

Diofantické rovnice

- Následující rovnici řešte a) řízeným experimentem
 b) redukční metodou
 c) kongruencí

Jakub má v pokladničce pouze dvoukorunové a pětkorunové mince. Kolik kterých mincí může mít, jestliže má právě 57 Kč?

a) řízeným experimentem

1) najdeme „okrajové řešení“:

$$57 - 2 = 55, 55 : 5 = 11 \dots \text{1 dvoukoruna a 11 pětkorun}$$

$$\text{NAN}(2; 5) = 10$$

počet dvoukorun	1	6	11	16	21	26
hodnota dvoukorun	2	12	22	32	42	52
počet pětkorun	11	9	7	5	3	1
hodnota pětkorun	55	45	35	25	15	5
hodnota celkem	57	57	57	57	57	57

Celkem existují 6 řešení úlohy

b) redukční metodou

počet dvoukorun ... x

počet pětkorun ... y

$$2x + 5y = 57$$

$$2x = 57 - 5y$$

$$x = \frac{57 - 5y}{2}$$

$$x = \frac{56}{2} + \frac{1}{2} - \frac{4}{2}y - \frac{1}{2}y$$

$$x = \underbrace{28 - 2y}_{\text{celá část}} + \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}y}_{\text{krytek}}$$

krytek, musí být celocíselný $\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2}y = t, t \in \mathbb{Z}$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}y = t \quad | \cdot 2$$

$$1 - y = 2t$$

$$\underline{y = 1 - 2t} \quad t \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{57 - 5y}{2}$$

$$x = \frac{57 - 5 \cdot (1 - 2t)}{2}$$

$$\underline{x = 26 + 5t}$$

Řešení v konkrétní slovní úloze: $x = 26 + 5t$
 $y = 1 - 2t$ $t \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$

c) kongruenci'

$$2x + 5y = 57 \quad D(2; 5) = 1, \quad 1 | 57 \Rightarrow \text{úloha je řešitelná'}$$

$$2x = 57 - 5y$$

$$2x \equiv 57 \pmod{5}$$

$$2x \equiv 57 - 55 \pmod{5}$$

$$2x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow \underline{x = 1 + 5t}, \quad t \in \mathbb{Z}$$

$$2x + 5y = 57$$

$$5y = 57 - 2x$$

$$5y = 57 - 2 \cdot (1 + 5t)$$

$$5y = 57 - 2 - 10t$$

$$5y = 55 - 10t$$

$$\underline{y = 11 - 2t}$$

Řešení v konkrétní slovní úloze: $x = 1 + 5t$
 $y = 11 - 2t$ $t \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Diofantické rovnice – další úlohy k procvičení

Irena Budínová

Následující úlohy řešte

- a) řízeným experimentem
- b) redukční metodou
- c) kongruencí

1. Na parkovišti stála osobní auta a motorky. Celkem měly 54 kol. Kolik aut a kolik motorek stálo na parkovišti?

Existuje 13 řešení

2. Jindřich si ukládal do pokladničky jen dvacetikorunové a padesátikorunové mince. Kolika způsoby může zaplatit 430 Kč?

Existuje 8 řešení

3. Eda měl 23 koleček a stavěl z nich autíčka a trojkolky. Kolik autíček a kolik trojček mohl postavit, když využil všechna kolečka?

Existují 2 řešení

Následující úlohy řešte řízeným experimentem:

4. Tonda měl 18 koleček a chtěl stavět autíčka, trojkolky a koloběžky. Kolik různých dopravních prostředků mohl vytvořit?

Existuje 8 řešení

5. Na farmě chovají koně, kozy a kachny. Dohromady mají 64 hlav. Kachen je dvakrát více než koz, koní je nejméně. Kolik mohou mít koní, koz a kachen?

Existují 4 řešení

Další úlohy k procvičení například v knize

Budínová, I., Blažková, R., Vaňurová, M., Durnová, H. (2018). *Matematika pro bystré a nadané žáky (1. stupeň ZŠ)*. Edika.