

Vyučování matematiky pro nadané

Jakub Kuffa



Osnova

- ▶ Úvod
- ▶ Motivace
- ▶ Obohacování - ve školní výuce i mimo ni
- ▶ Ukázky soutěží pro žáky
- ▶ Aktivity a možnosti pro obohacení jak výuky tak volného času nadaných žáků

ÚVOD

- ▶ Široké možnosti, jak pracovat s nadanými
- ▶ Mnoho soutěží a mimoškolních aktivit
- ▶ Práce s nadanými vyžaduje jejich pochopení a pozitivní přístup
- ▶ Potřeba neustálé aktivity
- ▶ Vytvoření kladného vztahu mezi žákem a učitelem



Motivace

- ▶ Nenechat žáka se nudit po delší dobu
- ▶ Podávat vyučování i zábavnější formou
- ▶ Zjistit co ho baví ve výuce a podporovat ho v tom
- ▶ Snaha zdokonalit žáka v předmětu, najít jeho limity a posunout je
- ▶ Podpora žáka v rozmanitosti řešení úloh
- ▶ Nespěchat na žáka, nechat ho prozkoumat úkol do hloubky
- ▶ Pracovat s chybou



Obohacování - Školní

- ▶ Pomocí složitějších, nebo nestandardních úloh
- ▶ Možnost připravit hodinu podle představ nadaného žáka
- ▶ Implementování matematicko-logických her do výuky
- ▶ Zapojení žáka do výuky, může radit a pomáhat spolužákům
- ▶ Přesun žáka do vyšších tříd ve výuce matematiky
- ▶ Soutěže



Obohacování - Mimoškolní

- ▶ Zájmové aktivity
- ▶ Mensa České republiky
- ▶ Letní tábory s výukou



Soutěže

- ▶ Matematický klokan
- ▶ Logická olympiáda
- ▶ Matematická olympiáda
- ▶ Pythagoriáda
- ▶ Pangea
- ▶ Jáma Lvová
- ▶ Brloh



Matematický klokan

- ▶ Soutěž pro žáky jakéhokoliv stupně základní i střední školy
- ▶ Nepostupová soutěž
- ▶ Úlohy podle obtížnosti za 3, 4 nebo 5 bodů



Matematický KLOKAN 2022

www.matematickyklokan.net

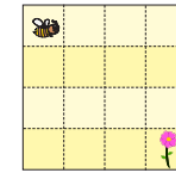
kategorie Klokánek



Úlohy za 3 body

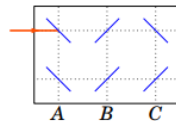
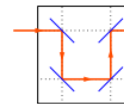
1. Která z cest zavede včelku na květinu?

- (A) $\downarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow$ (B) $\rightarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow$ (C) $\rightarrow\rightarrow\downarrow\downarrow\downarrow$
(D) $\rightarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow\rightarrow$ (E) $\downarrow\rightarrow\rightarrow\downarrow\downarrow\downarrow$



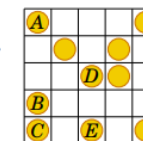
2. Na levém obrázku vidíš, jak zrcadla odrážejí paprsek laseru. Kterým bodem projde odrážený paprsek na obrázku vpravo?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



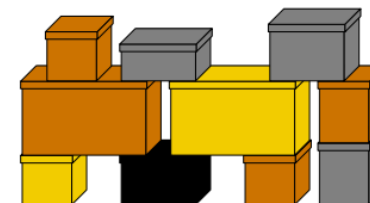
3. V každém řádku a v každém sloupci mají být právě dvě mince. Kterou minci musíš přemístit do některého prázdného pole?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



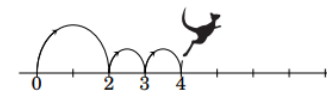
4. Kolik nejméně krabic musí David přemístit, aby mohl otevřít černou krabici?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



5. Klokan Tom doskáče po číselné ose od 0 na číslo 16. Pravidelně střídá dlouhý skok se dvěma krátkými. Kolik skoků udělá?

- (A) 4 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 12



Logická olympiáda

- ▶ Pro všechny již od mateřské školy
- ▶ Postupová soutěž
- ▶ Zaměřená jenom na logické uvažování



Matematická olympiáda

- ▶ Pro žáky základních a středních škol (jenom 1. a 2. ročník)
- ▶ Hlavní důraz na postup počítání a jeho vysvětlení
- ▶ Postup až do mezinárodních kol

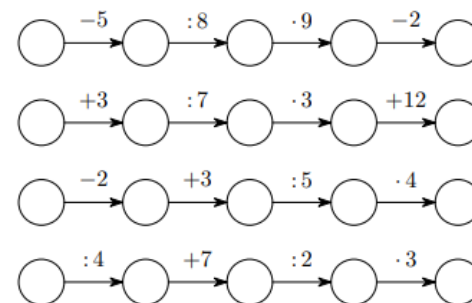


Matematická olympiáda

I. kolo kategorie Z5

Z5-I-1

Do kruhových políček doplňte přirozená čísla od 1 do 20 tak, aby každé číslo bylo použito právě jednou a současně platily všechny uvedené vztahy. (M. Smitková)



Z5-I-2

Trpaslíci natírali krychlové kostky zelenou a bílou barvou tak, že každá stěna byla celá obarvena jednou z těchto dvou barev. Po chvíli si všimli, že některé obarvené kostky vypadají po vhodném pootočení zcela stejně a začali je podle tohoto hlediska třídit do skupin (ve stejné skupině jsou stejně obarvené kostky).

Kolik nejvýše skupin mohli takto dostat?

(I. Jančígová)

Z5-I-3

Adámek přepočítával svoji sbírku duhových kuliček. Zjistil, že je může rozdělit do stejně početných hromádek, a to vícero způsoby. Kdyby je rozděлил do tří hromádek, bylo by v každé hromádce o osm kuliček víc, než by bylo v každé hromádce při dělení do čtyř hromádek.

Kolik měl Adámek duhových kuliček?

(E. Semerádová)



Pythagoriáda

- ▶ Soutěž pro 2. stupně základních škol
- ▶ Školní a okresní kola



Jméno a příjmení: Třída: Celkový počet bodů:

PYTHAGORIÁDA 2022/2023

ŠKOLNÍ KOLO PRO 6. ROČNÍK – zadání

1. Káťa s Tomem jsou sousedi, kteří mají společného koníčka – vesmír. Oba rádi navštěvují hvězdárnu, která je od jejich domu vzdálená jen 750 metrů. Tom navštívil hvězdárnu během léta celkem pětkrát a Káťa dokonce sedmkrát. Kolik kilometrů při tom oba dohromady celkem urazili?

Dohromady ušli km.

2. Nad hlavní bránou hvězdárny je vyryto MCMLIX. Jedná se o rok založení hvězdárny zapsaný římskými číslicemi. Zapiš tento letopočet arabskými číslicemi.

Hvězdárna byla založena roku

3. Káťa se dozvěděla, že světlo z hvězdy Polárky k nám putuje 433 let. Vypočítej, kolik je to dnů. Výsledek správně zaokrouhli na tisíce (díky zaokrouhlení nemusíš počítat s přesným počtem přestupných let).

Světlo z Polárky k nám letí dnů.

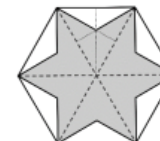
4. Tom má dalekohled schovaný v zamčeném kufříku. K jeho otevření slouží čtyřmístný kód. Tím je největší možné sudé čtyřciferné číslo složené z různých číslic, které má vyšší číslici na místě desítek než na místě stovek.

Kód ke kufříku je

5. O víkendu se na hvězdárně konal festival. Vstupné pro dítě stálo 40 Kč. Káťa platila padesátikorunou. Kolika způsoby může paní pokladní Káti vrátit? Možnosti se od sebe liší různými druhy a počty mincí. Jedna z možností je např. pětikoruna, dvoukoruna a tři koruny.

Pokladní může vrátit způsoby.

6. Na jednom ze stánků se vyráběly hvězdy z pravidelných papírových šestiúhelníků, které vidíš na obrázku. Kolik nejvýše takových hvězd je možné vyrobit z deseti šestiúhelníků? **Hvězdy nemusí nutně být jen z jednoho kusu papíru.**



Z deseti šestiúhelníků lze vyrobit nejvýše hvězd.

7. Stánky na festivalu byly očíslovány zvláštní řadou čísel. Prvních sedm mělo následující čísla. Pomocí stejného pravidla napiš čísla následujících tří stánků.

1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ...

Další tři stánky měly postupně tato čísla



Jáma Lvová

- ▶ Matematicko-informatická soutěž od univerzity ČVUT
- ▶ Soutěž pro 2. stupně základních škol
- ▶ Pro nejlepších 12 řešitelů letní tabor - několik kol za rok



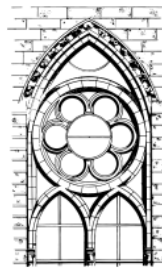
JÁMA LVOVÁ

Zadání 3. kola
XIV. ročník

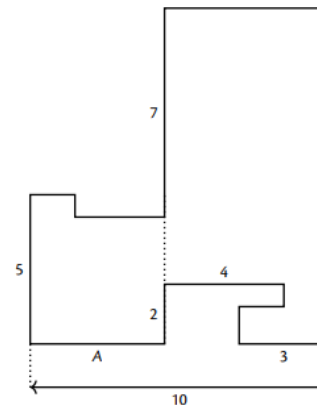
Kategorie mladší

Úloha 1A Architektonická záhada

(5 bodů)



Pan Liška si chce postavit svůj nový dům. Rozhodl se, že jeho půdorys bude vypadat jako na obrázku 1. Některým stěnám určil jejich délku, avšak jednu stěnu ponechal označenou jen jako proměnnou A , kterou bude moci stanovit později dle libosti.



Obrázek 1: Půdorys domu. Všechny stěny spolu svírají pravý úhel a zdi spojené přerušovanou čarou leží v jedné rovině.

Než začne stavět, potřebuje pan Liška znát obvod domu – od toho se totiž odvíjí potřebné množství stavebního materiálu. Pan Liška je navíc nadšeným matematikem, a rád by proto obvod vyjádřil pomocí *funkce*, do které se bude dosazovat délka stěny A . (Funkce je často vyjádřena výrazem obsahujícím proměnnou, tedy např. $3A^2 + 4A + 3$ nebo $2023A - 1$.)

Nalezni funkci, která při dosazení délky stěny A dává obvod nového domečku pana Lišky. Uveď postup odvození této funkce a odůvodni, proč je tento postup správný.

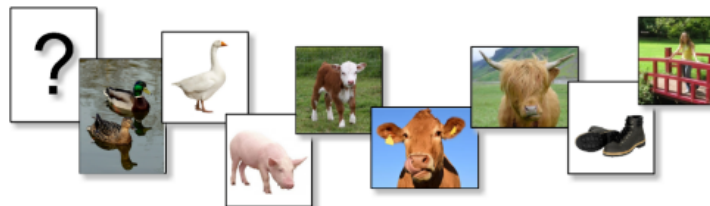


Brlloh

- ▶ Týmová logická soutěž
- ▶ Soutěž pro 2. stupně základních škol
- ▶ Pořádá Masarykova univerzita
- ▶ 5 kol

1. Chybějící

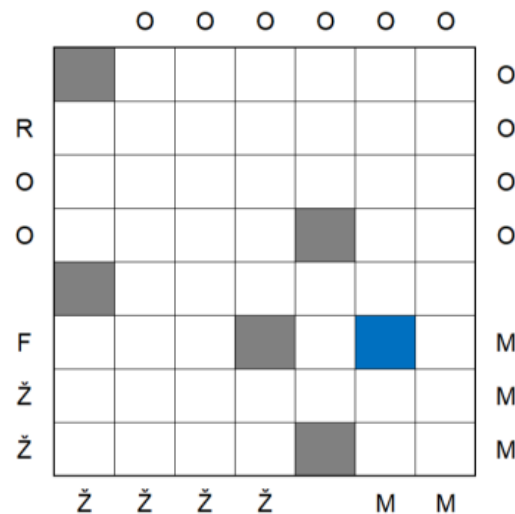
Zadání: Co chybí?



Forma odpovědi: Podstatné jméno. Například pes

2. Šestibarevný had

Zadání: Had prolézá po polích hrací plochy tak, že se tyto pole nedotýkají ani rohy. Vždy když narazí na šedé pole, vyleze pod hrací plochu, vyleze v nějakém jiném poli a změni barvu (žlutá, modrá, fialová, zelená, růžová, oranžová - had má všechny tyto barvy). Písmena na okrajích říkají, jaká první barva hada lze vidět, pokud si stoupneme v daném směru. Poslední políčko hada je modré vyznačené. Šedá políčka (tam, kde had projde plochou směrem dolů, se počítají jako políčka hada).

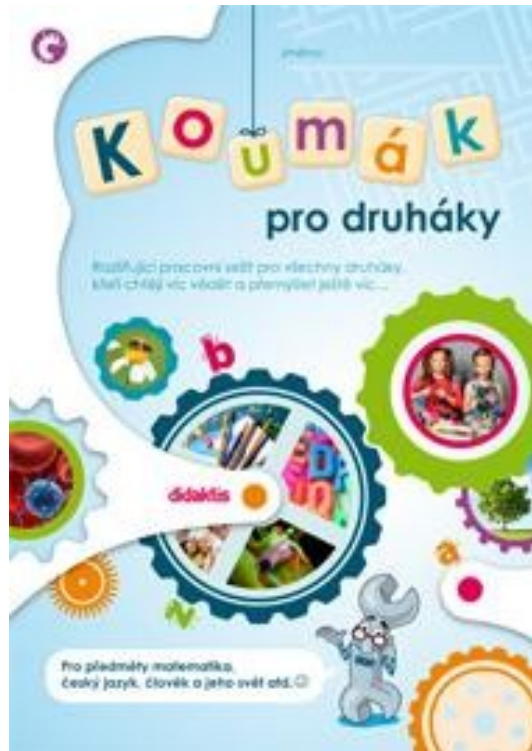


Forma odpovědi: Posloupnost barev ve 3. řádce z vrchu zleva doprava (Ž-žlutá, M - modrá, O - oranžová, Z - zelená, F - fialová, R - růžová, X - žádná barva). Například RRZZŽŽM



Aktivity a úlohy

- ▶ Časopis Koumák
- ▶ Pro 1. stupeň základních škol
- ▶ Komplexnější úlohy s různými tématy



6a Na této dvoustraně získáš několik informací o robotech. První z nich se dozvíš, když vypočítáš příklady, k výsledkům zapíšeš písmena z šifrovací tabulky vpravo a vytvořená slova doplníš do věty dole.

48 + 21 =	12 + 16 + 12 =
56 + 32 =	21 + 44 + 23 =
33 + 25 =	65 + 12 + 13 =
43 + 36 =	15 + 32 + 32 =
75 + 12 =	23 + 23 + 23 =
100 - 10 - 9 - 11 - 12 =	
100 - 40 - 15 - 0 - 1 =	
100 - 2 - 11 - 17 - 12 =	

Slovo robot poprvé použil český spisovatel _____ v divadelní hře _____.

6b Vypočítej číselnou hodnotu symbolů a pak k nim zapíš správné písmeno z šifrovací tabulky na předchozí straně. Vyluštěné slovo doplň do věty pod příklady. Pozor, slovo přepisuj do věty směrem odspodu nahoru!

□□□□□□□ = ☆	☆ =
☆ = □	□ =
♥ = □□□□□□□□	♥ =
♥ = □□□□□□□□	♥ =
☺ = □□□□□	☺ =
☆ = □	☆ =
□ = ∞	□ =
△ = □□□□□□	△ =
□ = □□□□□□	□ =
□ = □□□□□□	□ =
□ = □□□□□□	□ =
□ = □□□□□□	□ =
□ = □□□□□□	□ =
□ = □□□□□□	□ =
□ = □□□□□□	□ =

Současným největším světovým výrobcem robotů je _____.

6c Podtrhni ve větách slova, která označují, jak roboti pracují a co dělají každý den. Spočítej a zapíš, kolik je v těchto slovech celkem písmen. K celkovému počtu písmen přičti 1 911 a výsledek doplň dolů do první věty. Pak doplň i druhou větu.

ROBOTI SE NIKDY NEUNAVÍ _____
 A NENUDÍ A PRACUJÍ PŘESNĚ _____
 A NEOMYLNĚ. KAŽDÝ DEN SVARUJÍ, _____
 ŠROUBUJÍ, ŘEŽOU, VRTAJÍ, _____
 BALÍ A LAKUJÍ. _____

Robot byl poprvé použit ve firmě General Motors ve Spojených státech amerických v roce _____. Od té doby uběhlo již _____ let.

Firma General Motors vyrábí _____.

6d Firma General Motors stále existuje. Vypočítej příklady a k výsledkům zapíš písmena z šifrovací tabulky. Vyluštěné slovo doplň do věty dole.

(4 + 9) + 75 =
31 + (2 + 11) =
(2 + 9) + 34 =
62 + (9 + 9) =
(6 + 5) + 41 =
(8 + 8) + 64 =
(12 + 8) + 78 =
10 + (5 + 8) =
74 + (6 + 7) =
(7 + 8) + 71 =

Firma General Motors vyrábí _____.

6e Pomoz robotu Okáčkovi najít cestu k jeho nejlepšímu kamarádovi. Správná cesta vede po příkladech, jejichž výsledek je 28 nebo 36. K Okáčkovi kamarádovi napiš jméno, které se k němu podle tebe hodí.

39 + 26	54 + 45	36 - 28	88 - 52
34 - 12	75 - 47	12 + 16	63 - 35
47 - 34	57 - 29	26 + 11	67 - 28
53 - 16	92 - 56	19 + 17	99 - 63
96 - 69	65 - 26	43 - 36	15 + 21
14 + 79	54 - 18	36 - 8	13 + 15
45 - 19	17 + 19	14 + 57	49 - 17

Okáčkův kamarád se jmenuje _____.

6f Roboti jsou častými postavami ve filmech. Mnohdy tam mají vlastní inteligenci, dokážou prožívat city a vypadají téměř jako lidé. Takovému robotovi se říká android. Problémní si neúplné příklady dole. Využij šifrovací tabulku na předchozí straně a k písmenům tajemky zapíš čísla. Pak podle zadáných podmínek u jednotlivých sloupců vytvoř vlastní příklady. Pozor, v jednom řádku se nesmí opakovat stejná čísla!

A	=	+	-
N	=	-	+
D	=	+	-
R	=	-	+
O	=	+	-
I	=	-	+
D	=	+	-

V tomto sloupci bude jednočíselné nebo dvočíselné číslo.
 V tomto sloupci bude dvočíselné číslo.
 V tomto sloupci bude jednočíselné nebo dvočíselné číslo.

Mindstorms EV3

- ▶ Informaticko-logické zaměření
- ▶ Žák si může vyzkoušet stavbu robota a logicky ho naprogramovat
- ▶ Programování pomocí logického propojování bloků
- ▶ Možnost přípravy i těžších projektů



The screenshot shows the EV3Storm software interface. The main workspace contains a logic programming block with a 'Target' block and a 'Switch' block. The 'Switch' block is connected to a 'Sound' block. A tooltip on the right side of the screen provides instructions: 'Place a Sound block inside the true case of the Switch block. Select the Up sound.' The interface also shows a 'Program' window and a status bar at the bottom with 'EV3' and 'Firmware: V1.03H'.



Matematický adventní kalendář

- ▶ Aktivita na začátek hodiny během adventu
- ▶ Na každý den dva příklady - lehčí a těžší
- ▶ Odměny za vyřešení příkladu
- ▶ Zapojení celé třídy

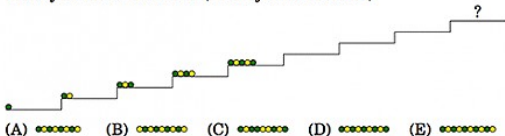


Příklady ze soutěží

- Obohacení výuky o složitější příklady z matematických soutěží
- Implementování do výuky nejen pro nadané

Úlohy za 4 body

7. Zdeňka rovná kuličky podle zvoleného pravidla. V jakém pořadí dá kuličky na místo otazníku? (Podívej se na obrázek.)



8. Babička vyšla na dvůr a přivolala všechny svoje slepice a kočku. K babičce přispěchalo 20 nožek. Kolik slepic má babička?

- (A) 11 (B) 9 (C) 8 (D) 6 (E) 4

9. Lucčiny slepičky snáší bílá a hnědá vajíčka. Lucka chce dát do krabice na obrázku 6 vajíček tak, aby se žádná dvě hnědá vajíčka nedotýkala. Urči největší možný počet hnědých vajíček v krabici.



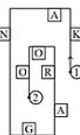
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10. V domě je 12 pokojů. Každý pokoj má dvě okna a jedno světlo. Minulou noc bylo vidět světlo v osmnácti oknech. V kolika pokojích bylo zhasnuto?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

11. Maruška jde po cestě z místa 1 do místa 2 a zapisuje si písmena, která vidí po pravé straně. Která písmena má na konci zapsána?

- (A) KNAO (B) KNGO (C) KNR
(D) AGRO (E) KAO



12. Agátka a Evička mají dohromady 12 let. Kolik let budou mít dohromady za 4 roky?

- (A) 16 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 48

Z5-I-1

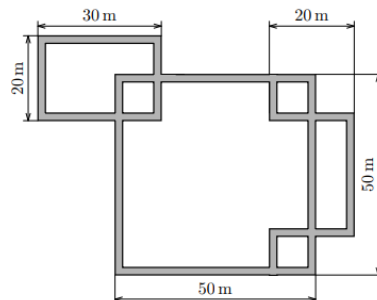
Naše slovenská babička nakupovala v obchodě, ve kterém měli jen jablka, banány a hrušky. Jablka byla po 50 centech za kus, hrušky po 60 centech a banány byly levnější než hrušky. Babička koupila pět kusů ovoce, mezi kterými byl právě jeden banán, a zaplatila 2 eura a 75 centů.

Kolik centů mohl stát jeden banán? Určete všechny možnosti. (K. Jasenčáková)

Z5-I-2

Všechny cesty v parku jsou metr široké a jsou tvořeny celými čtvercovými dlaždicemi o rozměrech metr krát metr, které k sobě těsně přiléhají. Cesty, u kterých se mají vyměnit všechny dlaždice, jsou schematicky znázorněny na obrázku.

Kolik dlaždic se má vyměnit? (E. Semerádová)



Z5-I-3

Pan král rozdával svým synům dukáty. Nejstaršímu synovi dal určitý počet dukátů, mladšímu dal o jeden dukát méně, dalšímu dal opět o jeden dukát méně a takto postupoval až k nejmladšímu. Poté se vrátil k nejstaršímu synovi, dal mu o jeden dukát méně než před chvílí nejmladšímu a stejným způsobem jako v prvním kole rozdával dál. V tomto kole vyšel na nejmladšího syna jeden dukát. Nejstarší syn dostal celkem 21 dukátů.

Určete, kolik měl král synů a kolik jim celkem rozdál dukátů. (K. Pazourek)

Z5-I-4

Vojta začal vypisovat do sešitu číslo letošního školního roku 2019202020192020... a tak pokračoval pořád dál. Když napsal 2020 číslic, přestalo ho to bavit.

Kolik tak napsal dvojek? (L. Růžičková)



Letní tábory s matematickým zaměřením

- ▶ Letní tábory s programem pro děti a žáky
- ▶ Program prokládán přednáškami a výukou se zaměřením na matematiku
- ▶ Většinou pořádán univerzitami pro základní a střední školy
- ▶ Rozvíjí žákův rozhled v matematice a prohlubuje jeho znalosti
- ▶ Seznámení s lidmi se stejným zájmem o matematiku

Zdroje

- ▶ <https://www.matematickaolympiada.cz/media/3492090/z69i-zadani.pdf>
- ▶ https://www.talentovani.cz/system-podpory-nadani/metodicke-materialy?filter_group_id=&search=&type_id=1
- ▶ <https://deti.mensa.cz/index.php?pg=dotazy&tagid=21&word=matematick%C3%BD+talent>
- ▶ <https://www.matematickaolympiada.cz/>
- ▶ <https://deti.mensa.cz/index.php?pg=tipy--knihy--ucitele>
- ▶ <https://brloh.math.muni.cz/zadani>
- ▶ <https://jamalvova.cz/soutez>
- ▶ <https://www.pythagoriada.cz/>



Děkuji za pozornost

A collection of hand-drawn mathematical symbols, diagrams, and formulas:

- $$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 24 \\ + 12 \\ \hline 144 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 250 \\ - 43 \\ \hline 207 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 50 \overline{) 5} \\ \underline{5} \\ 00 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 238 \\ + 59 \\ \hline 297 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 3,14 \\ \hline \end{array}$$
- $$\frac{1}{10} \quad \frac{2,34}{2/3}$$
- 1234567890x+-÷
- $f(x)$
- AUB
A∩B
- 10km
100m
- $n+1$
- $\sqrt{\sqrt{25}}$
- $x+y$
- $2 \times 2 = 4$
- 100%
- $25 \times 25 = 625$
- ?!
- $2+2=4$
- $6 \times 3 = 18$
 $3 \times 3 = 9$
- π

