



**PEDAGOGICKÁ
FAKULTA**
Masarykova univerzita

Mechanika a molekulová fyzika

Tekutiny

Doc. RNDr. Petr Sládek, CSc.

Pedagogická fakulta
Masarykova Univerzita
Poříčí 7, 603 00 Brno



Pro potřeby přednášky zpracováno s využitím www.studopory.vsb.cz materialy html_files

Mechanika kapalných a plynných těles

Tekutiny



Kapaliny + Plyny

- Z hlediska vnitřní struktury se od látek pevného skupenství liší tím, že jejich molekuly už nejsou vázány na neproměnné rovnovážné polohy, ale mohou se snadno navzájem volně pohybovat.
- Mechanika tekutin, pro kapaliny označována jako **hydromechanika** a pro plyny jako **aeromechanika**, je část mechaniky, která se zabývá mechanickými vlastnostmi tekutin, studuje podmínky rovnováhy a zákonitosti pohybu tekutin a vzájemným působením tekutin s pevnými tělesy.

Tekutiny

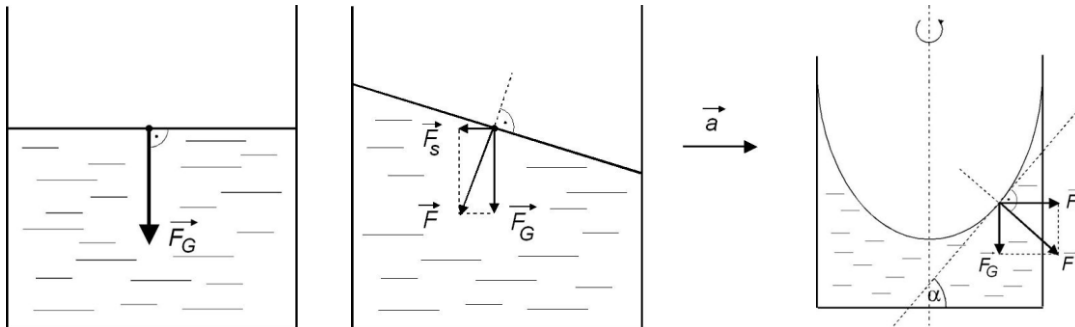
Základní vlastností tekutin je snadná vzájemná změna polohy jejich molekul. V důsledku své molekulární struktury mají tekutiny tyto nejvýznamnější vlastnosti :

- a) Jsou **tekuté**, to znamená, že nemají pevný tvar. Zaujmu vždy tvar nádoby, do které byly umístěny. Jsou snadno dělitelné.
- b) Příčinou rozdílné tekutosti různých kapalin a plynů a odporu proti pohybu v nich je **vnitřní tření (viskozita)**. Je vyvoláno vznikem tečných sil při pohybu molekul tekutiny. V rovnovážném stavu tekutiny, kdy jednotlivé části tekutiny jsou navzájem v klidu, jsou tyto tečné síly nulové.
- c) Působením vnějších sil se zmenší objem tekutiny. Tuto vlastnost označujeme jako **stlačitelnost**. Kapaliny jsou velmi málo stlačitelné, plyny naproti tomu jsou hodně stlačitelné.

Kapaliny

Dalšími specifickými vlastnostmi kapalin jsou:

- d) Na volném povrchu kapaliny v nádobě vytvářejí **volnou hladinu**. U kapaliny v klidu je volná hladina kolmá k tíhové síle. Při pohybu nádoby s kapalinou volný povrch nabývá takového tvaru, že výslednice vnějších sil a tíhové síly je v každém místě povrchu kolmá k volnému povrchu.



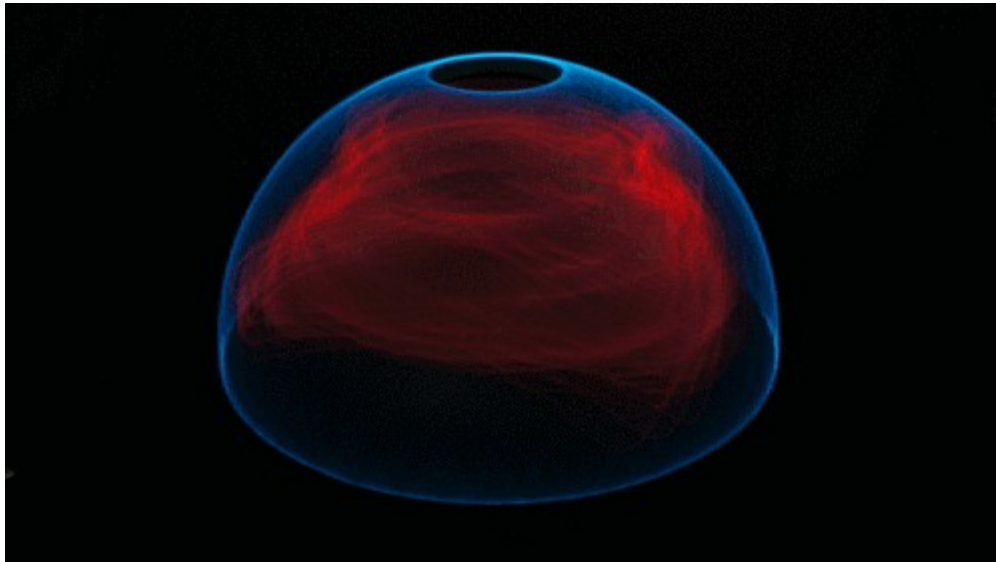
- e) U kapalin se setkáváme s **kapilárními jevy**.

Ideální kapalina je bez vnitřního tření (je dokonale tekutá) a považujeme ji za nestlačitelnou. Zanedbáváme molekulární strukturu a považujeme ji za spojitou (kontinuum).

Plyny

Molekuly plynu se skládají z jednoho nebo několika atomů, mají různé tvary a rozměry. Za normálních podmínek jsou střední vzdálenosti mezi molekulami plynu ve srovnání s rozměry molekul velké. Pro tyto vzdálenosti jsou přitažlivé síly mezi molekulami malé a můžeme je zanedbat.

Ideální plyn považujeme rovněž za kontinuum, je bez vnitřního tření a je dokonale stlačitelný.



Tlak

Stav tekutiny v klidu v určitém místě určuje **tlak**.

Tlak p je definován vztahem

$$p = \frac{F}{S}$$

kde F je velikost síly působící kolmo na rovinnou plochu o obsahu S .

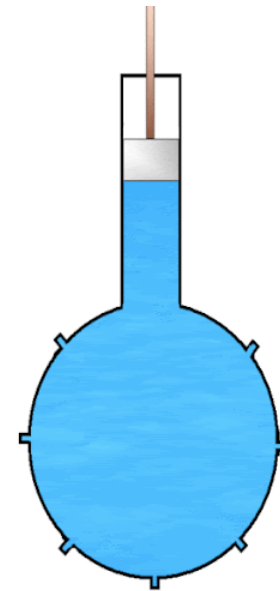
Obecně nemusí být všude v tekutině stejně velký tlak. Pak tlak p v daném místě tekutiny je dán diferenciálním podílem

$$p = \frac{dF}{dS}$$

kde dF je síla působící kolmo na diferenciálně malou plošku o obsahu dS .

Jednotkou tlaku je 1 Pa (pascal), který lze pomocí základních jednotek SI vviádřit: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$.

Tlak v tekutině je jednoznačně určen svou hodnotou, je to skalární veličina.



Tlak

Je-li **tlak** p ve všech místech tekutiny stejný, pak na libovolně orientovanou rovinnou plochu o **obsahu** S , která je ve styku s tekutinou, působí kolmá tlaková síla, pro jejíž velikost platí

$$F = p \cdot S$$

Bude-li **tlak** p v různých místech rovinné plochy o **obsahu** S různý, pak velikost kolmé tlakové síly bude

$$F = \int_{(S)} p \cdot dS$$

Tlak v tekutině může být vyvolán vnější silou (např. působením pístu ve válci s tekutinou) nebo vlastní tíhovou silou působící na tekutinu. Často se uplatňuje obojí silové působení.

Tlak

Pro tlak vyvolaný vnější silou platí známý **Pascalův zákon**:

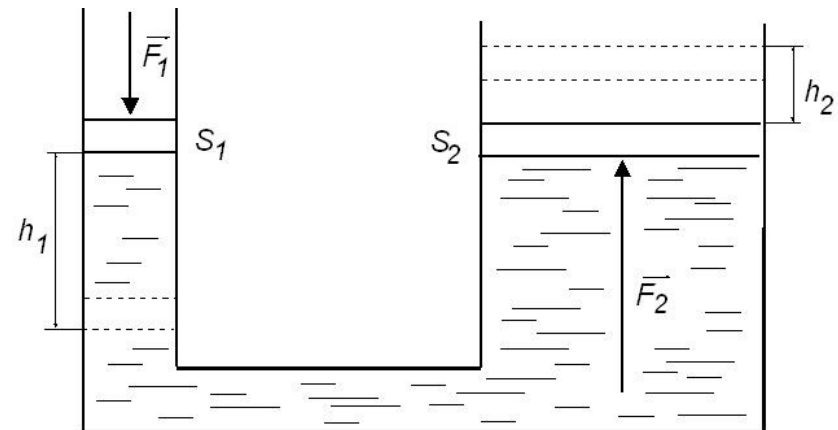
Působí-li vnější síla o velikosti F na rovinnou plochu o obsahu S povrchu uzavřeného objemu tekutiny, vyvolá tato síla tlak p , který je ve všech místech tekutiny stejný.

$$p = \frac{F}{S} = \text{konst}$$

Pascalova zákona se využívá v hydraulických a pneumatických zařízeních.

Objasníme si princip těchto zařízení.

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \text{a tedy pro } S_2 > S_1 \text{ bude } F_2 > F_1.$$



Hydrostatický a atmosférický tlak, vztlaková síla

Tíhová síla působící na kapalinu (bez působení vnějších sil na povrch kapaliny) je příčinou **hydrostatického tlaku**.

Chceme zjistit, jaký je hydrostatický tlak pod volným povrchem kapaliny o hustotě ρ v hloubce h . Vybereme si v kapalině její část ve tvaru kolmého válce výšky h a průřezu o obsahu S , jehož horní podstava leží na volném povrchu kapaliny.

Hmotnost kapaliny ve vybraném válci je $m = \rho Sh$

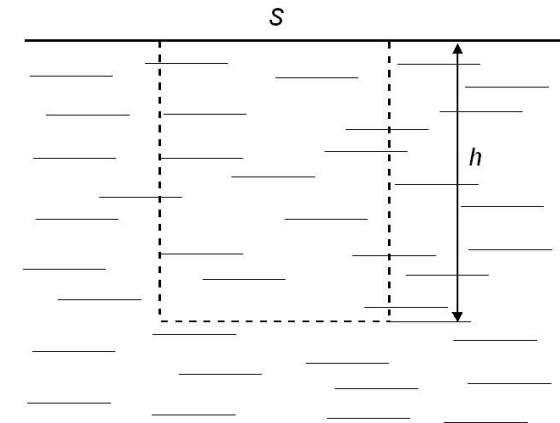
Na dolní podstavu působí tíha tohoto kapalinového sloupce

$G = mg = \rho Shg$, kde g je tíhové zrychlení.

Tlak způsobený silou G je na ploše S konstantní a je

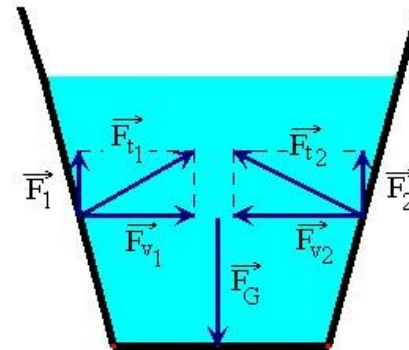
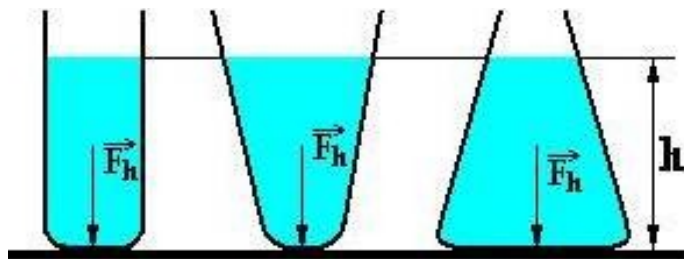
$$p = \frac{G}{S} = h\rho g$$

- Tento tlak je podle výše uvedené definice **hydrostatickým tlakem** $p = h\rho g$ závisí na hloubce h pod volným povrchem kapaliny a na druhu kapaliny.
- Plocha v kapalině, v jejíchž všech bodech je stejný hydrostatický tlak, se nazývá **hladina**. Na



Hydrostatický a atmosférický tlak, vztlaková síla

Hydrostatický paradox (též hydrostatické paradoxon) je skutečnost, že hydrostatická tlaková síla na dno nádoby naplněné do stejné výšky stejnou kapalinou je vždy stejná bez ohledu na množství (objem, hmotnost) kapaliny. Nádoby stejně vysoké se stejně velkým dnem se mohou lišit jedině tvarem, tlaková síla na dno však bude naprosto stejná.



Rozdíl mezi tíhou kapaliny a tlakovou silou kapaliny na dno je způsoben silou reakce stěn, která u rozšiřující se nádoby působí na kapalinu směrem šikmo vzhůru (kapalinu nadlehčuje), u zužující se nádoby působí na kapalinu šikmo dolů (kapalinu přitlačuje na dno).

Hydrostatický a atmosférický tlak, vztlaková síla

Obdobně tíhová síla působící na plyn je příčinou *aerostatického tlaku*. Ten však je při obvyklých rozměrech nádob s plynem tak nepatrný vzhledem k vlastnímu tlaku plynu, že jej zanedbáváme. Tlak plynu v uzavřené nádobě považujeme všude uvnitř nádoby za stejný.

Význam má pouze tlak způsobený tíhou vzduchu (atmosféry) na povrch Země. Tento tlak se nazývá *atmosférický tlak* p_a .

Atmosférický tlak závisí na nadmořské výšce. S rostoucí nadmořskou výškou atmosférický tlak klesá (zmenšuje se rovněž hustota vzduchu).

Výpočet se provádí podle vztahu (*barometrická formule*)

$$p_a = p_{a0} e^{-\frac{gh\rho_0}{p_0}}$$

Kde p_{a0} , ρ_0 jsou tlak a hustota vzduchu při hladině moře.

Hydrostatický a atmosférický tlak, vztlaková síla

Dohodou byl stanoven normální atmosférický tlak $p_{an} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.
Odpovídá atmosférickému tlaku na hladině moře 45° severní šířky při $T = 0^\circ \text{ C}$.

V otevřené nádobě s kapalinou působí na hladinu kapaliny atmosférický tlak p_a .
Vzhledem ke kapalině představuje p_a tlak v kapalině způsobený vnější silou,
proto celkový tlak v hloubce h pod povrchem kapaliny je

$$p = h \rho g + p_a$$



Hydrostatický a atmosférický tlak, vztlaková síla

Na těleso ponořené do kapaliny působí v důsledku hydrostatického tlaku tlakové síly.

Tlakové síly ve vodorovném směru se navzájem ruší.

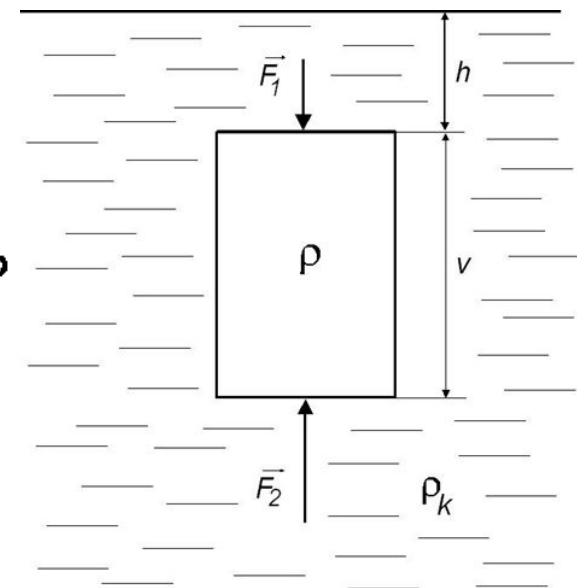
(Kdyby se nerušily, pozorovali bychom samovolný pohyb ponořeného tělesa podél volné hladiny.)

Ve svislém směru se v důsledku výšky tělesa projeví rozdíl tlaku v horní a spodní části tělesa.

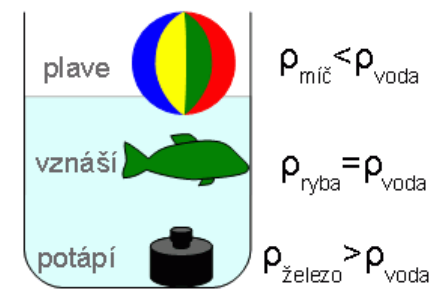
Vzniká **hydrostatická vztlaková síla F_{vz}** .

$$F_{vz} = S(h+v) \rho_k g - Sh \rho_k g = Sv \rho_k g = V \rho_k g$$

Tento výsledek platí pro tělesa libovolného tvaru i částečně ponořená a obecně jej vyjadřuje **Archimédův zákon**



Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno hydrostatickou vztlakovou silou, jejíž velikost se rovná tíze kapaliny stejného objemu, jako je objem ponořené části tělesa.



Hydrostatický a atmosférický tlak, vztlaková síla

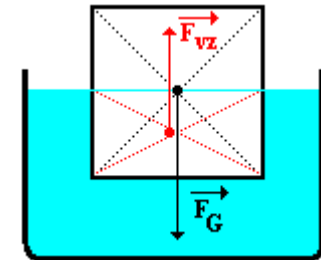
Vyšetřeme, jak se chová těleso o objemu V a hustoty ρ , je-li zcela ponořeno do kapaliny o hustotě ρ_k .

Na toto těleso působí současně tíhová síla $F_G = V\rho g$ a vztlaková síla $F_{vz} = V\rho_k g$

Mohou nastat tři případy (hustoty ρ a ρ_k představují u nehomogenních těles a kapaliny průměrné hodnoty):

a) Pro $F_G > F_{vz}$ je $\rho > \rho_k$ a těleso **klesá** v kapalině ke dnu.

b) Pro $F_G = F_{vz}$ je $\rho = \rho_k$ a těleso se v kapalině **vznáší**.



c) Pro $F_G < F_{vz}$ je $\rho < \rho_k$ a těleso v kapalině stoupá a vynoří se částečně nad hladinu. Těleso v kapalině **plove**.

Rovnováha nastane za podmínky $V\rho g = V'\rho_k g$, kde V' je objem ponořené části tělesa.

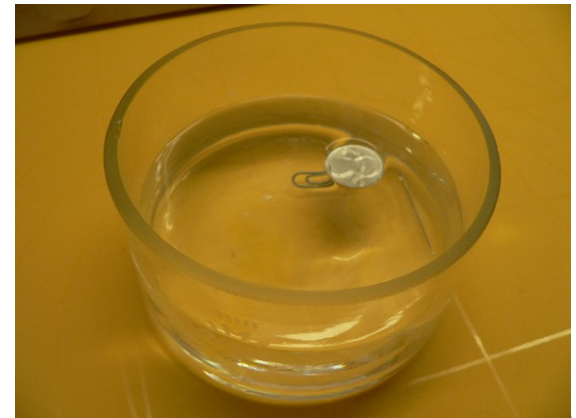
Pozn.: I v plynech působí na tělesa vztlaková síla. Je třeba vzít v úvahu, že hustoty plynů jsou ve srovnání s kapalinami mnohem menší.

Povrchové napětí, kapilarita

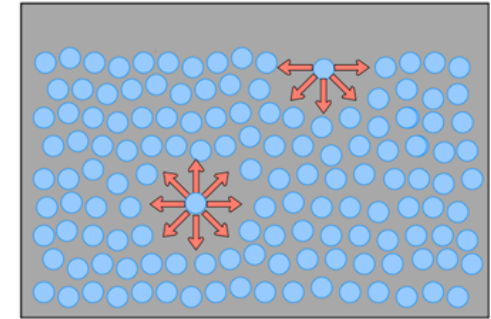
Na rozdíl od plynů se kapaliny vyznačují malými vzdálenostmi mezi molekulami. Střední vzdálenosti molekul jsou řádově asi 0,1 nm, proto na sebe molekuly navzájem působí značnými přitažlivými silami. Tyto síly mají vliv na vlastnosti kapaliny, především na vlastnosti její **povrchové vrstvy**.

Položíme-li na volný povrch vody tenkou jehlu, sponku nebo minci, nepotopí se, i když mají větší hustotu. Povrch vody se prohne, jako by byl pružný.

Volný povrch kapaliny se chová obdobně jako tenká pružná blána.

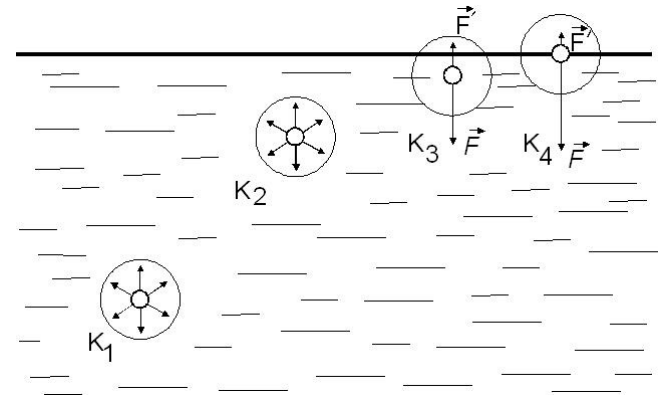


Povrchové napětí, kapilarita



Tento jev lze vysvětlit na základě molekulární struktury kapaliny.

- Molekuly kapaliny na sebe navzájem působí přitažlivými silami. Jejich velikost rychle klesá s rostoucí vzdáleností molekul.
- ➔ Na danou molekulu prakticky působí jen molekuly, které jsou v určité oblasti





Povrchové napětí, kapilarita

Vrstva molekul, jejichž vzdálenost od volného povrchu kapaliny je menší než poloměr molekulového působení, se nazývá *povrchová vrstva kapaliny*.

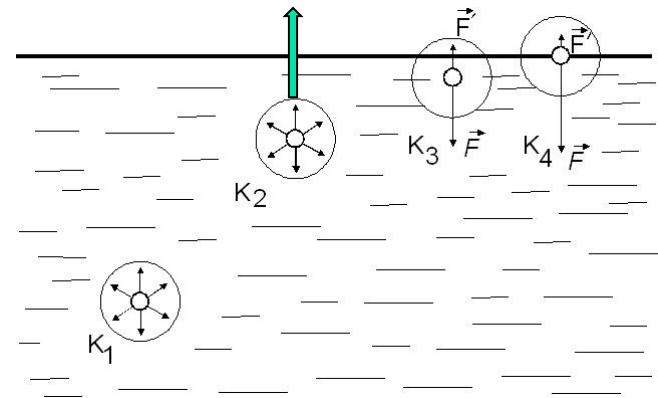
Na každou molekulu ležící v povrchové vrstvě kapaliny působí sousední molekuly *výslednou přitažlivou silou*, která má *směr dovnitř kapaliny*.

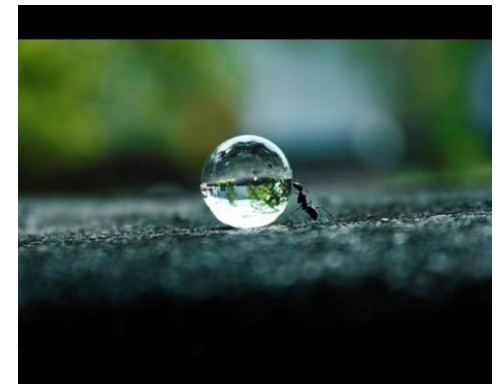
Při posunutí molekuly z vnitřku kapaliny do její povrchové vrstvy je nutno vykonat práci (proti výsledné přitažlivé síle).

Proto mají molekuly v povrchové vrstvě větší potenciální energii než by měly, kdyby se nacházely uvnitř kapaliny.

Tento rozdíl se nazývá *povrchová energie* E_{pov} .

Je jednou ze složek vnitřní energie kapaliny, to vlastně potenciální energie mezimolekulárních sil.





Povrchové napětí, kapilarita

Zvětší-li se povrch kapaliny daného objemu, vzroste její povrchová energie. Pokud zvolíme povrchovou energii nulovou při nulovém povrchu, pak

$$E_{pov} = \sigma S ,$$

kde S je velikost povrchu a konstanta úměrnosti σ se nazývá **povrchové napětí**. Pro vodu $\sigma = 0,073 \text{ N/m}$ (J/m^2).

Kapalina daného objemu nabývá vždy takového tvaru, aby obsah jejího povrchu byl nejmenší, a tím byla **minimální povrchová energie**. Při daném objemu má ze všech geometrických útvarů nejmenší obsah povrch koule. Proto volné kapky (např. mlhy nebo malé kapky rtuti) mají kulový tvar.

Přiblížíme-li k sobě dvě malé kapky na vodorovné podložce tak, aby se dotkly, splynou. Vzniklá kapka má obsah povrchu menší než součet obsahů povrchů jednotlivých kapek.

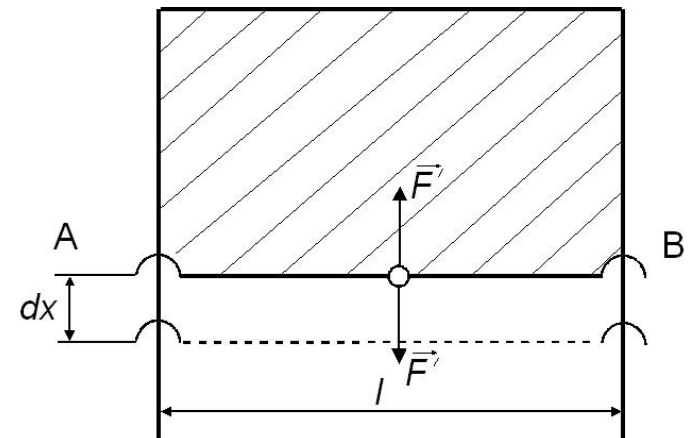
Protože povrchová vrstva (membrána) se snaží stáhnout se na co nejmenší velikost, je v ní napětí, které jsme již dříve označili jako **povrchové napětí σ** .

Povrchové napětí, kapilarita



Povrchové napětí je rovno plošné hustotě povrchové energie membrány

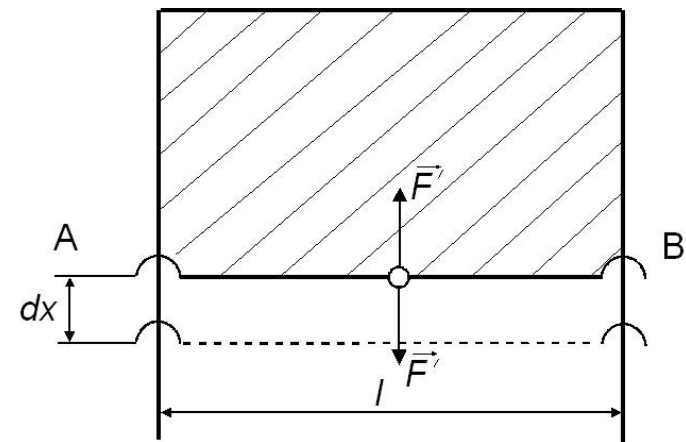
$$\sigma = \frac{dE_{\text{pov}}}{dS} \quad (\text{J/m}^2)$$



Povrchové napětí, kapilarita

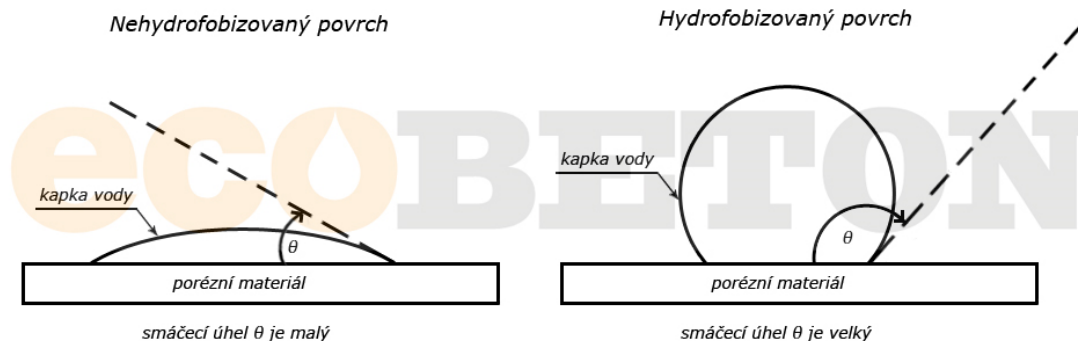


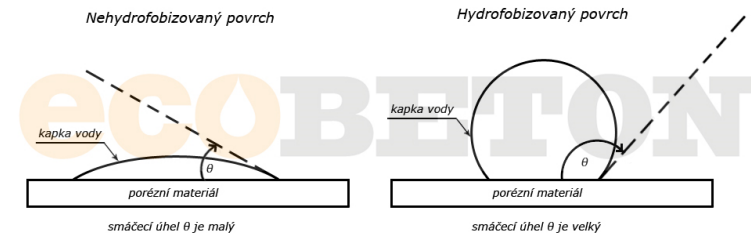
Na pohyblivou stranu AB působí v každém povrchu povrchová síla o velikosti $F_1 = \sigma l$ způsobená povrchovým napětím. Protože vytvořená blána má dva povrchy (horní/dolní popř. levý/pravý) má výsledná povrchová síla \vec{F} velikost $F = 2\sigma l$.



Povrchové napětí, kapilarita

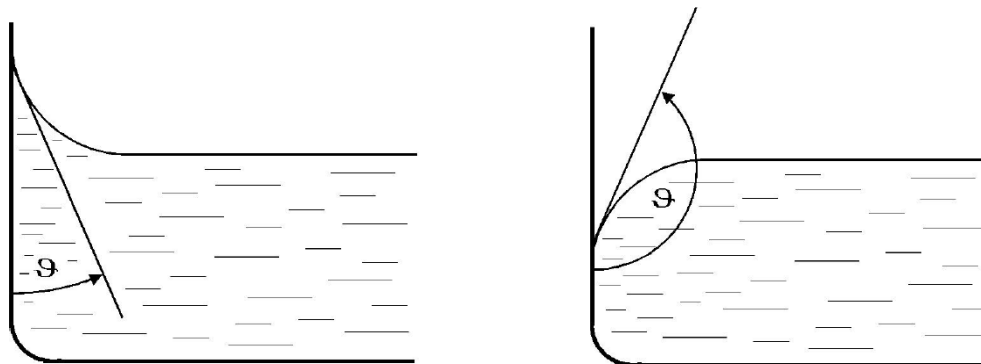
- Povrchové napětí závisí na druhu kapaliny a prostředí nad volným povrchem kapaliny.
- S rostoucí teplotou povrchové napětí kapaliny (vůči danému prostředí) klesá.
- Povrchové napětí kapaliny z chemicky čisté látky značně ovlivňují příměsi v kapalině.



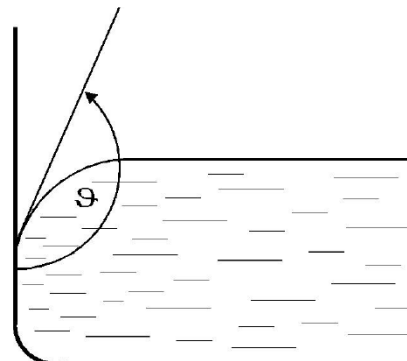
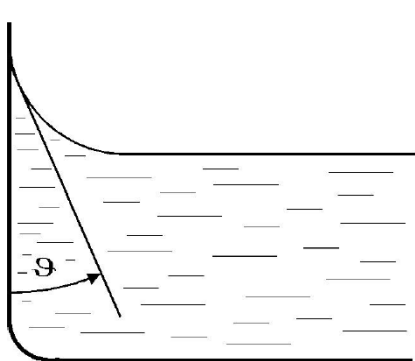
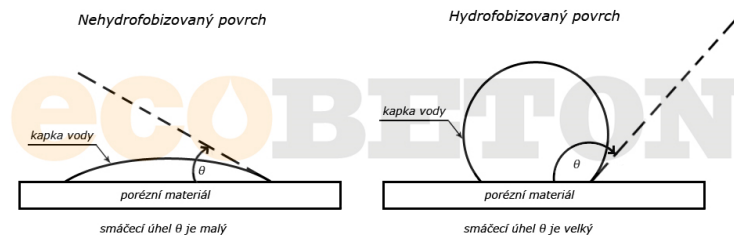


Povrchové napětí, kapilarita

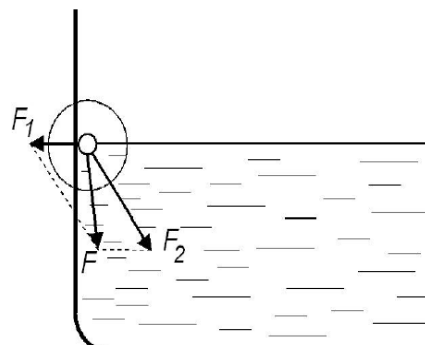
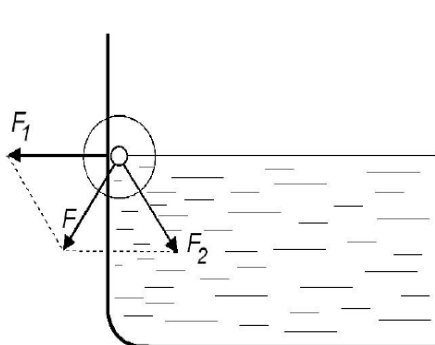
- Důsledkem vlastností povrchové vrstvy kapaliny je, že volný povrch kapaliny se u stěn nádoby zakříví.
- Nalijeme-li do skleněné nádoby vodu zjistíme, že u stěny je povrch vody dutý (Obr.2.1.-12). Podobně se chová líh ve skleněné nádobě nebo rtuť v měděné nádobě. Říkáme, že v těchto případech kapalina **smáčí** stěny nádoby.
- Nalijeme-li do skleněné nádoby rtuť, je u stěny povrch kapaliny vypuklý. V tomto případě kapalina stěny nádoby **nesmáčí**.



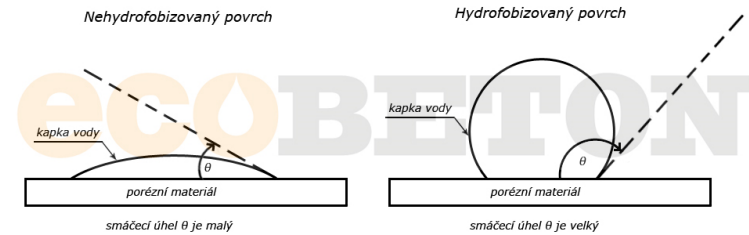
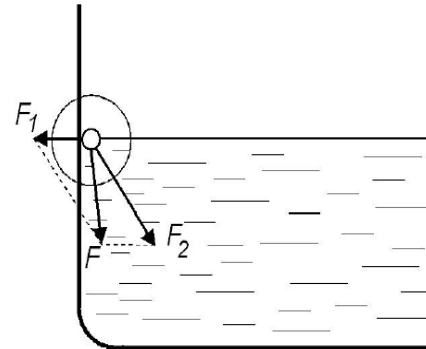
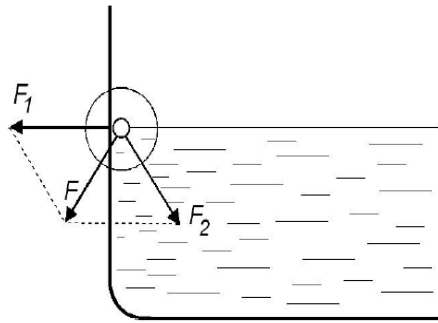
Povrchové napětí, kapilarita



- Zakřivení volného povrchu kapaliny je způsobeno tím, že molekuly kapaliny, které jsou na jejím volném povrchu a současně v blízkosti stěny nádoby nebo jiného pevného tělesa, vzájemně působí nejen mezi sebou, ale také s částicemi pevného tělesa a plynu nad volným povrchem kapaliny.

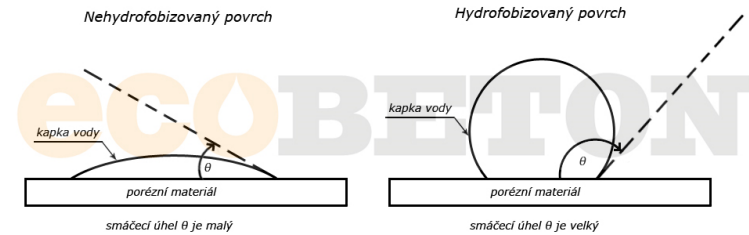
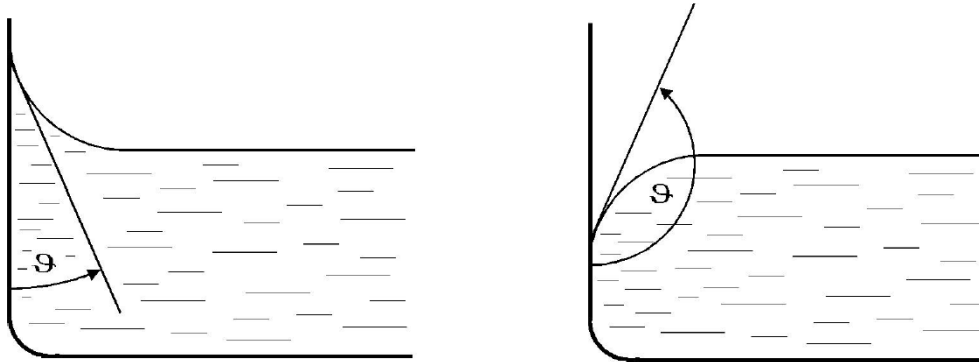


Povrchové napětí, kapilarita

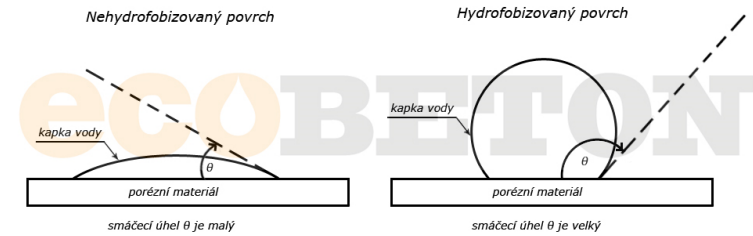


- Kapalina se nachází v rovnovážném stavu, je-li výsledná síla kolmá k volnému povrchu kapaliny. Proto se u stěn nádoby vytváří zakřivený povrch.
- Jestliže síla směřuje ven z kapaliny, pak volný povrch kapaliny u stěn nádoby je dutý (*kapilární elevace*).
- Jestliže síla směřuje dovnitř kapaliny, je volný povrch vypuklý (*kapilární deprese*).

Povrchové napětí, kapilarita



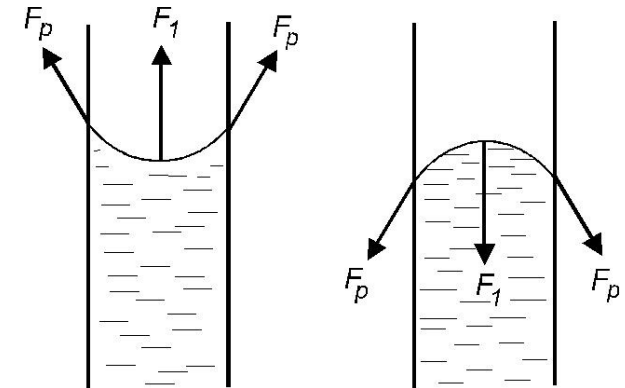
- Úhel ϑ , který svírá povrch kapaliny s povrchem stěny, nazýváme **stykový úhel**. Je-li $\vartheta = 0$, **kapalina dokonale smáčí stěny**, je-li $\vartheta = \pi$, **kapalina dokonale nesmáčí stěny**.
- Pro skutečné kapaliny je $0 < \vartheta < \pi/2$ pro kapaliny, které smáčí stěny nádoby
 $\pi/2 < \vartheta < \pi$ pro kapaliny, které nesmáčí stěny.



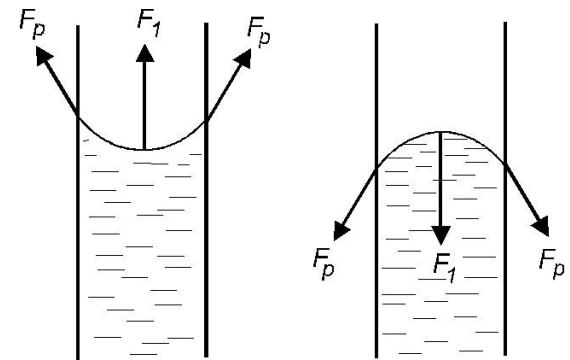
Povrchové napětí, kapilarita

Zakřivení volného povrchu kapaliny způsobuje, že výslednicí povrchových sil je nenulová síla, která působí kolmo na volný povrch kapaliny. Taková situace je znázorněna na pro dutý a vypuklý povrch kapaliny v úzké trubici.

Síla \vec{F}_p vyzvolává kapilární tlak p_c . Pro kapilární tlak



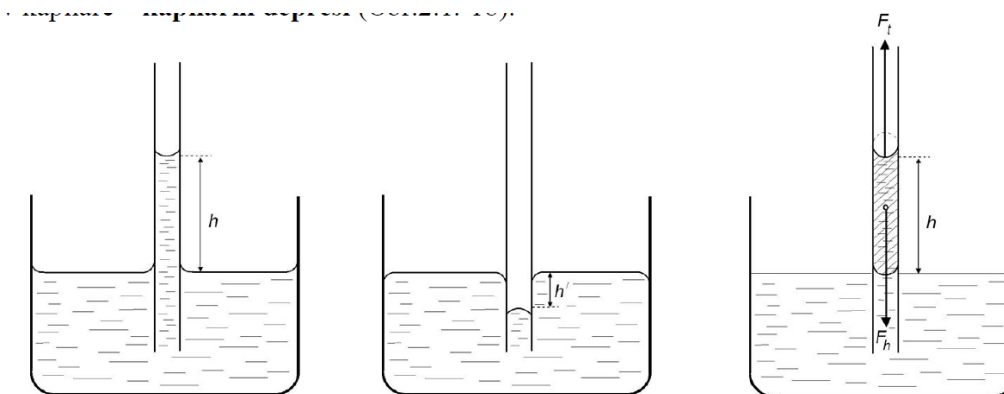
Povrchové napětí, kapilarita



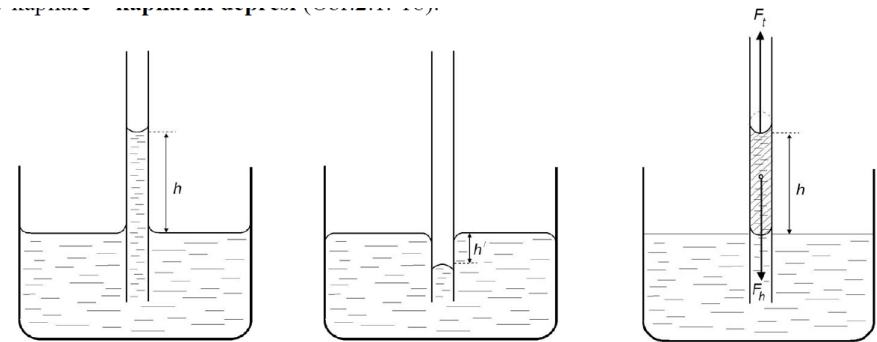
Důsledkem kapilárního tlaku je v úzkých trubicích – kapilárách jev, který se nazývá **kapilarita**. Taková situace je znázorněna na pro dutý a vypuklý povrch kapaliny v úzké trubici.

U kapalin **smáčejších** stěny kapiláry se volná hladina kapaliny v kapiláře zvýší. Jev nazýváme **kapilární elevace**.

U kapalin **nesmáčejších** stěny kapiláry dochází ke snížení volné hladiny v kapiláře – **kapilární depresi**.



Povrchové napětí, kapilarita



Provedeme výpočet výšky h výstupu hladiny v kapiláře pro kapilární elevaci. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že kapalina dokonale smáčí kapiláru ($\vartheta = 0$). V kapiláře o poloměru R se po ponoření vytvoří dutý povrch, který má pro $\vartheta = 0$ tvar polokoule o poloměru R . Na kapalinu působí síla \vec{F}_t ve směru ven z kapiláry, směrem dolů tíha sloupce \vec{F}_G .

→ výstup kapaliny v kapiláře do takové výšky h , až hydrostatický tlak odpovídající výšce h je stejný jako kapilární tlak odpovídající zakřivení povrchu. Pro kapalinu *hustoty* ρ tak platí:

$$h\rho g = \frac{2\sigma}{R}$$

$$\text{tedy } h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

Zdroje:

- <http://vyuka.jihlavsko.cz/veliciny/index.htm>
- <http://if.vsb.cz/bf/35.html>
- <https://sk.wikipedia.org/wiki/Tlak>
- https://thumbs.gfycat.com/FakeMasculineHuemul-size_restricted.gif