním proudění dochází k promíchávání kapaliny. Zatímco při laminárním proudění rychlosti částic v jednotlivých bodech proudové trubice zůstávají neměnné, při turbulentním proudění se nepravidelně mění co do velikosti i směru, proudění už není stacionární.

Kdybychom při turbulentním proudění zkoumali rozložení průměrné rychlosti v jednotlivých bodech průřezu trubice, zjistíme, že rychlostní profil není parabolický jako při laminárním proudění, ale že rychlost je v téměř celé vnitřní části trubice přibližně stejná až na tenkou vrstvu při stěně, kdy prudce roste přibližně úměrně se vzdáleností od stěny (Obr.2.1.-32). Střední rychlost v průřezu trubice je mnohem bližší maximální rychlosti než při laminárním proudění.



Obr.2.1.-32

Zbývá ještě stanovit podmínku pro posouzení charakteru proudění reálné kapaliny. Pro tyto účely byla vybrána bezrozměrná veličina, která se nazývá **Reynoldsovo číslo** Re. Opodstatněnost zavedení této veličiny vyplývá z pohybových rovnic pro proudění reálné kapaliny. Pro proudění kapaliny trubicí kruhového průřezu je Reynoldsovo číslo dáno vztahem

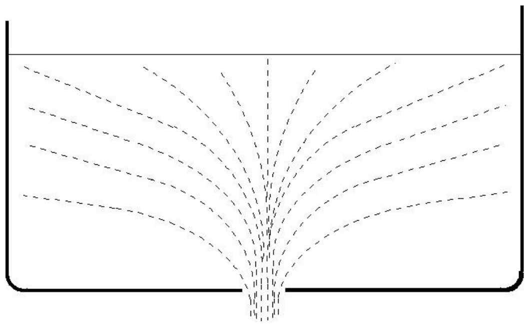
$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\upsilon}, \qquad 2.1.\text{-}31$$

kde v je velikost střední rychlosti částic kapaliny v trubici o průměru d a ν je kinematická viskozita kapaliny.

Nejvyšší hodnota Reynoldsova čísla, při kterém je laminární proudění stabilní a při překročení této hodnoty se laminární proudění může změnit na turbulentní, se nazývá **kritické Reynoldsovo číslo** Re_k . Experimentálně bylo stanoveno $\mathrm{Re}_k \approx 2000$.

Podobné závěry platí i pro proudění reálných plynů.

Při výtoku kapaliny otvorem ve stěně nádoby jsme v případě ideální kapaliny předpokládali, že kapalina vytéká rovnoměrně celou plochou otvoru. U reálné kapaliny se projeví zúžení paprsku vytékající kapaliny (Obr.2.1.-33).



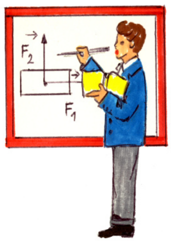
Obr.2.1.-33

Při relativním pohybu tělesa a tekutiny dochází k přemisťování částic tekutiny a uplatňují se třecí síly. Tento jev se nazývá **odpor prostředí**. Sílu, která vzniká při vzájemném pohybu tělesa a tekutiny, nazýváme **odporová hydrodynamická resp. aerodynamická síla**. Odporová síla působí proti pohybu.

Pro malé rychlosti (tj. rychlosti, při nichž je proudění laminární) je odpor prostředí způsoben vnitřním třením. Velikost odporové síly je přímo úměrná velikosti rychlosti tělesa vzhledem k prostředí. Závislost na tvaru se uplatňuje méně. Pro velikost odporové síly a těleso tvaru koule o poloměru R Stokes odvodil vztah nazývaný **Stokesův vzorec** :

$$F_o = 6\pi\eta R v, \qquad 2.1.\text{-}32$$

kde η je dynamická viskozita a v relativní rychlost pohybu tělesa vzhledem k tekutině.



Pevnou kuličku hmotnosti m a poloměru R ponoříme zcela do kapaliny o hustotě ρ a dynamické viskozitě η a uvolníme. Vyšetřete pohyb kuličky po uvolnění pro případ, že hustota kuličky je menší než hustota kapaliny.

Je-li hustota kuličky menší než hustota kapaliny, kulička se začne pohybovat vzhůru směrem k hladině kapaliny. Na kuličku při pohybu působí tři síly. Tíhová síla o velikosti $F_G = mg$ směrem svislým dolů, hydrostatická vztlaková síla o velikosti $F_v = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$ směrem svislým vzhůru a hydrodynamická odporová síla, jejíž velikost za předpokladu malé rychlosti pohybu je dána Stokesovým vzorcem $F_o = 6\pi\eta R v$ a působí proti pohybu.

Výslednice těchto sil míří směrem vzhůru a má velikost $F = F_v - F_G - F_o$, která je nenulová. Po uvolnění kuličky je tedy pohyb kuličky nerovnoměrně zrychlený. S rostoucí rychlostí pohybu se zvětšuje odporová síla F_o, síly F_G a F_v jsou při pohybu konstantní. Síla F_o se s rostoucí rychlostí zvětšuje až do hodnoty, kdy velikost výslednice působících sil je nulová, tedy $F = 0$. Po dosazení za výslednici sil :

$$F_v - F_G - F_o = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g - mg - 6\pi\eta R v = 0 .$$

Pro rychlost pak dostaneme $v = \dfrac{g\left(4\pi R^3 \rho - 3m\right)}{18\pi\eta R} = konst$.

Kulička se bude po ustálení rovnováhy mezi působícími silami pohybovat rovnoměrně přímočaře směrem vzhůru.

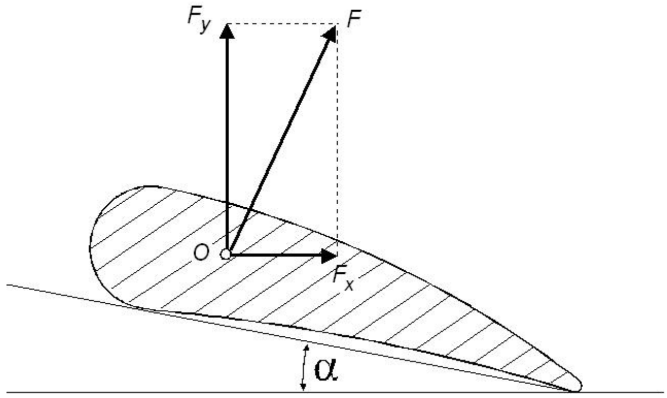
U 2.1.-14 Do ricinového oleje (dynamická viskozita 0,987 Pa.s, hustota 960 kg.m^{-3}) vložíme teflonovou kuličku poloměru 2 cm hustoty 1054 kg.m^{-3} a uvolníme. Vypočítejte, jak velkou stálou rychlostí se bude kulička pohybovat.

Pro vyšší rychlosti (při turbulentním proudění), kdy za tělesem se vytváří zřetelné víry, odporová síla vzrůstá. Newton odvodil pro velikost odporové síly vztah nazývaný Newtonův vzorec :

$$F_o = C\frac{1}{2}\rho S v^2, \qquad 2.1.\text{-}33$$

kde C je součinitel odporu, S obsah plochy příčného řezu tělesa, ρ hustota tekutiny a v relativní rychlost pohybu tělesa vzhledem k tekutině. Součinitel odporu C závisí na tvaru tělesa. Velmi malou hodnotu má pro těleso aerodynamického (kapkového) tvaru $C \approx 0{,}01$.

Při pohybu nesouměrného tělesa vzhledem k pohybu v prostředí (např. křídlo letadla) vzniká síla, která na těleso působí ve směru odchýleném od směru pohybu. Její složka ve směru pohybu orientovaná proti pohybu je **odporová hydrodynamická resp. aerodynamická síla** (v Obr.2.1.-34 síla $\vec{F}_x$). Síla k ní kolmá – **vztlaková hydrodynamická resp. aerodynamická síla** směřuje nad těleso a nadzvedává je (v Obr.2.1.-34 síla $\vec{F}_y$). Snahou konstruktérů letadel je dosáhnout co největší vztlakové síly a co nejmenší odporové aerodynamické síly.



Obr.2.1.-34

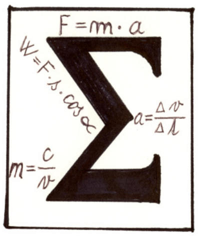
Je-li rychlost tělesa vzhledem k tekutině větší než rychlost šíření zvuku v dané tekutině, jsou zákonitosti proudění značně odlišné od zákonitostí proudění s rychlostmi menšími. Velikost odporové síly je přibližně úměrná třetí odmocnině velikosti rychlosti pohybu tělesa vzhledem k tekutině. Vytváří se tzv. rázová vlna. Ta je např. příčinou silných zvukových třesků u nízko letících nadzvukových letadel.

KO 2.1.-27 *Je laminární proudění reálné kapaliny potenciálové* ?

KO 2.1.-28 *Co je příčinou vzniku vírů při proudění reálné kapaliny* ?

KO 2.1.-29 *Jaký je rozdíl v rozložení rychlostí v jednotlivých bodech průřezu proudové trubice při laminárním a turbulentním proudění* ?

KO 2.1.-30 *Jaký je rozdíl mezi hydrostatickou a hydrodynamickou vztlakovou silou* ?



Kapaliny a plyny označujeme společným názvem **tekutiny**. V důsledku své molekulární struktury jsou nejdůležitějšími vlastnostmi tekutin : **tekutost**, **vnitřní tření** a **stlačitelnost**. Při vyšetřování celé řady jevů nepracujeme s reálnými tekutinami, ale s jejich modely, což jsou **ideální tekutina** a **ideální plyn**.

Stav tekutiny v klidu určuje v daném místě tekutiny **tlak** $p = \frac{dF}{dS}$. Jednotkou tlaku je 1 Pa.

V kapalině vzniká v důsledku její tíhy **hydrostatický tlak** $p = h\rho g$. V plynu je to **aerostatický tlak**, který je však při obvyklých rozměrech nádob s plynem nepatrný vzhledem k vlastnímu tlaku plynu. Význam má pouze **atmosférický tlak**.

Tlak v tekutině může být způsoben také vnější silou. Platí pro něj **Pascalův zákon**.

Rozdílné hodnoty hydrostatického tlaku v různých místech u povrchu ponořeného tělesa do kapaliny jsou příčinou **hydrostatické vztlakové síly**. Tato síla je definována **Archimédovým zákonem** a uplatňuje se při plování těles. Její velikost závisí na objemu ponořené části tělesa a hustotě kapaliny, $F_{vz} = V\rho g$.

Struktura kapalin je podobná struktuře amorfních pevných látek. Každá molekula kmitá kolem své rovnovážné polohy po dobu asi 1 ns a pak zaujímá novou rovnovážnou polohu. Střední vzdálenosti molekul jsou řádově asi 0,1 nm, proto na sebe molekuly navzájem působí značnými přitažlivými silami. Tyto síly se projevují především v **povrchové vrstvě kapaliny**. Výsledná přitažlivá síla sousedních molekul působící na danou molekulu v povrchové vrstvě má směr dovnitř kapaliny.

Povrchová vrstva má **povrchovou energii**, pro jejíž změnu dW platí $dW = \sigma\, dS$, kde σ je **povrchové napětí** kapaliny. Povrchové napětí závisí na druhu kapaliny a na prostředí nad volným povrchem kapaliny. Jeho jednotkou je 1 $N.m^{-1}$.

Síla, která působí v povrchové vrstvě kapaliny na okraj povrchové blány se nazývá **povrchová síla**. Velikost povrchové síly působící na délku *dl* okraje povrchové blány je $dF = \sigma\, dl$.

Vlivem vlastností povrchové vrstvy vzniká pod zakřiveným povrchem kapaliny **kapilární tlak**. Pro volný povrch kapaliny kulového tvaru o poloměru *R* je kapilární tlak $p_k = \frac{2\sigma}{R}$.

V kapilárách dochází v důsledku kapilárního tlaku k výstupu nebo poklesu hladiny oproti hladině kapaliny v nádobě. **Kapilární elevace** nastává u kapalin, které **smáčí** stěny nádoby, **kapilární deprese** u kapalin, které **nesmáčí** stěny nádoby.

Pohyb tekutiny nazýváme **proudění**. Nemění-li se v daných místech tekutiny s časem rychlost proudění a tlak, jde o **proudění ustálené (stacionární)**. V opačném případě je **proudění neustálené (nestacionární)**.

Poměry v proudící tekutině znázorňujeme **proudnicemi**. Proudnice procházející body myšlené uzavřené křivky v tekutině vytvářejí **proudovou trubici**. Tekutina vymezená proudovou trubicí se nazývá **proudové vlákno**.

Pro ustálené proudění ideální kapaliny platí zákony zachování hmotnosti a zachování mechanické energie, které jsou vyjádřeny **rovnicí spojitosti (kontinuity)** $Sv = konst$ a **Bernoulliovou rovnicí** $p + h\rho g + \frac{1}{2}\rho v^2 = konst$.

Při proudění skutečné kapaliny vznikají **síly vnitřního tření**, které jsou brzdícími silami. Proto rychlost pohybu částic kapaliny není v celém průřezu trubice stejná. Největší rychlost proudění je v ose trubice, směrem ke stěně trubice klesá.

Tečné napětí mezi pohybujícími se vrstvami kapaliny, jejichž rychlosti v kolmém směru k proudění ve vzdálenosti dy se liší o dv, je úměrné **rychlostnímu spádu** $\sigma_t = \eta \frac{dv}{dy}$.

Konstanta úměrnosti η je **dynamická viskozita**. Její jednotka je 1 Pa.s.

Proudění reálné tekutiny je vždy **vírové**. Ustálené proudění o malých rychlostech je **laminární**. Při větších rychlostech se víry v tekutině plně rozvinou, proudění je **turbulentní**. Kritériem pro posouzení druhu proudění je **Reynoldsovo číslo**, jehož zavedení vyplývá z pohybových rovnic pro reálnou tekutinu. Nejvyšší hodnota Reynoldsova čísla, při kterém je laminární proudění stabilní a při jeho překročení se může změnit na turbulentní se nazývá **kritické Reynoldsovo číslo**.

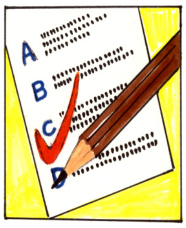
Při relativním pohybu tělesa a tekutiny vznikají **odporové síly**. Pro malé rychlosti pohybu (laminární proudění) závisí odporová síla na první mocnině rychlosti (např. **Stokesův vzorec**). Pro vyšší rychlosti (turbulentní proudění) je odporová síla úměrná kvadrátu velikosti rychlosti (**Newtonův vzorec**).

Klíč

KO 2.1.-3 $F_s = m\, a$

KO 2.1.-4 Platí Pascalův zákon p = *konst*, tedy v libovolném místě u stěny nádoby bude tlak stejný jako v místech pod pístem.

KO 2.1.-26 Vyjádřete dynamickou viskozitu ze vztahu 2.1.-27. Pak dynamická viskozita je rovna tečnému napětí mezi dvěma vrstvami kapaliny vztaženému na jednotkový rychlostní spád.



TO 2.1.-1 b).

TO 2.1.-2 a).

TO 2.1.-3 a) c).

TO 2.1.-4 d).

TO 2.1.-5 a) d).

TO 2.1.-6 d).

TO 2.1.-7 Poloměr sféry molekulového působení je řádově 1 nm, a tedy povrchová vrstva má řádově tloušťku 1 nm.

TO 2.1.-8 Protože $\vartheta = 0$ rad, je stěna tečnou rovinou zakřiveného povrchu kapaliny.

TO 2.1.-9 c).

TO 2.1.-10 Proudnice je trajektorií pohybu molekuly kapaliny.

TO 2.1.-11 V průsečíku proudnic by rychlost částice tekutiny nebyla určena jednoznačně – to odporuje definici proudnice.

TO 2.1.-12 c).

TO 2.1.-13 e).

TO 2.1.-14 a).

U 2.1.-1 18,8°

U 2.1.-2 490

U 2.1.-3 100 cm, 90 cm

U 2.1.-4 $1{,}96.10^{8}$ N

U 2.1.-5 1055 hPa

U 2.1.-6 $1{,}63.10^{-3}$ m^3, 2745 kg.m^{-3}

U 2.1.-7 3,4 cm

U 2.1.-8 39.10^{-3} N.m^{-1}

U 2.1.-9 $72,1.10^{-3}$ N.m^{-1}

U 2.1.-10 2,4 m.s^{-1}, 245 Pa

U 2.1.-11 15 cm

U 2.1.-12 4,43 m.s^{-1}

U 2.1.-13 1 Pa.s = 1 kg.m^{-1}.s^{-1}

U 2.1.-14 $8,3.10^{-2}$ m.s^{-1}