

Poruchy učení v matematice a možnosti jejich nápravy

2. prezentace

Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.

3. Zápis čísel

Problémy dětí vyskytující se při zapisování přirozených čísel můžeme rozdělit do skupin:

a) Nesprávný zápis a používání číslic 1, 2, ..., 9, 0

- Problémy s rozlišením číslic tvarově podobných, např.
6 a 9, 3 a 8, 3 a 5, 2 a 5
- Problémy s pravolevou orientací
- Neschopnost zapsat číslice v přiměřené velikosti

3. Zápis čísel

- b) Nesprávný zápis čísla v poziční desítkové soustavě
- Nesprávný způsob zápisu čísla psaním číslic v nesprávném pořadí, např. při zápisu čísla 18 píše nejprve číslici 8 a pak číslici 1 nalevo od 8.
 - Nerozlišuje řád číslic (desítky a jednotky), tj. nerozliší 24 a 42 (chyby v pořadí číslic).
 - Nesprávný zápis čísel, ve kterých se vyskytují nuly, např. místo 509 píše 59, místo 6008 píše 68.

3. Zápis čísel

- Neschopnost zapsat číslo jako celek – dítě zapisuje pouze izolované číslice, tj. místo 764 píše 7, 6, 4.
- Neschopnost zápisu čísel podle diktátu.

3. Zápis čísel

Při vytváření pojmu přirozeného čísla dbáme na správné používání a rozlišení pojmů číslo/číslice.

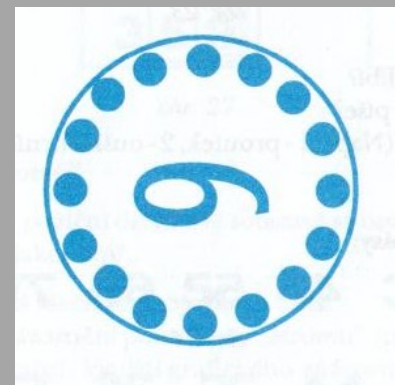
Přirozených čísel je nekonečně mnoho a zapisujeme je v poziční desítkové soustavě pomocí deseti znaků, tj. číslic 0, 1, ..., 9 (pomocí nuly, jedničky, dvojky, ... , devítky). Pojmy jako „jedenáctka“, „dvanáctka“ by učitel neměl používat. Číslo 12 je zapsáno pomocí dvou číslic: jedničky a dvojky.

3. Zápis čísel

Porucha: Záměna tvarově podobných číslic

Náměty na činnosti a hry, které přispívají k nápravě jsou následující:

1. Správné rozlišení číslic: Kamil dostal k narozeninám dort, na kterém bylo napsáno:



Kolik mu bylo roků? (urči obě možnosti)

3. Zápis čísel

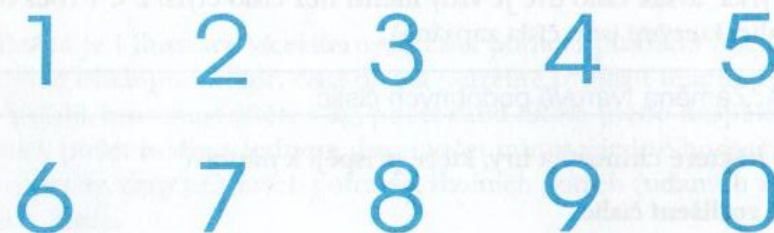
2. **Figurky ve tvaru číslic:** vhodné jsou pomůcky znázorňující číslice (hadrový váleček s drátem uvnitř) – dají se z něj modelovat jednotlivé číslice

Děti se ptáme:

Která číslice se Ti nejvíce líbí?

Co Ti jednotlivé číslice připomínají?

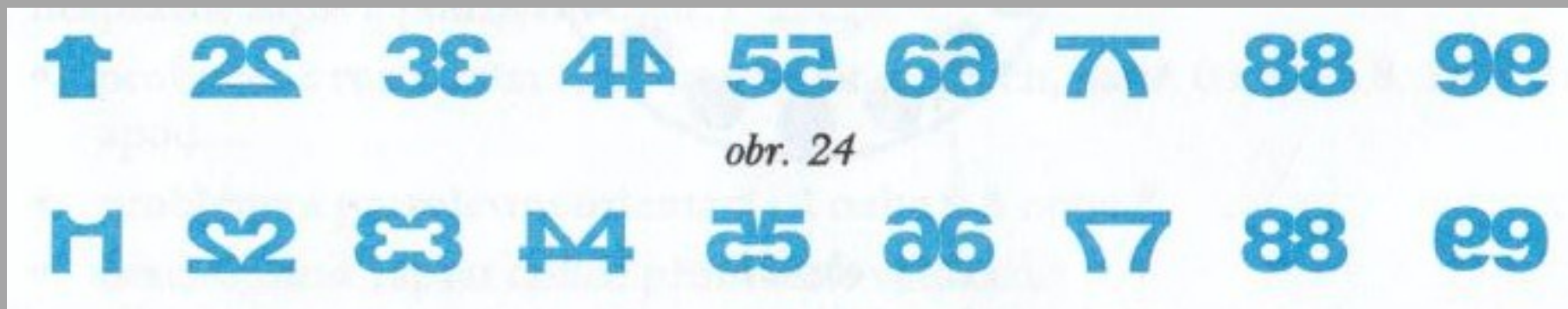
(např. 1 – proutek, 2 – labuť, 6 – švestka,...)



1	2	3	4	5
6	7	8	9	0

3. Zápis čísel

3. Umíš rozluštit tyto nápisy?



Na horním obrázku zakryjeme pravou část každého znaku, na dolním obrázku zakryjeme levou část každého znaku.

3. Zápis čísel

Porucha: Nesprávný zápis víceciferného čísla

K nápravě můžeme použít například tyto náměty:

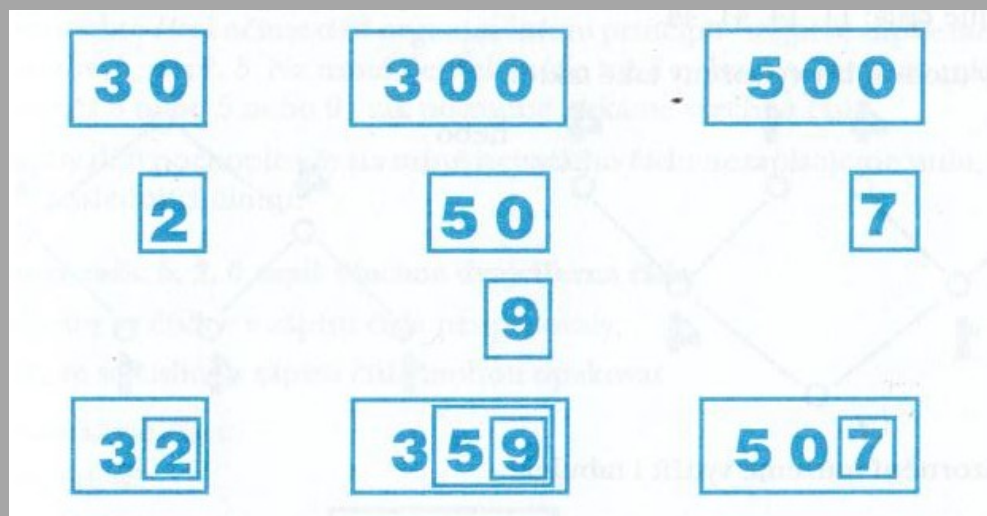
1. Znázornění víceciferných čísel pomocí kartiček

Některé děti jsou schopny znázornit víceciferná čísla pomocí kartiček s jednocifernými čísly tak, že zvládnou umístit kartičky na příslušné řádové místo (desítky, stovky,...)



3. Zápis čísel

Pokud chápání pozice číslice v zápisu čísla činí dětem problémy, je možný jiný postup: Při znázornění dvojciferných a víceciferných čísel pomocí kartiček je vhodné, když děti ke znázornění dvojciferného čísla, např. čísla 54, nepoužijí kartičky 5 a 4, ale kartičku 50 a na místo 0 přiloží kartičku s číslicí 4. Podobně pro čísla např. 32, 359, 507.



3. Zápis čísel

Montessori banka

Zápis čísla 1363 a 2254



3. Zápis čísel

2. Zápis čísel pomocí stromů

K pochopení zápisu čísla v poziční desítkové soustavě se osvědčují úlohy s kombinatorickou problematikou, např:

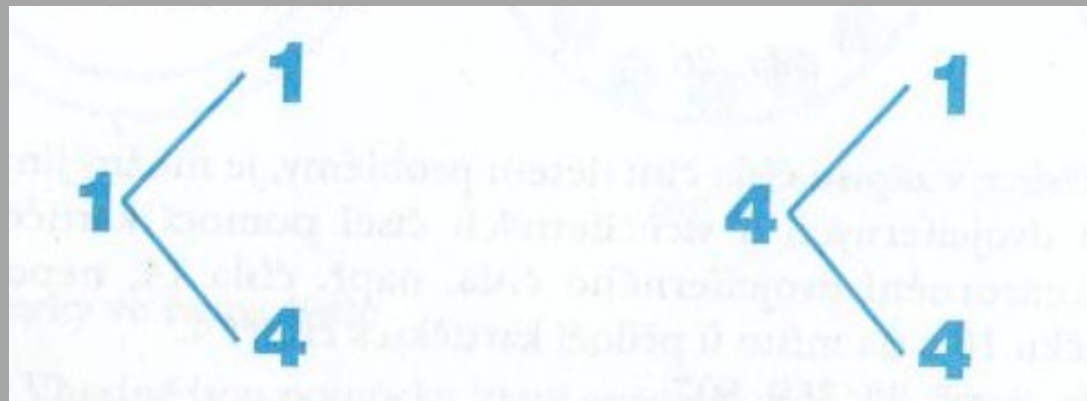
a) Pomocí číslic 1 a 4 zapiš všechna dvojciferná čísla tak, aby se číslice 1 a 4 v zápisu čísla neopakovaly.



- Existují dvě možnosti: 41, 14.

3. Zápis čísel

b) Pomocí číslic 1 a 4 zapiš všechna dvojciferná čísla tak, že se číslice 1 a 4 v zápisu čísla mohou opakovat.



- Existují čtyři možnosti: 41, 14, 44, 11.

3. Zápis čísel

Ke znázornění můžeme použít i tabulek:

	1	4
1	11	14
4	41	44

3. Zápis čísel

- c) Pomocí číslic 1, 4 a 6 zapiš všechna dvojčíferná čísla tak, že se
- I) každá číslice v zápisu čísla vyskytne nejvýše jednou,
 - II) číslice v zápisu čísla se mohou opakovat.

Řešení:

- I) Zapišeme čísla: 14, 16, 46, 41, 64, 61.
- II) Zapišeme čísla: 14, 16, 46, 41, 64, 61, 11, 44, 66.

3. Zápis čísel

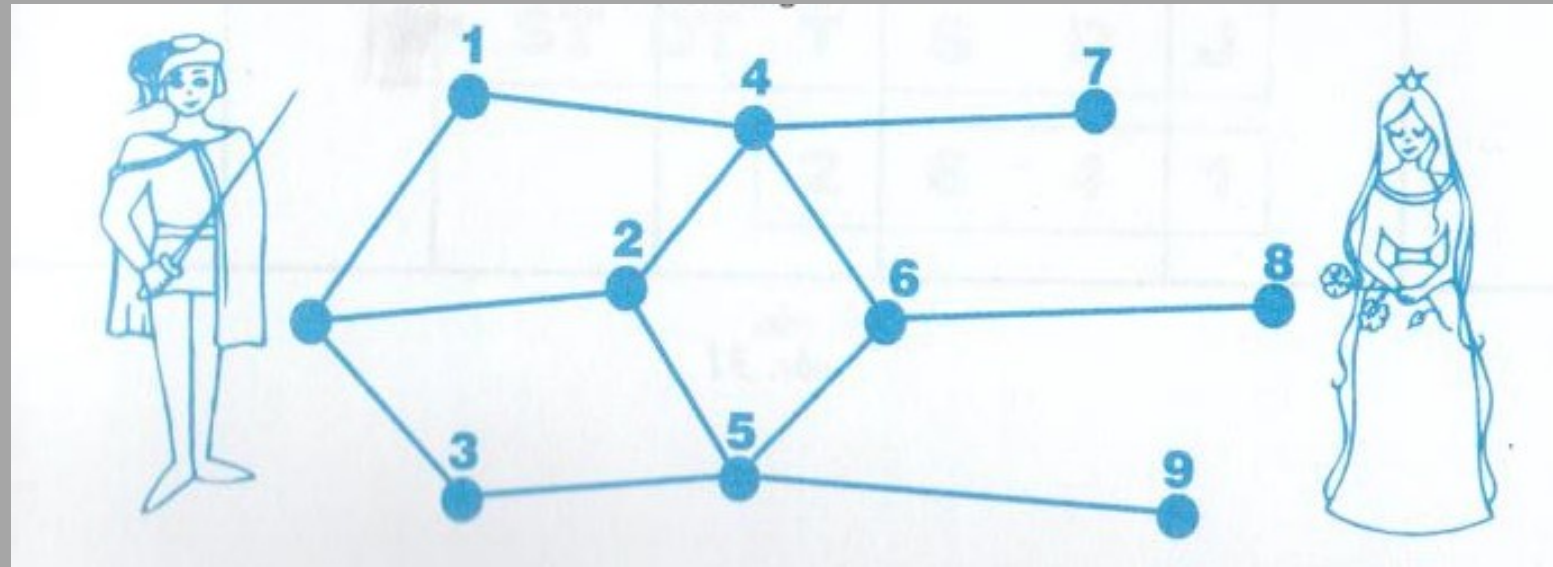
- d) Pomocí číslic 1, 4 a 0 zapiš všechna dvojčíferná čísla tak, aby se
- I) číslice v zápisu čísla neopakovaly,
 - II) číslice v zápisu čísla opakovaly.

Řešení:

- I) Zapišeme čísla: 10, 40, 41, 14.
- II) Zapišeme čísla: 10, 11, 40, 44, 14, 41.

3. Zápis čísel

e) Pomocí víceciferných čísel zapiš všechny cesty, po nichž se dostane princ k princezně (např. 1468 atd.)



3. Zápis čísel

Celá řada problémů vzniká při zapisování čísel větších než 1000. Přitom o ta „velká“ čísla mají děti zájem a je potřeba, aby se učily od počátku jejich správnému chápání a zapisování (zejména se jedná o čísla, u kterých jsou na místech některých řádů nuly).

Porucha: Dítě se neorientuje v číslech větších než 1000

Pro správné pochopení „velkých“ čísel a k jejich správnému zápisu je třeba, aby se dítě postupně dopracovalo ke zvládnutí:

a) Principu poziční desítkové soustavy (deset jednotek tvoří jednu desítku, deset desítek tvoří jednu stovku, deset stovek tvoří jeden tisíc atd.)

3. Zápis čísel

b) Principu zápisu čísla v poziční desítkové soustavě, tj. na každém místě v zápisu čísla může být pouze jedna číslice.

Je třeba, aby dítě získalo správnou představu určitého daného čísla. Ke snadnějšímu chápání mohou složit karty s čísly, modely peněz, tabulka pro zapisování čísel podle příslušných řádů, řádové počítadlo, číselná osa. Výběr modelu ponecháme na dítěti.

3. Zápis čísel

1. Tabulka

Zapiš do tabulky čísla 596, 24 098, 540 560 aj.

MILIONY	STATISÍCE	DESETITISÍCE	TISÍCE	STA	DESÍTKY	JEDNOTKY

3. Zápis čísel

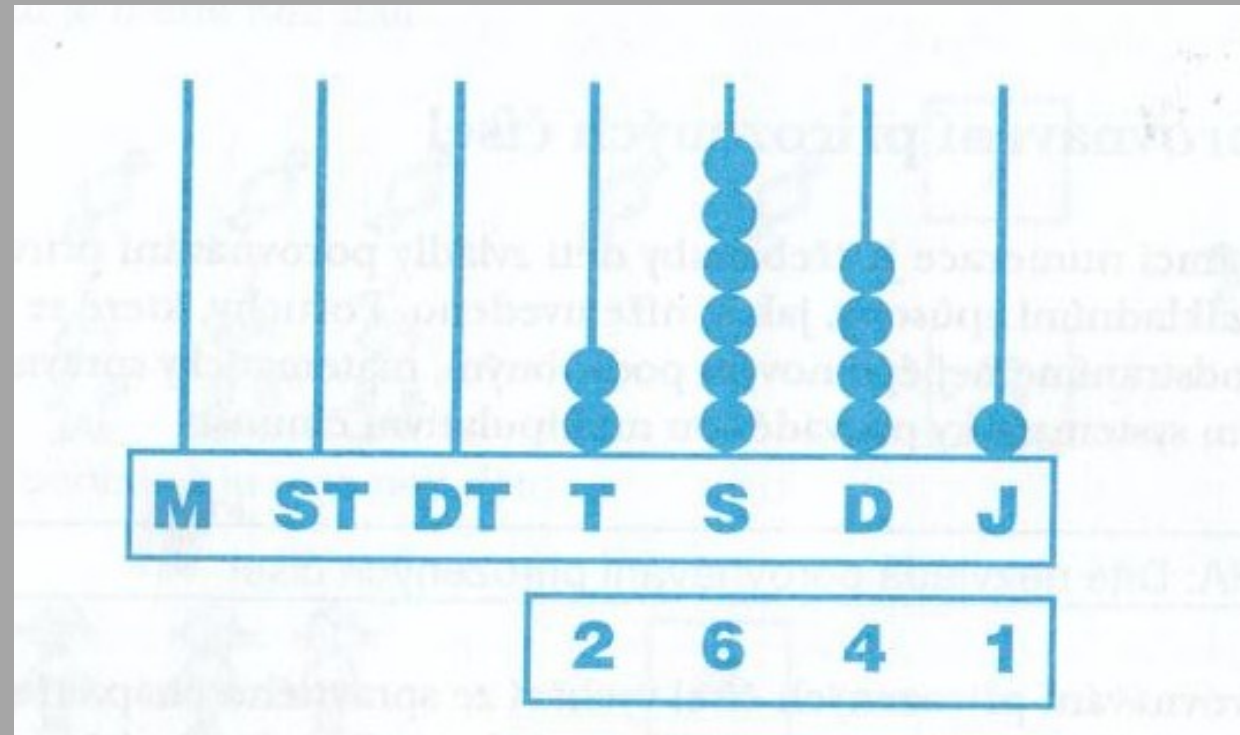
2. Čísla zapsaná v tabulce zapiš do sešitu a přečti je.

MILIONY	STATISÍCE	DESETITISÍCE	TISÍCE	STA	DESÍTKY	JEDNOTKY
			1	2	0	5
2	3	7	5	4	0	0
	1	5	3	2	7	4
		8	0	0	6	1

3. Zápis čísel

3. Řádivé počítadlo

Např. číslo 2641 je na řádivém počítadle znázorněno takto:

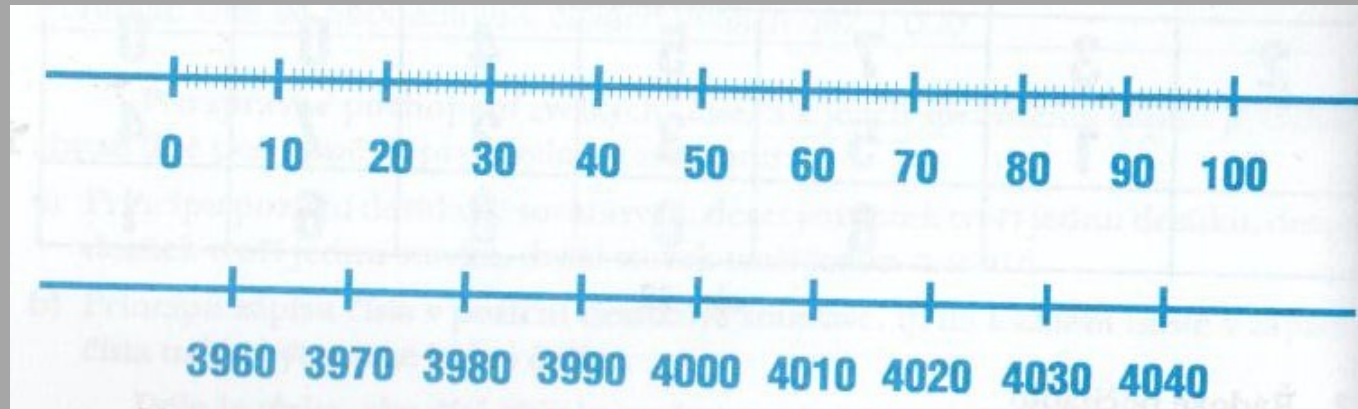


3. Zápis čísel



3. Zápis čísel

3. Číselná osa



Představa milionu: sáček máku o hmotnosti půl kilogramu představuje asi milion zrníček máku.

Otázky: Žijete milion hodin? Uplynulo od počátku letopočtu už milion dní?

4. Porovnávání přirozených čísel

V rámci numerace je třeba, aby děti zvládly porovnávání přirozených čísel několika základními způsoby.

Porucha: dítě nezvládá porovnávání přirozených čísel

Odstranění poruch: nový, podrobný, matematicky správný výklad doprovázený manipulativními činnostmi.

Porovnávání přirozených čísel vychází ze správného chápání vztahů „více“, „méně“, „stejně“, které se opírají o porovnávání množin. Pro rozhodnutí, ve které je více/méně prvků, děti vytváří dvojice (přiřazují prvky jedné skupiny prvkům druhé skupiny).

4. Porovnávání přirozených čísel

balónků je méně než dětí

chlapců je stejně jako děvčat

bonbonů je více než dětí

obr. 34

V dalším kroku určí děti počet prvků každé ze skupin a porovnají přirozená čísla:

balónků je méně než dětí

$4 < 6$

bonbonů je více než dětí

$7 > 5$

chlapců je stejně jako děvčat

$4 = 4$

Detailed description: The diagram illustrates the process of counting and comparing natural numbers. It is divided into three main sections. The top section shows two groups: one with 4 balloons and 6 children, and another with 4 boys and 4 girls. The middle section shows 7 candies and 5 children. The bottom section shows 4 boys and 4 girls. Each group is accompanied by a text label and a numerical comparison. The numerical comparisons are shown in boxes: 4 < 6, 7 > 5, and 4 = 4. The text 'V dalším kroku určí děti počet prvků každé ze skupin a porovnají přirozená čísla:' indicates the next step in the learning process.

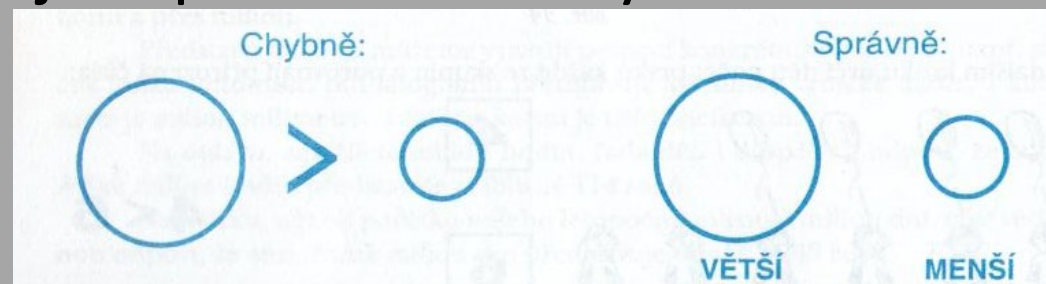
4. Porovnávání přirozených čísel

Nejprve procvičujeme nerovnosti mezi čísly a později u operací sčítání a odčítání nás zajímá, o kolik je jedno číslo větší než druhé.

$$\begin{array}{cc} 02 & 02 \\ 4 < 6 & 7 > 5 \end{array}$$

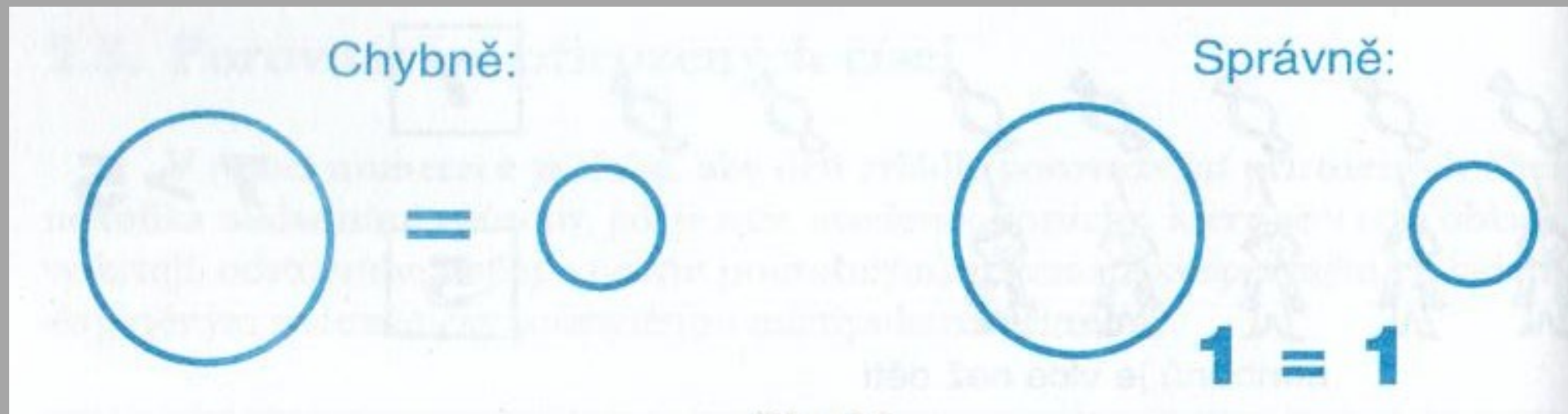
Třeba se vyvarovat nesprávného chybného znázornění (v řadě dětských publikací)

Porovnáváme-li velikosti kruhu, lze říci, že kruh vlevo je větší než kruh vpravo. Nepřípustné je zapsat mezi kruhy znaménko nerovnosti.



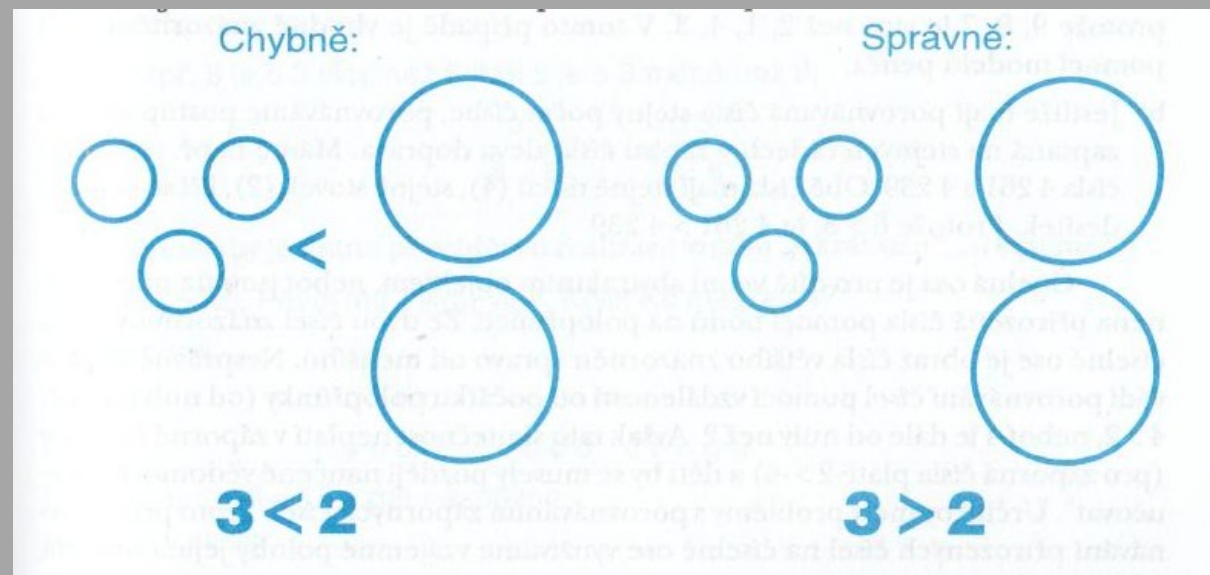
4. Porovnávání přirozených čísel

Porovnáváme počet velkých a malých kruhů. Počet velkých a malých kruhů je stejný, ale je nepřipustné zapsat mezi kruhy znaménko rovnosti.



4. Porovnávání přirozených čísel

Důsledkem k nesprávnému přístupu k porovnávání může být situace, kdy děti porovnávají více malých předmětů s menším počtem větších předmětů. Pro dítě je dominantní velikost předmětů a zapíše:



4. Porovnávání přirozených čísel

Další chybný postup je nesprávné využití názoru pro znázornění rovnosti čísel.

Chybně:



Správně:



4. Porovnávání přirozených čísel

Větší čísla porovnááme pomocí jejich zápisu v desítkové soustavě nebo pomocí číselné osy.

Využijeme-li k porovnávání zápisu v desítkové soustavě:

- a) Jestliže mají porovnávaná čísla různý počet číslic, pak větší je to, které má větší počet číslic: $3142 > 876$, neboť číslo 3142 má 3 tisíce, číslo 876 tisíce neobsahuje.

Některé děti zapisují $876 > 3142$, neboť u nich dominují hodnoty některých číslic: 8, 7, 6 je více než 3, 1, 4, 2 (náprava pomocí modelů peněz).

4. Porovnávání přirozených čísel

b) Jestliže mají porovnávaná čísla stejný počet cifer, porovnáváme postupně čísla zapsaná na stejných řádech v zápisu čísla zleva doprava. Např. máme porovnat čísla 5643 a 5686. Obě čísla mají stejně tisíců a stejně stovek. Liší se počtem desítek, tj. $5643 < 5686$, protože $4 < 8$

Porovnávání pomocí číselné osy: ze dvou čísel znázorněných na číselné ose je větší to, jehož obraz je více vpravo.

Nesprávně se provádí porovnávání pomocí vzdálenosti od nuly.

4. Porovnávání přirozených čísel

Větší nároky klade na dítě porovnávání čísel pomocí vztahů „o několik méně“, „o několik více“. Tyto vztahy se vyskytují ve slovních úlohách a děti mívají problémy

- s rozlišením těchto vztahů
- se správnou interpretací slovního vyjádření

Někdy se používá mnemotechnická pomůcka

- „více“ – přičítáme
- „méně“ – odečítáme,

což může vést k chybám, neboť záleží na slovní formulaci.

4. Porovnávání přirozených čísel

Jana má 5 Kč, Pavel má o 3 Kč více. Kolik Kč má Pavel?

Znázorníme: Jana ○○○○○

Pavel ○○○○○○○○

Počítáme: $5 + 3 = 8$ - skutečně přičítáme.

Pavel má 8 Kč.

Jana má 5 Kč a to je o 3 Kč více, než má Pavel. Kolik Kč má Pavel?

Provedeme rozbor: Když Jana má o 3 více, Pavel má o 3 méně.

Znázorníme: Jana ○○○○○

Pavel ○○

Počítáme: $5 - 3 = 2$ - zde odčítáme.

Pavel má 2 Kč.

5. Zaokrouhlování přirozených čísel

Aby děti chápaly smysl a potřebu zaokrouhlování přirozených čísel, je nutná motivace:

- Některá čísla určíme přesně, např. počet dětí ve třídě.
- Některá čísla přesně určit neumíme (počet obyvatel města, státu apod.) Pro to používáme čísla přibližná, tzv. zaokrouhlená.

Zaokrouhlování čísel se řídí přesnými pravidly určenými státní normou.

5. Zaokrouhlování přirozených čísel

Pravidla pro zaokrouhlování:

Při zaokrouhlování čísel na určitý řád (např. na stovky) se všechny číslice řádu nižšího (desítky a jednotky) nahradí nulami a číslice řádu, na který zaokrouhlujeme, se upraví podle toho, která z číslice je zapsaná na místě řádu předcházejícího (tj. desítek).

- Pokud je to některá z číslic 0, 1, 2, 3, 4, pak číslice řádu, na který zaokrouhlujeme, se nemění
- Pokud je to některá z číslic 5, 6, 7, 8, 9, pak se číslice řádu, na který zaokrouhlujeme, zvětší o jednu, číslice nižších řádů se nahradí nulami:

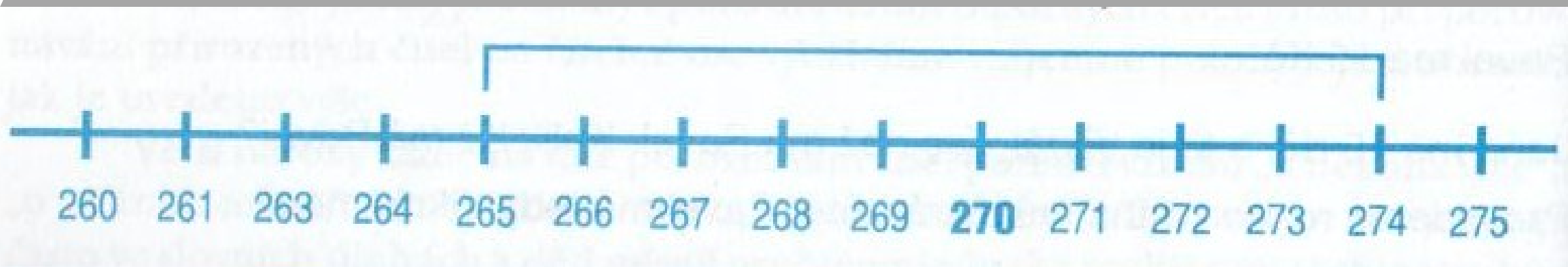
Zaokrouhli na stovky:

$$5\underline{6}29 \doteq 5600 \text{ (zaokrouhlení dolů)}$$

$$5\underline{6}72 \doteq 5700 \text{ (zaokrouhlení nahoru)}$$

5. Zaokrouhlování přirozených čísel

Vhodné je znázornění na číselné ose, kdy ukážeme, že např. číslo 270 je výsledkem zaokrouhlení čísel 265, 266, ..., 273, 273 na desítky.



5. Zaokrouhlování přirozených čísel

Porucha: Dítě nepochopí význam zaokrouhleného čísla, pracuje pouze s číslicemi na zaokrouhlovaném řádu a řádu o jednu nižším

Např. číslo 4721 je třeba zaokrouhlit na stovky. Dítě zapíše:

$$4721 \stackrel{\cdot}{=} 4701$$

Možnost nápravy:

- Znázornění na číselné ose, zdůraznění „nejbližších desítek, stovek, tisíců apod. Používání praktických příkladů.

5. Zaokrouhlování přirozených čísel

Porucha: Dítě zaokrouhluje postupně po jednotlivých rádech

Chceme zaokrouhlit číslo 24469 na tisíce:

$$24469 \dot{=} 24000$$

Nesprávný postup spočívá v postupném zaokrouhlování:

$$24469 \dot{=} 24470, \quad 24470 \dot{=} 24500, \quad 24500 \dot{=} 25000$$

Možnosti nápravy:

Důsledné opakování pravidel zaokrouhlování, číselná osa, využití grafického znázornění – barevně se označí příslušné cifry.

6. Rozklady čísel do deseti na dva sčítance

Pro usnadnění sčítání a odčítání přirozených čísel je vhodné při poznávání jednotlivých čísel děti seznamovat s rozkladem čísla na dva sčítance.

Můžeme využít následující činnosti, které přispívají k upevnění nácviku rozkladů:


- pohybové
- výtvarné
- hudební

6. Rozklady čísel do deseti na dva sčítance


Situaci vysvětlíme na příkladu rozkladu čísla 7:

Učitelka tleská např. dvakrát vpravo, pětkrát vlevo.


První žák umístí kuličky na počítadle (nebo korálky v krabičce) podle toho, co ukázala učitelka:



Druhý žák nakreslí rozklad na tabuli:

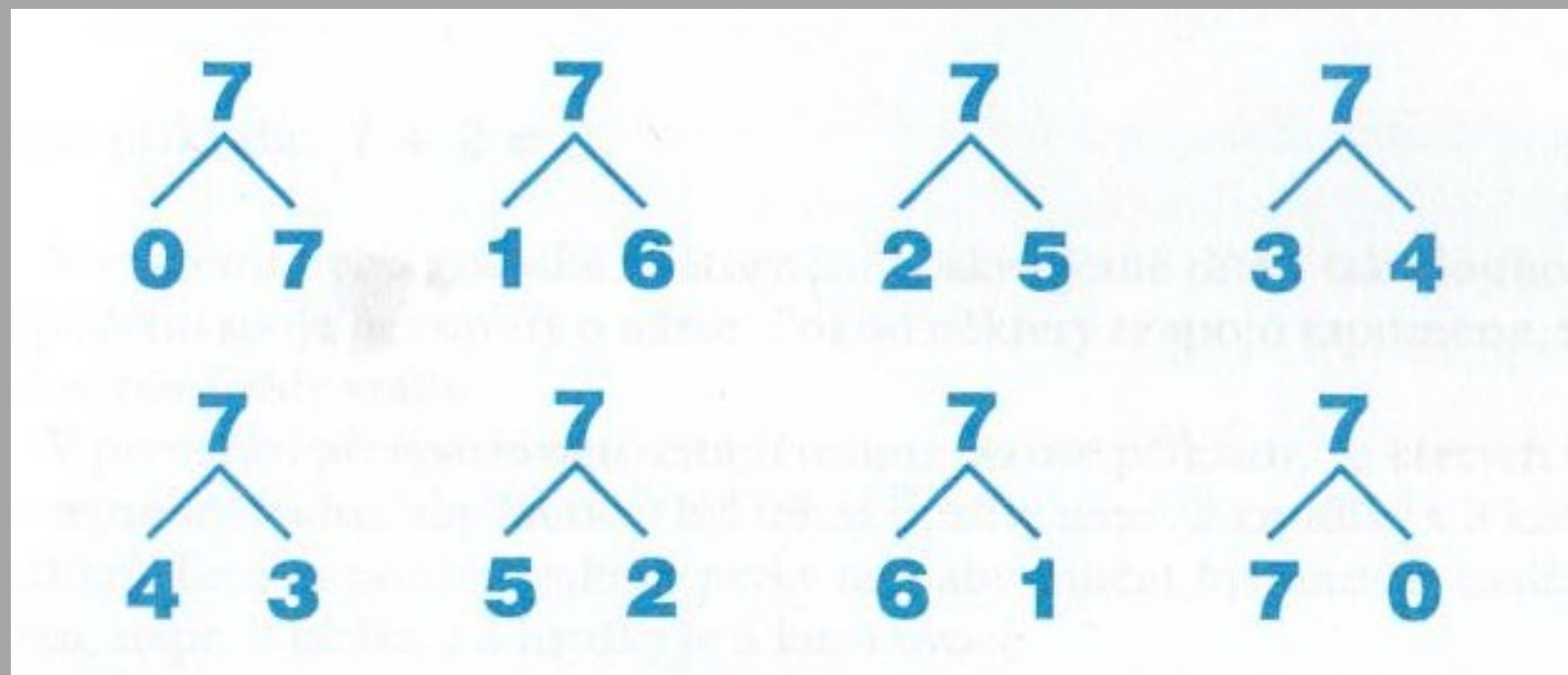


Třetí žák zapíše:


$$\begin{array}{c} 7 \\ \swarrow \searrow \\ 5 \quad 2 \end{array}$$

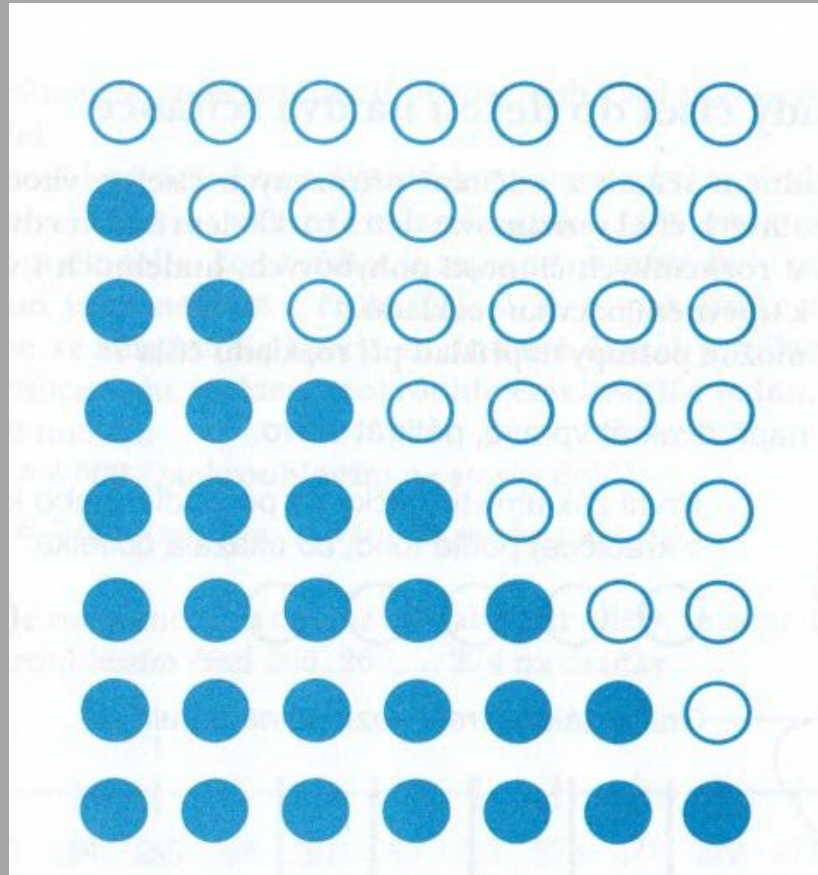
6. Rozklady čísel do deseti na dva sčítance

Analogicky postupujeme tak dlouho, až se vyčerpají všechny rozklady čísla 7 na dva sčítance:



6. Rozklady čísel do deseti na dva sčítance

Jiná modifikace rozkladu čísla 7 na dva sčítance:



Problémy v oblasti početních operací

Problémy učení v matematice, které souvisí s pochopením pojmu přirozeného čísla a jeho zápisem, se často projeví při provádění základních početních operací s přirozenými čísly.

K tomu pak přistupují problémy související s pochopením jednotlivých operací a s pochopením a nácvikem pamětných spojů i s písemnými algoritmy.

Při vyvozování každé operace s přirozenými čísly je nutné, aby dítě správně pochopilo její podstatu. Vycházíme tedy z manipulativních činností s konkrétními předměty, později pracujeme se zástupci – reprezentanty těchto předmětů – tj. s jejich symboly a na základě těchto činností vyvozujeme jednotlivé operační spoje a zapisujeme příslušné příklady.

Sčítání přirozených čísel

Na základě dramatizace, manipulativních činností, kreslení apod. vyvozujeme základní spoje sčítání v oboru do pěti. Postup:

1. Konkrétní manipulativní činnost každého dítěte: Na lavici máš 2 kostky červené a 3 kostky červené. Kolik máš dohromady kostek?
2. Znázorníme situaci pomocí symbolů. Na tabuli nebo do sešitu zakreslíme:



3. Zápis příkladu:

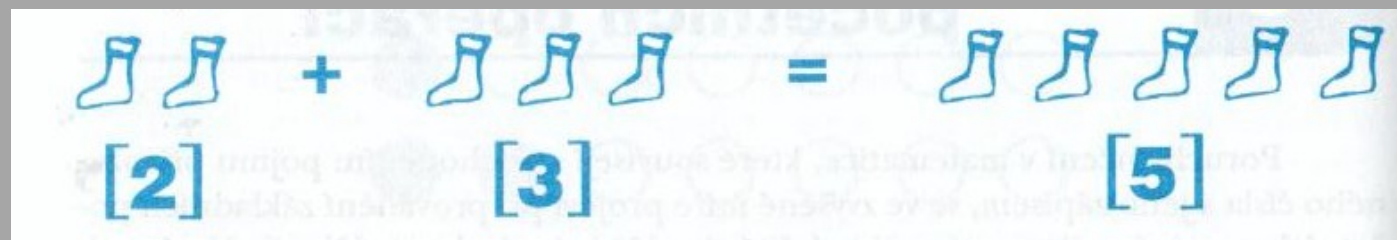
$$2 + 3 = 5$$

Sčítání přirozených čísel

Konkrétní nebo grafické znázornění poskytujeme tak dlouho, dokud se nenaučí početní spoje bez opory o názor. Pokud dítě některý z početních spojů zapomene, může se k názoru vždy vrátit.

1. fáze vyvozování: volíme příklady, kdy sčítáme prvky stejného druhu, aby i součet byl téhož druhu: (např. 2 kostky a 3 kostky je 5 kostek)
2. fáze vyvozování: prvky volíme tak, aby součet byl nazván nadřazeným pojmem (např. 2 jablka a 3 hrušky je 5 kusů ovoce)

Nevhodný názor:



Sčítání přirozených čísel

Měli bychom respektovat vidění dítěte, co v daném zápisu vidí:

Např. zápis $2 + 3 = 5$ interpretujeme:

- Dva plus tři rovná se pět
- Dvě a tři je pět
- Když přidám ke dvěma tři, dostanu pět
- Pět je o tři více než dvě
- Dvě je o tři méně než pět

Pamětné sčítání

Při nácviku pamětného sčítání musí dítě nejprve důkladně zvládnout pamětné sčítání v oboru do 20i. Až poté se rozšiřuje nácvik pamětného sčítání v oboru do sta. Postup výuky pamětného sčítání by měl probíhat dle metodické řady a trpělivém pamětném nácviku.

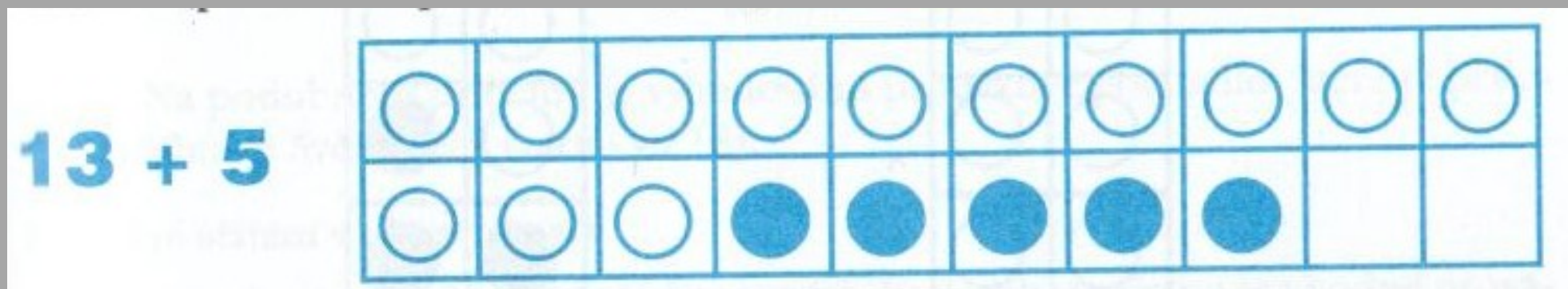
Pamětné sčítání v oboru do 20i:

- a) Základní spoje do pěti
- b) Základní spoje do deseti
- c) Přičítání jednociferného čísla k číslu 10, např. $10 + 2, \dots$

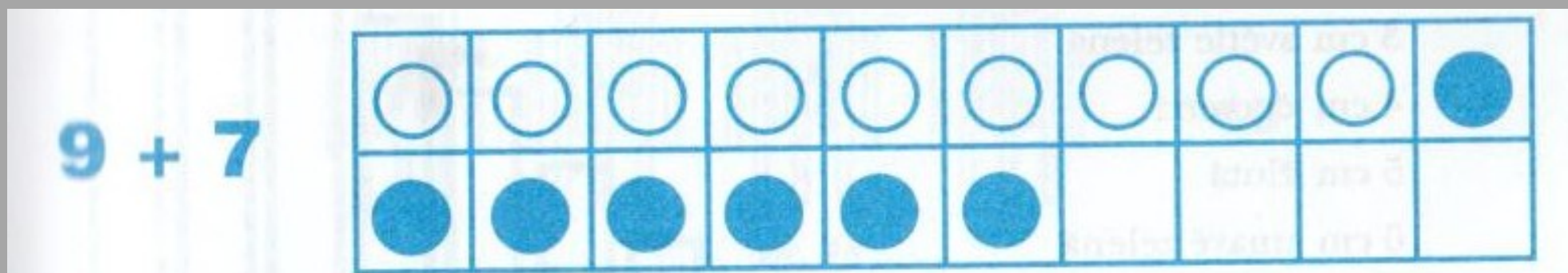
Pamětné sčítání

d) Sčítání ve druhé desítce bez přechodu přes základ 10, např. $13 + 5, \dots$

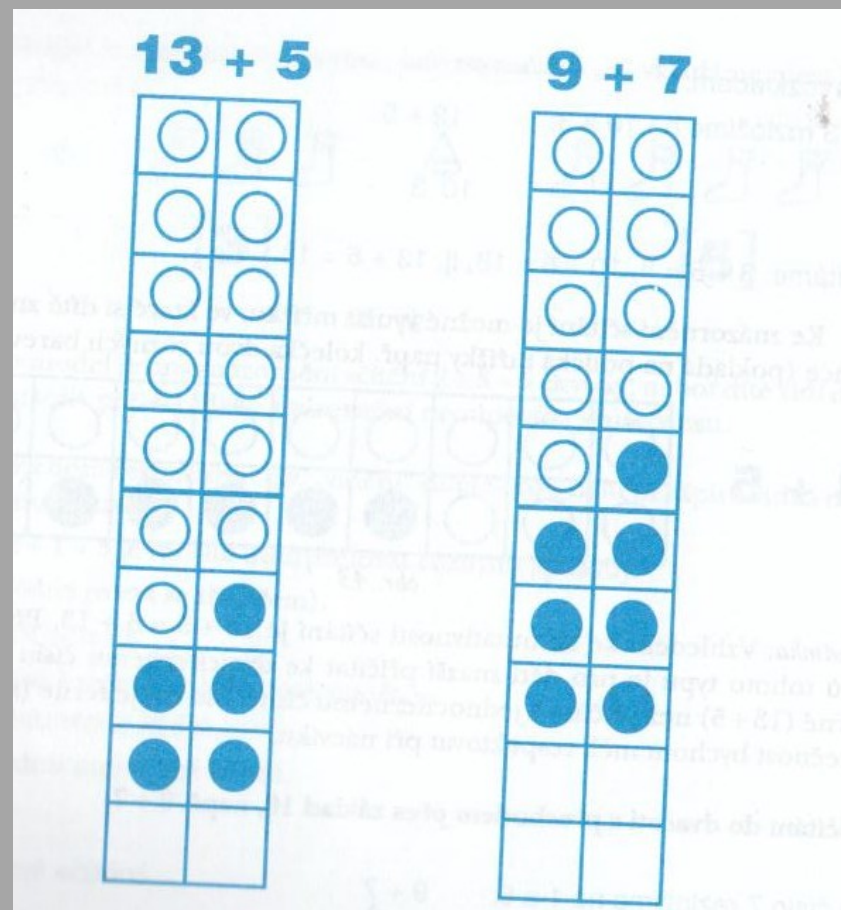
Ke znázornění sčítání můžeme použít mřížku:



e) Sčítání do dvaceti s přechodem přes základ 10, např. $9 + 7, \dots$



Pamětné sčítání



Pamětné sčítání

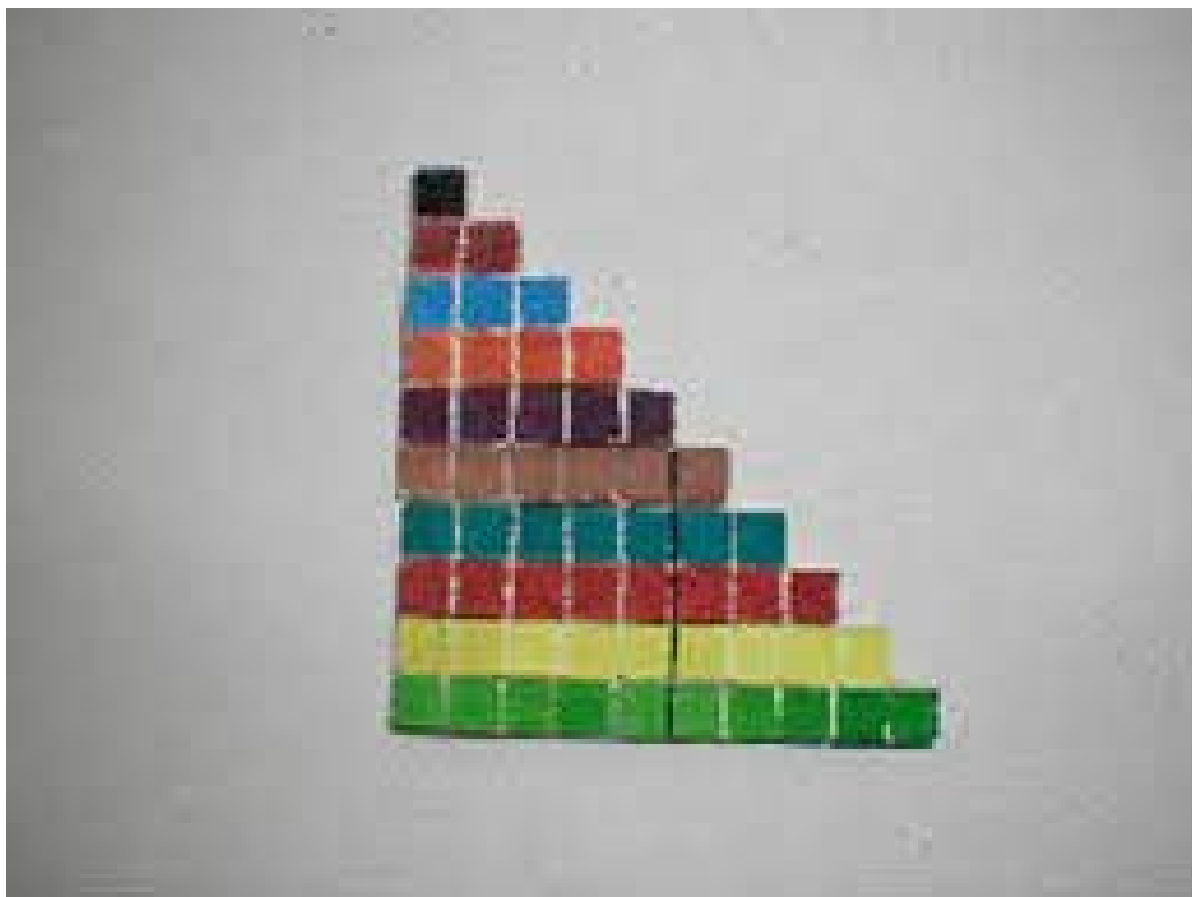
Ke znázornění sčítání je možné využít tzv. Cuisinairovy tyčinky – hranoly různých výšek a barev. Jejich podstava je čtverec s obsahem 1 cm^2 .

Každé délce hranolku, jež představuje velikost daného čísla, přísluší jiná barva.



Pamětné sčítání

Ke znázornění sčítání je možné využít tzv. počítací tyčinky.



Pamětné sčítání

Pamětné sčítání v oboru do 100

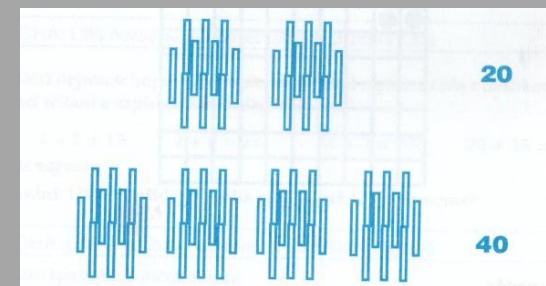
Nácvik pamětného sčítání přirozených čísel v oboru do sta je vhodné provádět v elementárních krocích – tj. v jemné metodické řadě, ve které každý následující jev využívá dříve probraného a procvičeného učiva

a) Sčítání násobků deseti, např. $20 + 40$

Využíváme analogie ze sčítání jednociferných čísel $2 + 4 = 6$

2 desítky a 4 desítky je 6 desítek, $20 + 40 = 60$

Znázornění a pomůcky – pomocí svazků dřívěk nebo brček po deseti, čtvercové sítě, modelů peněz.



Pamětné sčítání



Pamětné sčítání

b) Sčítání dvojciferného čísla s jednociferným

Spoje vyvozujeme v metodické řadě příkladů se vzrůstající obtížností. Příklady typu $20 + 5$, $50 + 4$, $60 + 3$ apod.

Znázornění a pomůcky – pomocí svazků dřívěk nebo brček po deseti, čtvercové sítě, modelů peněz.

Literatura

1. Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M., Blažek, M. (2000). *Poruchy učení v matematice a možnosti jejich nápravy*. Brno. Paido.
2. Kumorovitzová, M., Novák, J. (1996). *Nauč mě počítat*. Praha: KPP.
3. Košč, L. (1984). *Poruchy matematických schopností*. Hradec Králové, KPP.