



Rovnice na ZŠ Lineární rovnice

Mgr. Irena Budínová, Ph.D.

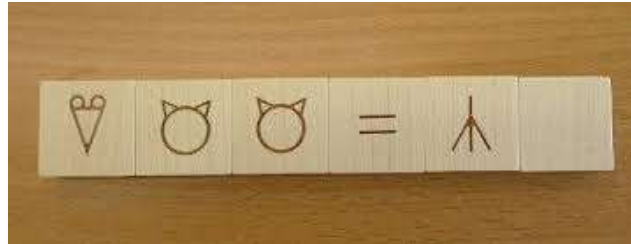
PdF MU

Propedeutika rovnic

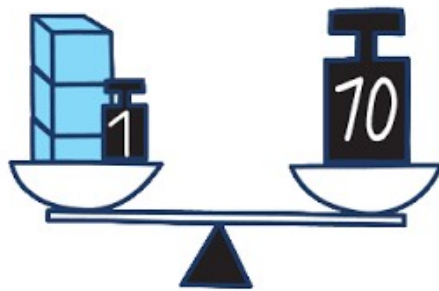
- Nežli začne samotné učivo Rovnice, je důležité, aby žáci byli schopni používat **ekvivalenční myšlení** (rovnice je jako váha, která je v neustálé rovnováze)
- Jestliže žáci setrvávají v implikačním myšlení, je pro ně komplikované pochopit, že rovnítko v rovnici není příkaz k výpočtu

Propedeutika rovnic

- Propedeutika rovnicového a ekvivalenčního myšlení může probíhat od 1. stupně různými typy úloh
- Prostředí v Hejného metodě:
 - Zvířátka dědy Lesoně



- Váhy



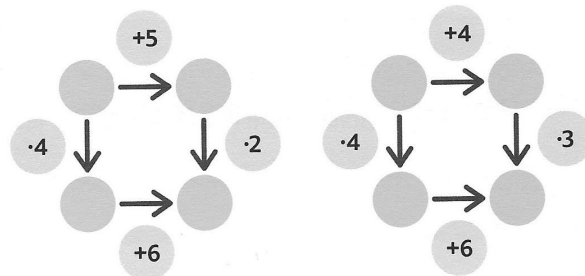
Propedeutika rovnic

- Prostředí v Hejného metodě

- Mincové rovnice

$$\textcircled{5} \textcircled{1} = \bullet \bullet \bullet$$

- Hadi



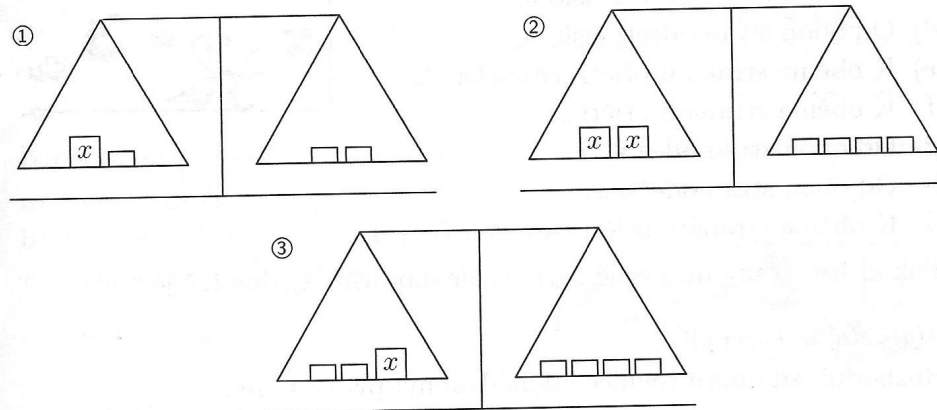
- Obálkové rovnice

Propedeutika rovnice

- V klasické výuce matematiky
 - Úlohy s vahami (Odvárko a Kadleček)

1. Rozvíčka

Na obrázku Pepových „vah“ znázorňuje značka \square 1 gram a \boxed{x} x gramů.

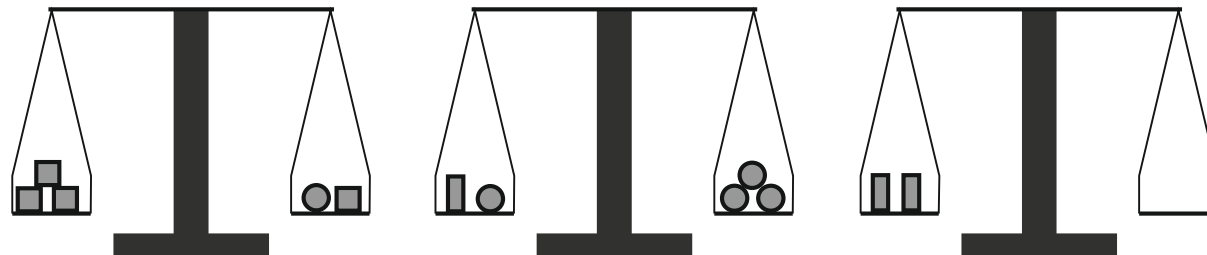


Rozhodni, na kterém z obrázků je znázorněna rovnice

- a) $x + 2 = 4$, b) $x + 1 = 2$, c) $2x = 4$.

Propedeutika rovnic

- Kolik kroužků musíme umístit na pravou stranu poslední váhy, aby nastala rovnováha? Jaká je hodnota jednotlivých útvarů?
(1. stupeň–6. ročník)*



Intuitivní zápis rovnic od 1. stupně

- Žáci jsou mnohdy již na 1. stupni schopni začít stručně zapisovat údaje ze slovních úloh (na obrázku řešení žáka 6. ročníku). Zápisy připomínají rovnice.

Otec je o 9 let starší, než je trojnásobek synova věku. Za 17 let bude otec dvakrát tak starý než jeho syn. Kolik let je otcovi a kolik synovi?

$$\begin{aligned} \text{syn} \cdot 3 &= \text{otec} - 9 \\ 17 \text{ let} &= 1 \cdot \text{syn} + 9 \Rightarrow \underline{\underline{\text{synovi je 8 let}}} \\ \text{oteci je} & \quad 33 \text{ let} \end{aligned}$$

Intuitivní zápis rovnic od 1. stupně

- Žáci na zkracování slov často používají první velké písmeno
- Řešení žákyně 5. ročníku (symbolicky zapsáno, řešeno experimentálně)

3. Maminka s tatínkem váží dohromady 140 kg, tatínek s Ondrou váží dohromady 116 kg a maminka s Ondrou váží dohromady 96 kg. Kolik kilogramů váží každý z nich? Uveď postup, jak jsi počítal/a.

$$M+T = 140 \text{ kg}$$

$$T+O = 116 \text{ kg}$$

$$M+O = 96 \text{ kg}$$

$$116 - 36 = 80$$

$$96 - 36 = 60$$

$$\begin{array}{r} T \\ 80 \end{array} \quad \begin{array}{r} M \\ 60 \end{array} \quad \begin{array}{r} O \\ 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ - 80 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \\ - 24 \\ \hline 92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \\ - 36 \\ \hline 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \\ - 96 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \\ - 90 \\ \hline 26 \end{array}$$



Rovnost

- **Rovnost** je „binární relace a určujeme, zda daná dvojice čísel do relace patří nebo nepatří, tedy zjišťujeme pravdivost výroku pro daná čísla“ .
- Jedná se o relaci, která je:
 - reflexivní, tj. pro každé a z dané množiny $a = a$
 - symetrická, tj. pro každé a, b z dané množiny platí: jestliže $a = b$, pak $b = a$
 - tranzitivní, tj. pro každé a, b, c , z dané množiny platí: jestliže $a = b$ a zároveň $b = c$, pak $a = c$.
- tedy je to **relace ekvivalence**.

Rovnice

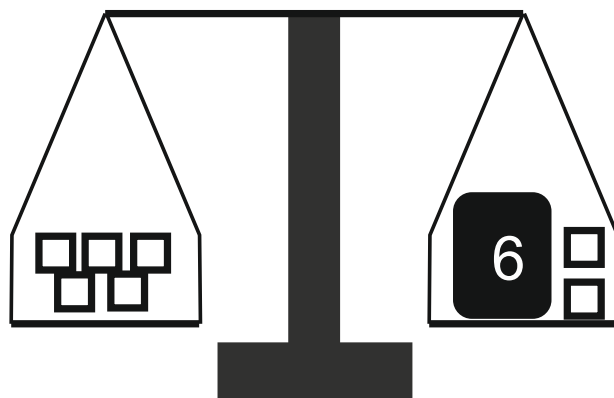
- **Rovnice** je
 - a) zápis rovnosti dvou výrazů, z nichž alespoň jeden obsahuje neznámou,
 - b) výroková forma $A(x)$, jejíž obor pravdivosti hledáme.
- Na ZŠ se žáci seznamují s **lineární rovnicí s jednou neznámou** a s některými rovnicemi, které na ni vedou.
- Pro žáky je výhodou vycházet z aritmetických dovedností (úlohy rovnicového charakteru)

Lineární rovnice o jedné neznámé

- Rovnice typu $ax+b=0$.
- Tato rovnice může mít vzhledem ke koeficientům a, b
 - nekonečně mnoho řešení,
 - žádné řešení,
 - právě jedno řešení.
- Při výuce postupujeme od nejjednodušších tvarů rovnice, postupně zavádíme nové jevy.

Postupné zavádění symboliky pomocí úloh s vahami

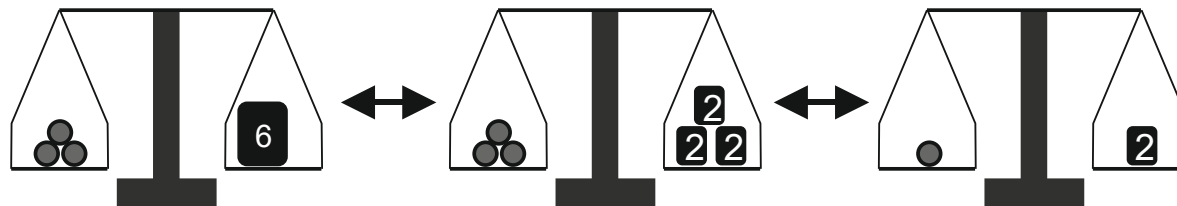
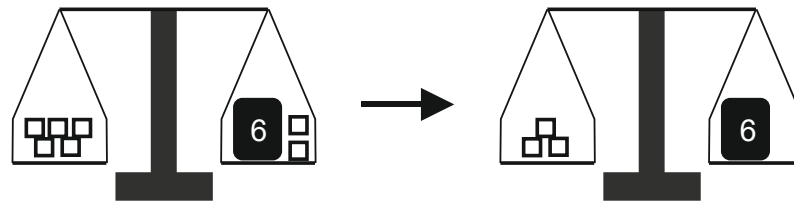
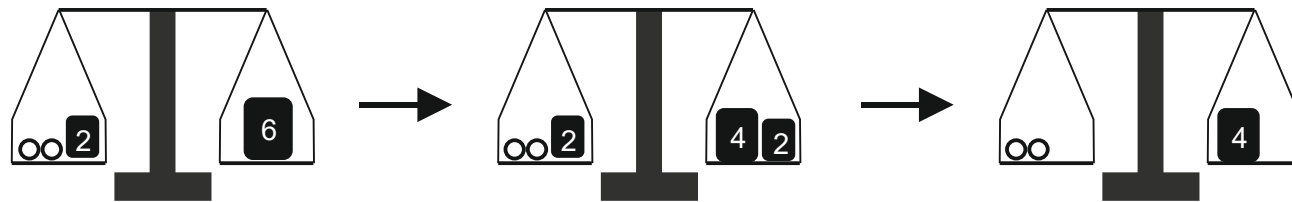
- U váhy můžeme domluvit následující symboliku: neznámé závaží ... **neznámá** ... označíme x , známé závaží má udanou číselnou hodnotu ... **číslo**.



Ekvivalentní úpravy rovnic

- Jedná se o takové úpravy celé rovnice, při jejichž použití mají rovnice před úpravou a po úpravě stejné kořeny (rovnice původní a rovnice upravená mají stejnou množinu všech řešení).
 - záměna obou stran rovnice
 - přičtení (odečtení) stejného čísla nebo stejného výrazu k oběma stranám rovnice
 - vynásobení obou stran rovnice stejným číslem různým od nuly nebo stejným mnohočlenem, který má pro každou proměnnou hodnotu různou od nuly
 - vydělení obou stran rovnice stejným číslem různým od nuly nebo stejným mnohočlenem, který má pro každou proměnnou hodnotu různou od nuly.

Vyvození ekvivalentních úprav pomocí úloh s vahami



Řešení rovnice

- Při řešení rovnice hledáme její **kořen** – číslo, které po dosazení za neznámou změní rovnici v rovnost.
- Postupujeme podle **algoritmu** – přesné posloupnosti kroků, jejímž cílem je nalezení neznámé.
- Rovnici je potřeba upravovat jako celek – to nekoresponduje s dosavadními používanými aritmetickými metodami

Řešení lineární rovnice

- V úvodu učiva pracujeme souběžně s vahami a s rovnicí.
- Ekvivalentní úpravy provádíme nejdříve na váze a pak s rovnicí.
- Začínáme jednoduchými rovnicemi a postupujeme krok za krokem:
- $x + 3 = 7$
- $3x + 1 = x + 3$
- $x - 3 = 2x + 2$

Řešení lineární rovnice

- Ekvivalentní úpravy, které provádíme s celou rovnicí, je nutné ze začátku zdůrazňovat:

$$3x - 2 = 16$$

$$3x - 2 + 2 = 16 + 2$$

$$3x : 3 = 18 : 3$$

$$x = 6$$

- Vždy provádíme zkoušku správnosti z důvodu eliminace numerické chyby dosazením kořene do obou stran rovnice.

Literatura

- Bečvář, J., Bečvářová, M., Vymazalová, H.: *Matematika ve starověku. Egypt a Mezopotámie*. Edice Dějiny matematiky, 23. svazek. Praha: Prometheus, 2003
- Budínová, I. (2018). *Přístupy nadaných žáků 1. a 2. stupně ZŠ k řešení některých typů úloh v matematice*. MU
- Czudek, P. a kol.: *Slovní úlohy řešené rovnicemi. 555 úloh pro žáky a učitele ZŠ, studenty a profesory SŠ*. Praha: sdružení podnikatelů HAV, 1998
- Hejný, M.: *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Pdf UK, Praha 2014. ISBN 978-80-7290-776-2
- Tipps, S., Johnson, A., Kennedy, L. M.: *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Wadsworth, Cengage Learning, 2011