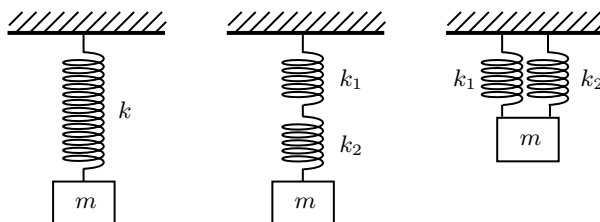


Úloha č. 4: Mechanický harmonický oscilátor

Úkol:

1. Určete tuhost dvou pružin statickou metodou
2. Určete tuhost dvou pružin dynamickou metodou
3. Určete logaritmický dekrement útlumu oscilátoru

Lineární oscilátor



Průběh kmitů závaží na pružině.

Těleso na pružině lze považovat za lineární oscilátor, průběh kmitů tedy popisuje rovnice $u(t) = u_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$.

Volíme-li okamžik, kdy začínáme měřit čas, ve chvíli, kdy oscilátor prochází počáteční fází $\frac{\pi}{2}$, v takovém případě bude mít rovnice tvar: $u(t) = u_0 \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

Určení tuhosti pružiny.

Tuhost pružiny určujeme buď statickou metodou na základě prodloužení Δy pružiny zatížením známou silou např. $m \cdot g$

$$k = \frac{m \cdot g}{\Delta y} \tag{1}$$

nebo dynamickou metodou a to na základě vztahu odvozeného z pohybové rovnice pro lineární oscilátor.

$$k = m \cdot \omega^2 \tag{2}$$

Hmotnost tělesa určíme vážením, dobu kmitu odečítáme stopkami, případně pomocí optické závory. Prodloužení pružiny odečítáme např. katetometrem (dalekohled s nitkovým křížem a odečtem, přesnost určení výšky 0,1 mm).

Orientační postup:

1. Určení tuhosti pružiny statickou metodou:

- vybereme dvě pružiny, závěsná tělesa, určíme jejich hmotnosti vážením
- odečteme polohu nezatíženou pružiny (pomocí katetometru)
- postupně přidáváme závaží, zvyšujeme zatížení pružiny a odečítáme odpovídající polohy po prodloužení
- z naměřených hodnot sestrojíme graf a pomocí regresní přímky určíme tuhost pružiny

2. Určení tuhosti pružiny dynamickou metodou:

- zavěsíme těleso na pružinu a určíme rovnovážnou polohu
- uvedeme soustavu do kmitavého pohybu
- pomocí postupné metody určíme frekvenci kmitů
- opakujeme pro jinou pružinu, pro jiné zatížení

Zpracování a vyhodnocení měření

- Získané hodnoty vynesete do přehledných tabulek, uveďte změřenou hodnotu tuhosti jednotlivých pružin, určete nejistoty měření
- Sestrojte graf závislosti T^2 na hmotnosti kmitajícího tělesa, určete směrnici proložené přímky a z ní vypočtete tuhost pružiny.
- Jaký vliv má na vámi zjišťované skutečnosti vlastní hmotnost pružiny?
- Proveďte odhad korekce Δm na vlastní hmotnost pružiny, kterou je nutno přičíst ke hmotnosti závaží. (Uvažte, jak je nutno posunout graf, aby odpovídal teoretickému průběhu).

Tlumené kmity

Pohybová rovnice pro tlumený oscilátor má tvar:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2\delta \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0 \quad (3)$$

Pokud tlumení není příliš velké, kmitá oscilátor tak, že se jeho amplitudy kmitů exponenciálně zmenšují a frekvence kmitů se poněkud snižuje.

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2 \quad (4)$$

K charakterizování tlumeného oscilátoru se často používá tzv. faktoru kvality nebo prostě Q faktoru. Ten je definován jako 2π násobek podílu celé energie oscilátoru v daném okamžiku a energie ztracené během následující periody:

$$Q = 2\pi \frac{W_n}{W_n - W_{n+1}} \equiv 2\pi \frac{1}{2\delta T_0} \quad (5)$$

Q faktor je dobré měřítko kvality oscilátoru, je-li Q faktor vysoký, oscilátor se utlumí až po velikém počtu kmitů, naopak nízký Q faktor informuje o relativně vysokých ztrátách energie oscilátoru.

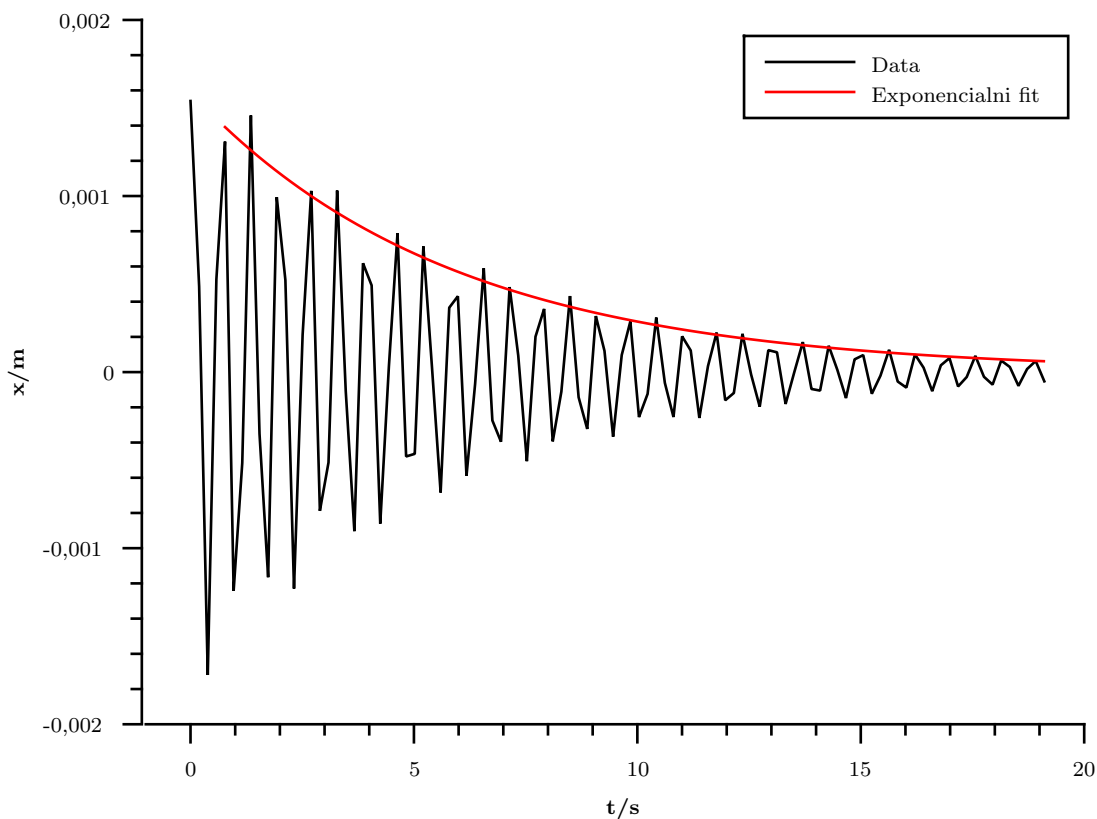
Velikost tlumení se charakterizuje i jiným způsobem. Uvedeme ještě dva jiné používané parametry, jedním z nich je útlum λ .

$$\lambda = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{U_0 \exp(-\delta t)}{U_0 \exp(-\delta(t+T))} = \exp(\delta T) \quad (6)$$

Druhým je tzv. logaritmický dekrement útlumu, který představuje jen pozměněné vyjádření předchozího

$$\vartheta = \ln \lambda = \delta T \quad (7)$$

$$\ln \lambda = \frac{2\pi}{Q} \quad (8)$$



Orientační postup

- Sestrojíme tlumený harmonický oscilátor. Jako tlumení použijeme kádinku s vodou.
- Těleso rozkmitáte a až pak začnete měřit (Měření provedeme pomocí VERNIER LABQUEST2 a čidla DUAL-RANGE FORCE SYSTE s parametry měření $f = 150 \frac{\text{čtení}}{\text{s}}$, $t = 30 \text{ s}$)
- Data vyexportujete na USB disk a měření zpracujete.

Otázky:

1. Odvoďte pohybové rovnice tělesa na pružině a tělesa na dvou pružinách k_1, k_2
2. Ukažte, že těleso na pružině lze považovat za lineární oscilátor.

Zpracování a vyhodnocení měření

- Ve vhodných souřadnicích (semilog.) naneste průběh amplitudy kmitů na čas.
- Ze získaného grafu určete součinitel tlumení daného kyvadla a jeho Q faktor.