přednáška 08: některá význačná diskrétní i spojitá rozdělení psti

Při matematickém popisu jakékoli náhodné veličiny zhruba potřebujeme projít šest základních otázek

i) X = … co daná veličina měří

ii) X ∈{…} … jakých hodnot veličina nabývá

(podotázka – je to veličina diskrétní nebo spojitá?)

iii)Jaký je vzorec pro pstní funkci p či hustotu f

iii) P(X∈(a;b>) = F(b)-F(a)= $\sum_{k\in(a;b>} p(k)$ … pro diskrétní velič.

($p(k)$ je pstní funkce)

= $\int_a^b f(x)dx$ … pro spojitou veličinu

($f(x)$ je hustota psti)

+ nakreslete graf pstní funkce nebo hustoty

iv) Jaký je vzorec pro distribuční funkci F

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

F(x)= P(X≤x) = $\sum_{k \le x} p(k)$ … pro diskrétní velič.

($p(k)$ je pstní funkce)

= $\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ … pro spojitou veličinu

($f(t)$ je hustota psti)

+ nakreslete graf distribuční funkce

v) Jaká je střední hodnota takto se chovající veličiny

v) Střední hodnota veličiny X:

EX = $\sum_{k \in X(\Omega)} k \cdot p(k)$ … pro diskrétní velič.

($p(k)$ je pstní funkce)

= $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\, dx$ … pro spojitou veličinu

($f(t)$ je hustota psti)

vi) Jaký je rozptyl této veličiny

vi) Rozptyl veličiny X (definice a způsob výpočtu):

DX = E $(X - EX)^2 = \left(\sum_{k \in X(\Omega)} k^2 \cdot p(k)\right) - (EX)^2$… pro diskr. velič.

($p(k)$ je pstní funkce)

$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\, dx - (EX)^2$ … pro spoj. velič.

($f(t)$ je hustota psti)

Podívejme se na pět základních diskrétních rozdělení psti, která jsou tak důležitá, že mají svůj vlastní název:

D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti

(discrete uniform distribution)

- i) X = nějaká z konečně mnoha hodnot, které všechny mají stejnou šanci nastat

ii) X $\in \{1, 2, \ldots, n\}$

D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti
(discrete uniform distribution)

iii) P(X∈(a;b>) = $\sum_{k\in(a;b>}\frac{1}{n}$

vlastně se jedná o model klasické psti, kde Ω je konečná množina (reálných) čísel

($p(k)=\frac{1}{n}$ pro každé k)

Ve vzorci není chyba … funkční hodnota je $\frac{1}{n}$ a nezávisí tedy na hodnotě k, je pro každé k stejná

D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti
(discrete uniform distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

$F(x) = \sum_{k \leq x} \frac{1}{n}$

distribuční funkce – viz obr na tabuli/ ve skenu 08:

(kumulativní funkce s pravidelnou výškou všech schodů)

D1: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti
(discrete uniform distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

- $EX = \sum_{k\in\Omega} k \cdot \frac{1}{n} = \ldots = \frac{n+1}{2}$

vi) Rozptyl veličiny X:

$DX = \left(\sum_{k\in X(\Omega)} k^2 \cdot \frac{1}{n}\right) - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = \ldots = \frac{n^2-1}{12}$

Příklad D1= diskrétního rovnoměrného rozdělení psti:

X= co padne na kostce

Značíme zhruba: $X \sim Ro(1,2,\ldots,n)$

D2: alternativní rozdělení psti:
(alternative distribution)

i) X = odpověď na otázku, která nabývá pouze dvou hodnot

(odpovědi se navzájem vylučují)

(či výsledek experimentu, který nabývá pouze dvou výsledků: 0 při „neúspěchu“, 1 při „úspěchu“ … tyto výsledky se navzájem vylučují)

ii) $X \in \{0,1\}$

D2: alternativní rozdělení psti:
(alternative distribution)

iii) Pstní funkce: $p(1)= p$

$p(0)= 1-p$

Obrázek – popřípadě na tabuli

D2: alternativní rozdělení psti:
(alternative distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

Má pouze dva schody obecně různých výšek (1-p) a p

viz obr na tabuli

D2: alternativní rozdělení psti:
(alternative distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$EX = 0 \cdot (1-p) + 1 \cdot p = p$

vi) Rozptyl veličiny X:

$DX = (0^2 \cdot (1-p) + 1^2 \cdot p) - p^2 = p \cdot (1-p)$

Příklady D2 = alternativního rozdělení psti:

a) *X= počet šestek, které padnou při jednom hodu kostkou (0 nebo 1)*
b) *X= počet voličů, kteří budou volit kandidáta AB na prezidenta, pokud se ptáme jen jednoho voliče (tj. nabývá pouze hodnot 0 nebo 1)*
c) *X= počet „úspěchů" při jednom opakování experimentu (nabývá pouze hodnoty 0 = neúspěch, 1 = úspěch)*

Značíme zhruba: $X \sim Alt(p)$

D3: binomické rozdělení psti:
(binomial distribution)

i) X = počet „úspěchů" při N nezávislých opakováních experimentu, který má dva navz. se vylučující výsledky „úspěch" nastávající s pstí p a „neúspěch" nastávající s pstí (1-p)

(nezávislé opakování znamená, že výskyt úspěchu při předchozím opakování experimentu nemá vliv na to, zda při dalších opakováních nastane úspěch či neúspěch)

ii) X $\in \{0,1,2,3,\ldots,N\}$

D3: binomické rozdělení psti:
(binomial distribution)

iii) Pstní funkce: p(k)= $\binom{N}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{N-k}$

pro k = 0,1,2, …, N

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo v jazyku R – viz příklad, co bude následovat

D3: binomické rozdělení psti:
(binomial distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

Má schody různých výšek

viz obr na tabuli nebo obdelníčkový graf BARPLOT v jazyku R

D3: binomické rozdělení psti:
(binomial distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$EX = 0 \cdot p(0) + 1 \cdot p(1) + \ldots + N \cdot p(N) = N \cdot p$

vi) Rozptyl veličiny X:

$DX = \left(0^2 \cdot p(0) + 1^2 \cdot p(1) + \cdots + N^2 \cdot p(N)\right) - N^2 p^2 = N \cdot p \cdot (1 - p)$

Příklady D3 = binomického rozdělení psti:

a) *X= počet šestek z N hodů kostkou … př 11.1- str. 169 z textu BMA3-stary*
b) *X= počet voličů, kteří budou volit kandidáta AB na prezidenta, pokud se ptáme N nezávislých (náhodně vybraných) voličů … př.11.2.str. 170*
c) *X= počet „úspěchů“ při N nezávislých opakováních experimentu*

Značíme zhruba: $X \sim Bi(N,p)$

Bi (N,p) v jazyku R:

X= počet šestek z N hodů kostkou … př 11.1- str. 169

- *px <- dbinom(0:4,4,1/6)   # spocte psti Bi (N=4, p=1/6)*
- *plot(px,pch=16) # nakresli pstni funkci, "pch=16" jsou tucne tecky*

Popis osy x je posunuty, nevim jak to spravit

- *Fx <- pbinom(0:4,4,1/6) # spocte schody distribucni funkce (kumul.fce)*
- *barplot(Fx, col=6:7) # nakresli distrib fci F – horni strany tech obdelnicku*

col=6:7 … pouze meni barvu obdelnicku … strida barvy 6 a 7

Bi (N,p) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- *qbinom(0.95, 4,1/6) # spocte 0.95-kvantil hodnot rozd Bi (N=4, p=1/6)*
- *genbi <- rbinom(1000,4,1/6) # do vektoru genbi nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Bi(4,1/6) …. rbinom = random binom*
- *table(genbi) # spocitaji se cetnosti nahodne gener hodnot velic X*

D4: geometrické rozdělení psti:
(geometric distribution)

i) X = počet „úspěchů" před prvním neúspěchem při nezávislých opakováních experimentu, který má dva navz. se vylučující výsledky „úspěch" nastávající s pstí p a „neúspěch" nastávající s pstí (1-p)

ii) $X \in \{0,1,2,3,\dots\}$ teoreticky až do nekonečna

D4: geometrické rozdělení psti:
(geometric distribution)

iii) Pstní funkce: p(k)= $p^k \cdot (1-p)$

pro k = 0,1,2, …

- (tyto psti tvoří geometrickou posloupnost, odtud název rozdělení)

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo v jazyku R – viz příklad, co bude následovat

D4: geometrické rozdělení psti:
(geometric distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

Má schody různých výšek, schodů je nekonečně mnoho, ale nesměřují až „do nebe“, nýbrž jsou stále menší a schodiště stoupá pouze k hodnotě 1

viz obr na tabuli nebo obdelníčkový graf BARPLOT v jazyku R

D4: geometrické rozdělení psti:
(geometric distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$$EX = 0\cdot p(0) + 1 \cdot p(1) + \ \dots = \frac{p}{1-p}$$

- (výpočet integrací řady člen po členu)

vi) Rozptyl veličiny X:

$$DX = (0^2 \cdot p(0) + \ 1^2 \cdot p(1) + \cdots) - \left(\frac{p}{1-p}\right)^2 = \frac{p}{(1-p)^2}$$

Příklady D4 = geometrického rozdělení psti:

a) *X= počet hodů kostkou před prvním padnutím šestky*
b) *X= počet dnů bezporuchového provozu před první poruchou linky (pst poruchy linky v každém dni je stále stejná a nezávislá na předchozích dnech*

Značíme zhruba: $X \sim Geom(p)$

Geom(p) v jazyku R: pozor, ve vzorcích p=5/6, ale R potrebuje p=1/6 (tj. R uziva spise 1-p)

X= počet hodů kostkou před prvním padnutím šestky

- *x <- c(0:30) # je def pro nekonecne mnoho x, ale pocitac se musi omezit na konecne mnoho*
- *px <- dgeom(x,1/6) # spocte psti Geom (p=1/6) pro hodnoty z vekt x*
- *plot(px,pch=16) # nakresli pstni funkci, "pch=16" jsou tucne tecky*

Popis osy x je posunuty, nevim jak to spravit

- *Fx <- pgeom(x,1/6) # spocte schody distribucni funkce (kumul.fce)*
- *barplot(Fx, col=6:7) # nakresli distrib fci F – horni strany tech obdelnicku*

col=6:7 … pouze meni barvu obdelnicku … strida barvy 6 a 7

Geom(p) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- *qgeom(0.95,1/6) # spocte 0.95-kvantil hodnot rozd Geom (p=1/6)*

- *gengeom <- rgeom(1000,1/6) # do vektoru gengeom nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Geom(1/6) …. rgeoom = random geom*

- *table(gengeom) # spocitaji se cetnosti nahodne gener hodnot velic X*

D5: Poissonovo rozdělení psti:
(Poisson distribution)

i) X = počet výskytů jisté nepravidelné „náhodné události" (příchod zákazníka do fronty v supermarketu, narození dítěte v jisté porodnici, apod.) za jednotku času; přičemž λ= průměrný počet těchto výskytů za jednotku času

- Předpoklady modelu: a) zdroj událostí je dosti velký (tisíce a víc)

b) Následujíci výskyt události je nezávislý na předchozím výskytu

c) Počet událostí v intervalu (t; t+h) nezávisí na počtu výskytů před okamžikem t (tzv. forgetfulness property = zapomnětlivost)

ii) X $\in\{0,1,2,3, \ldots\}$ teoreticky až do nekonečna

D5: Poissonovo rozdělení psti:
(Poisson distribution)

iii) Pstní funkce: p(k)= $\frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$

pro k = 0,1,2, …

- Přesné odvození např. viz text Matematika 3 (na internetu: Fajmon, Hlavičková, Novák, 2014, str. 203-206)

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo v jazyku R – viz příklad, co bude následovat

D5: Poissonovo rozdělení psti:
(Poisson distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

Má schody různých výšek, schodů je nekonečně mnoho, ale nesměřují až „do nebe“, nýbrž jsou stále menší a schodiště stoupá pouze k hodnotě 1

viz obr na tabuli nebo obdelníčkový graf BARPLOT v jazyku R

D5: Poissonovo rozdělení psti:
(Poisson distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

EX = $0 \cdot p(0) + 1 \cdot p(1) + \ldots = \lambda$

(s využitím rozvoje funkce e^x v Taylorovu řadu)

vi) Rozptyl veličiny X:

DX = $(0^2 \cdot p(0) + 1^2 \cdot p(1) + \cdots) - \lambda^2 = \lambda$

Příklady D5 = Poissonova rozdělení psti:

a) *X= počet návštěvníků restaurace za jednotku času*
b) *X= počet narozených dětí v jisté porodnici za jednotku času*
c) *X = počet průjezdů auta jistým místem na silnici za jednotku času*

Značíme zhruba: $X \sim Po(\lambda)$

Po(λ) v jazyku R:

X= počet návštěvníků restaurace za jednotku času

- *x <- c(0:50) # je def pro nekonecne mnoho x, ale pocitac se musi omezit na konecne mnoho*
- *px <- dpois(x,20) # spocte psti Po(λ =20) pro hodnoty z vekt x*
- *plot(px,pch=16) # nakresli pstni funkci, "pch=16" jsou tucne tecky*

Popis osy x je posunuty, nevim jak to spravit

- *Fx <- ppois(x,20) # spocte schody distribucni funkce (kumul.fce)*
- *barplot(Fx, col=6:7) # nakresli distrib fci F – horni strany tech obdelnicku*

col=6:7 … pouze meni barvu obdelnicku … strida barvy 6 a 7

Po(λ) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- *qpois(0.95,20) # spocte 0.95-kvantil hodnot rozd Po(λ =20)*

- *genpois <- rpois(1000,20) # do vektoru genpois nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Po(λ=20) …. rpois = random pois*

- *table(genpois) # spocitaji se cetnosti nahodne gener hodnot velic X*

Rekapitulace otázek:

19: diskrétní rovnoměrné rozdělení psti … D1

20: Alternativni rozdělení psti … D2

21: Binomické rozdělení psti … D3

22: geometrické rozdělení psti … D4

23: Poissonovo rozdělení psti … D5

Nyní se podívejme na tři spojitá rozdělení psti

S1: Exponenciální rozdělení psti

(exponential distribution)

i) X = doba mezi dvěma následnými výskyty jisté nepravidelně se vyskytující „náhodné události“

(příchod zákazníka do fronty v supermarketu, narození dítěte v jisté porodnici, apod.); přičemž λ= průměrný počet těchto výskytů za jednotku času

Tatáž situace jako u Poissonova rozd, ale měříme jinou veličinu

S1: Exponenciální rozdělení psti (exponential distribution)

Předpoklady modelu: a) zdroj událostí je dosti velký (tisíce a víc)

b) Následujíci výskyt události je nezávislý na předchozím výskytu

c) Počet událostí v intervalu (t; t+h) nezávisí na počtu výskytů před okamžikem t (tzv. forgetfulness property = zapomnětlivost)

ii) X ∊ R^+ (teoreticky jakékoli kladné reálné číslo)

S1: Exponenciální rozdělení psti
(exponential distribution)

iii) P(X∈(a;b>) = $\int_a^b f(x)dx$

kde f je hustota psti daná vzorcem

- $f(x) = 0$ … x < 0

  $\lambda \cdot e^{-\lambda x}$ … x ≥ 0

Přesné odvození viz Fajmon, Hlavičková, Novák 2014, kap. o exponenciálním rozdělení

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo za chvíli v jazyku R

S1: Exponenciální rozdělení psti
(exponential distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

F(x)= 0 … …. …. … x < 0

- 1 − $e^{-\lambda x}$ … x ≥ 0

distribuční funkce – viz obr na tabuli:

S1: Exponenciální rozdělení psti (exponential distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

- $EX = \int_{-\infty}^{0} \mathbf{0} \cdot f(x)\, dx + \int_{\mathbf{0}}^{\infty} \boldsymbol{x} \cdot f(x)\, dx = \frac{1}{\lambda}$

vi) Rozptyl veličiny X:

$DX = \int_{-\infty}^{0} \mathbf{0}^2 \cdot f(x)\, dx + \int_{0}^{\infty} \boldsymbol{x}^2 \cdot f(x)\, dx - (\boldsymbol{EX})^2 = \ldots = \frac{1}{\lambda^2}$

Příklad S1= exponenciálního rozdělení psti:

a) *X= doba mezi dvěma následnými příchody zákazníků do restaurace*

b) *X= doba mezi dvěma narozeními dítěte v jisté porodnici*

c) *X = doba mezi dvěma následnými průjezdy aut jistým místem na silnici*

Značíme zhruba: $X \sim Exp(\lambda)$

Exp (λ) v jazyku R:

X= doba mezi dvěma narozeními dítěte … λ = 4 za den

- *x<- seq(0,3,0.01) # vytvori vektor hodnot od 0 do 3 s krokem 0.01*

 # teorie vede az do ∞, ale pocitac se musi omezit na konecne mnoho

- *plot(x,4*exp(-4*x),type="l") # nakresli hustotu, spoji body, "l" = linka, tj. spojitá čára*

- *plot(x,1-exp(-4*x), type="l") # nakresli distrib fci F*

Exp(λ) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- *qexp(0.95, 4) # spocte 0.95-kvantil hodnot rozd Exp (λ =4)*
- *genexp <- rexp(1000,4) # do vektoru genexp nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Exp(4) …. rexp = random exponential*
- *table(genexp) # spocitaji se cetnosti nahodne gener hodnot velic X*

S2: Rovnoměrné spojité rozdělení psti (uniform distribution)

i) X = veličina, kterou měříme v intervalu (a;b) … každá z hodnot intervalu má stejnou šanci být naměřena

ii) $X \in (a;b)$

S2: Rovnoměrné spojité rozdělení psti **(uniform distribution)**

iii) P(X∈(a;b>) $=\int_a^b f(x)dx$

kde f je hustota psti daná vzorcem

- $f(x) = 0$ … mimo interval (a;b)

  $\frac{1}{b-a}$ … x ∈ (a;b)

Obrázek – popřípadě na tabuli nebo za chvíli v jazyku R

S2: *Rovnoměrné spojité rozdělení psti* (uniform distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

F(x)= 0 … …. …. … x ≤ a

$\frac{x-a}{b-a}$ ….. x ∈ (a;b)

1 … x ≥ b

S2: Rovnoměrné spojité rozdělení psti
(uniform distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

$EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\, dx = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a}\, dx \ldots = \frac{a+b}{2}$

vi) Rozptyl veličiny X:

$DX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\, dx - (EX)^2 = \int_a^b x^2 \cdot \frac{1}{b-a}\, dx - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \ldots$ atd.

Příklad S2= rovnoměrného rozdělení psti:

a) *X= doba příchodu člověka, o které nemáme žádnou informaci, pouze že přijde v daném intervalu*

b) *X= množství zboží koupeného v daný den MĚŘENO NA VÁHU – a prodáváme nově v dané lokalitě, nemáme informaci o tom, kolik se prodá … jakékoli prodané množství je stejně pravděpodobné*

Značíme zhruba: $X \sim Ro(a;b)$

Ro(a;b) v jazyku R:

X= blíže neurčená doba dodání balíku v intervalu (8 hod; 16 hod)

- *x<- seq(8,16,0.01) # ulozi do vektoru x dostatecne mnoho bodu z int*
- *plot(x,x-x+1/8,type="l") #oklamani R, aby nakreslil konstantni funkci 1/8*
- *w<-seq(0,8,0.01); y<-seq(16,24,0.01)*

 # w,x,y … intervaly pro ruzne vzorce distribucni funkce

- *plot(c(w,x,y), c(w-w+0,x/8-1,y-y+1) # nakresli distrib fci F … museli jsme ji spocitat a zadat vzorcem*

Ro(a;b) v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- *qunif(0.95, 8,16) # spocte 0.95-kvantil hodnot rozd Ro(8:16)*
- *genunif <- runif(1000,8,16) # do vektoru genunif nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni Ro(8,16) …. runif = random uniform*

Pro vytvoření rozumných četností bychom museli z vektoru genunif vytvořit intervalové rozdělení četností – viz cvičení 2

S3: Normální rozdělení psti
(normal distribution)

i) X = veličina, která vznikne jako součet řady různých vlivů (např. IQ, výška člověka, výška stromů v lese, teplota v daném místě, atd.)

ii) $X \in \mathrm{R}$

Značíme zhruba: $X \sim No(\mu;\sigma^2)$

S3: Normální rozdělení psti
(normal distribution)

iii) $P(X \in (a;b>) = \int_a^b f(x)dx$

kde f je hustota psti daná vzorcem

- $f(x) = 0 \ldots \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ … pro jakékoli reálné x

S3: Normální rozdělení psti
(normal distribution)

iv) Kumulativní pstí funkce = distribuční funkce F(x):

F(x)=$\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ … pro x reálné

- Hodnoty tohoto integrálu nelze vyjádřit konečným vzorcem – musíme rozvinout v nekonečnou řadu, nebo integrovat numericky (= rozdělit obsah plochy na malé obdélníčky a spočítat přibližně součet jejich obsahů)

P(X∈(a;b>) =$\int_{a}^{b} f(x)dx$ = F(b)-F(a) … takto budeme počítat!!

S3: Normální rozdělení psti
(normal distribution)

v) Střední hodnota veličiny X:

- EX = $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\, dx = \ldots = \mu$

vi) Rozptyl veličiny X:

DX = $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\, dx - (EX)^2 = \ldots = \sigma^2$

$No(\mu;\sigma^2)$ v jazyku R:

X= výška stromu v lese se střední hodnotou 50 m a směro odchylkou 5 m

- *x<- seq(30,70,0.01) # ulozi do vektoru x dostatecne mnoho bodu z intervalu (30; 70)*
- *plot(x,dnorm(x,mean=50,sd=5)) # vykresleni hustoty f*
- *plot(x, pnorm(x,mean=50,sd=5)) # nakresli distrib fci F*

$No(\mu;\sigma^2)$ v jazyku R: kvantily a generování hodnot

- qnorm(0.95, mean=50,sd=5) # spocte 0.95-kvantil rozd No(50:16)

- gennorm <- rnorm(1000,mean=50,sd=5) # do vektoru gennorm nahodne vygeneruje 1000 hodnot rozdeleni No(μ=50;$\sigma^2 = 25$) ....
  - rnorm = random normal

Pro vytvoření rozumných četností bychom museli z vektoru gennorm vytvořit intervalové rozdělení četností – viz cvičení 2

Rekapitulace otázek:

24: exponenciální rozdělení psti

25: spojité rovnoměrné rozdělení psti

26: normální rozdělení psti … tato otázka ještě není ukončena