MA0012 Matematická analýza 3 — jaro 2023

Zadaní pro kolokvium

Podmínky a pokyny ke zpracovaní

(1) Každý student si vybere a samostatně zpracuje sadu libovolných příkladů z uvedeného seznamu tak, aby bylo dosaženo splnění *podmínky* absolvování. Je nutné vybírat příklady *různých typů*.
(2) *Podmínkou* úspěšného absolvování je správné vyřešení alespoň 40% všech příkladů na seznamu.
(3) Zpracované zadání student na kolokviu vyučujícímu ve stručnosti okomentuje.
(4) Termíny kolokvia a podmínky účasti viz pokyny:
https://is.muni.cz/auth/el/ped/jaro2023/MA0012/Kolokvium/pokyny.pdf

1. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' - \frac{2y}{x} = -x^2y^2$$
2. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' = \mathrm{e}^{-x-y},$$
$$y(0) = \mathrm{e} - 1$$
3. Nalezněte obecný integrál diferenciální rovnice
$$y' + xy = x^3y^3$$
4. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' = \mathrm{e}^{x-y}$$
5. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' - \frac{\ln(\ln x)}{x\ln(x)}y = 0$$
6. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' + \frac{3}{2}\frac{x^2}{y} = 0$$
7. Určete řešeni diferenciální rovnice
$$y' + xy = x^3y^3$$
vyhovující podmínce $y(1) = 0$.
8. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' - x(y^2 - 4) = 0$$
9. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' + xy = -\frac{1}{2}xy^2$$

10. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' - xy = -\frac{x}{4},$$
$$y(0) = 1$$
11. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' + xy = -\frac{x}{2}$$
12. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' + \frac{y}{x^2+1} = \frac{2}{3x^2+3}$$
13. Vyřešte diferenciální rovnici
$$2y'' + 5y' + 3y = -25\mathrm{e}^{3x}$$
14. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 6y' + 9y = 2\mathrm{e}^{3x}$$
15. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' + 6y' + 9y = 9x^3 - 81x^2$$
16. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' + 6y' + 9y = 2\mathrm{e}^{-3x}$$
17. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' + 6y' + 9y = 2\mathrm{e}^{3x}$$
18. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 4y' + 8y = \mathrm{e}^{2x}(2\sin 2x - \cos 2x)$$
19. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 4y' + 8y = \mathrm{e}^{3x}(2\sin x - \cos x)$$
20. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 4y' + 5y = (16 - 12x)\mathrm{e}^{-x}$$
21. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$$
22. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 4y' + 3y = (-3\sin x + 4\cos x)\mathrm{e}^{x}$$
23. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' = 2^{2x-y},$$
$$y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

Nápověda: Využijte počáteční podmínku a vylučte konstantu ihned po integraci.

24. Vyřešte diferenciální rovnici
$$(1+\mathrm{e}^x)\,y' = \mathrm{e}^x y$$
25. Ověřte řešitelnost počáteční úlohy
$$xy' + y(1+\ln y) = 0,$$
$$y\,(1) = 0$$
26. Vyřešte diferenciální rovnici
$$-x^2y' + y\ln y = 0$$
27. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' + 16y = x + \mathrm{e}^x$$
28. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 16y = x + \mathrm{e}^x$$
29. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 9y = \sin x + 1$$
30. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 4y' + 4y = \mathrm{e}^x + \frac{1}{2}$$
31. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' - 4y' + 4y = \mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{-x}$$
32. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' + 4y = -1$$
33. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' + \frac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1}y = 0$$
34. Vyřešte uvedenou diferenciální rovnici a určete její řešení splňující dodatečnou podmínku $y(1) = -\ln 2$:
$$xy' = x\mathrm{e}^{\frac{y}{x}} + y$$
35. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' + \frac{\mathrm{e}^{-x} + 1}{\mathrm{e}^{-x} - 1}y = 0$$
36. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' + \frac{\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{-x} - 1}y = 0,$$
$$y(1) = 1$$
37. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' + \frac{2}{x}y = 0,$$
$$y(1) = 1$$

38. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' + 2y = -2,$$
$$y(1) = -1$$
39. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' + 3y = -1,$$
$$y(0) = 0$$
40. Vyřešte počáteční úlohu $y(0) = 0$ pro diferenciální rovnici
$$y' = (x - y)^2 + 1$$
41. Nalezněte obecný integrál diferenciální rovnice
$$x^2 + xyy' = -2xy$$
42. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' = y - 2y^2,$$
$$y(0) = 0$$
43. Vyřešte počáteční úlohu
$$y' = y - 3y^2,$$
$$y(0) = 1$$
44. Vyřešte diferenciální rovnici
$$x^2 y' = -3\sqrt{y}$$
45. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' = -64y + x\left(1 + \ln\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$$
46. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$
47. Vyřešte diferenciální rovnici
$$y'' + 36y = -\frac{1}{2}$$
48. Vyřešte počáteční úlohu $y(0) = -1$ pro diferenciální rovnici
$$y' = (x - y)^2 + 1$$