

Základy algebry a aritmetiky IMA02 / jaro 2024

Mgr. Jitka Panáčková, Ph.D., doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.

Kartézský součin, binární relace v množině

Definice 1: **Kartézským součinem** dvou množin A, B rozumíme množinu $A \times B = \{[x,y]; x \in A \wedge y \in B\}$, tj. množinu všech uspořádaných dvojic $[x,y]$, kde $x \in A$ a $y \in B$.

Znázornění kartézského součinu $A \times B$ se provede tzv. **kartézským grafem** – sestrojíme dvě na sebe kolmé přímky x, y (vodorovnou a svislou). Na vodorovnou přímku x (osu) znázorníme pomocí bodů všechny prvky množiny A , z níž vybíráme první složky dvojic, na svislou přímku y (osu) znázorníme pomocí bodů všechny prvky množiny B , z níž vybíráme druhé složky dvojic. Uspořádanou dvojici $[x,y] \in A \times B$ znázorníme bodem, který je průsečíkem dvou přímek procházejících body x, y a rovnoběžných po řadě se svislou a vodorovnou osou.

Definice 2: **Binární relací R z množiny A do množiny B** rozumíme libovolnou podmnožinu kartézského součinu $A \times B$.

Definice 3: Necht' R je binární relace z množiny A do množiny B .

- Relaci R' z množiny A do množiny B definovanou předpisem $R' = (A \times B) - R$ nazýváme **doplňkovou relací** k relaci R .
- Relaci R^{-1} z množiny B do množiny A definovanou předpisem $R^{-1} = \{[y,x] \in B \times A; [x,y] \in R\}$ nazýváme **relací inverzní** k relaci R . v množině M .

Definice 4: **Binární relací R v neprázdné množině M** rozumíme libovolnou podmnožinu kartézského součinu $M \times M$.

Znázornění binárních relací se provede:

- **Kartézským grafem** relace R – analogicky jako u kartézského součinu výše.
- **Uzlový graf** relace R v množině M - v rovině znázorníme pomocí bodů (tzv. uzlů) všechny prvky množiny M . Uspořádanou dvojici $[x,y] \in R$ znázorníme pomocí šipky (tzv. orientované hrany), která vychází z uzlu x a směřuje do uzlu y . V případě, že $x = y$, nazýváme šipku smyčkou. Pokud jsou v relaci R dvojice $[x,y]$ a $[y,x]$, znázorníme je “dvojšipkou” (tzv. neorientovanou hranou).

Úloha. Na množině $M = \{0,1,2,3,4\}$ jsou definovány binární relace R, S, T, U, V . Zapište je výčtem prvků:

$$R = \{[x,y] \in M \times M; x > y\}$$

$$S = \{[x,y] \in M \times M; x + y = 5\}$$

$$T = \{[x,y] \in M \times M; x < y \wedge x + y = 4\}$$

$$U = \{[x,y] \in M \times M; x = y\}$$

$$V = \{[x,y] \in M \times M; x = y \vee x = 2 \cdot y\}$$

Základy algebry a aritmetiky IMA02 / jaro 2024

Mgr. Jitka Panáčková, Ph.D., doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.

Kartézský součin, binární relace v množině

Definice 1: **Kartézským součinem** dvou množin A, B rozumíme množinu $A \times B = \{[x,y]; x \in A \wedge y \in B\}$, tj. množinu všech uspořádaných dvojic $[x,y]$, kde $x \in A$ a $y \in B$.

Znázornění kartézského součinu $A \times B$ se provede tzv. **kartézským grafem** – sestrojíme dvě na sebe kolmé přímky x, y (vodorovnou a svislou). Na vodorovnou přímku x (osu) znázorníme pomocí bodů všechny prvky množiny A , z níž vybíráme první složky dvojic, na svislou přímku y (osu) znázorníme pomocí bodů všechny prvky množiny B , z níž vybíráme druhé složky dvojic. Uspořádanou dvojici $[x,y] \in A \times B$ znázorníme bodem, který je průsečíkem dvou přímek procházejících body x, y a rovnoběžných po řadě se svislou a vodorovnou osou.

Definice 2: **Binární relací R z množiny A do množiny B** rozumíme libovolnou podmnožinu kartézského součinu $A \times B$.

Definice 3: Necht' R je binární relace z množiny A do množiny B .

- Relaci R' z množiny A do množiny B definovanou předpisem $R' = (A \times B) - R$ nazýváme **doplňkovou relací** k relaci R .
- Relaci R^{-1} z množiny B do množiny A definovanou předpisem $R^{-1} = \{[y,x] \in B \times A; [x,y] \in R\}$ nazýváme **relací inverzní** k relaci R . v množině M .

Definice 4: **Binární relací R v neprázdné množině M** rozumíme libovolnou podmnožinu kartézského součinu $M \times M$.

Znázornění binárních relací se provede:

- **Kartézským grafem** relace R – analogicky jako u kartézského součinu výše.
- **Uzlový graf** relace R v množině M - v rovině znázorníme pomocí bodů (tzv. uzlů) všechny prvky množiny M . Uspořádanou dvojici $[x,y] \in R$ znázorníme pomocí šipky (tzv. orientované hrany), která vychází z uzlu x a směřuje do uzlu y . V případě, že $x = y$, nazýváme šipku smyčkou. Pokud jsou v relaci R dvojice $[x,y]$ a $[y,x]$, znázorníme je “dvojšipkou” (tzv. neorientovanou hranou).

Úloha. Na množině $M = \{0,1,2,3,4\}$ jsou definovány binární relace R, S, T, U, V . Zapište je výčtem prvků:

$$R = \{[x,y] \in M \times M; x > y\}$$

$$S = \{[x,y] \in M \times M; x + y = 5\}$$

$$T = \{[x,y] \in M \times M; x < y \wedge x + y = 4\}$$

$$U = \{[x,y] \in M \times M; x = y\}$$

$$V = \{[x,y] \in M \times M; x = y \vee x = 2 \cdot y\}$$