



**PEDAGOGICKÁ
FAKULTA**
Masarykova univerzita

Mechanika a molekulová fyzika

Doc. RNDr. Petr Sládek, CSc.

Pedagogická fakulta
Masarykova Univerzita
Poříčí 7, 603 00 Brno



Pro potřeby přednášky zpracováno s využitím www.studopory.vsb.cz materialy html_files

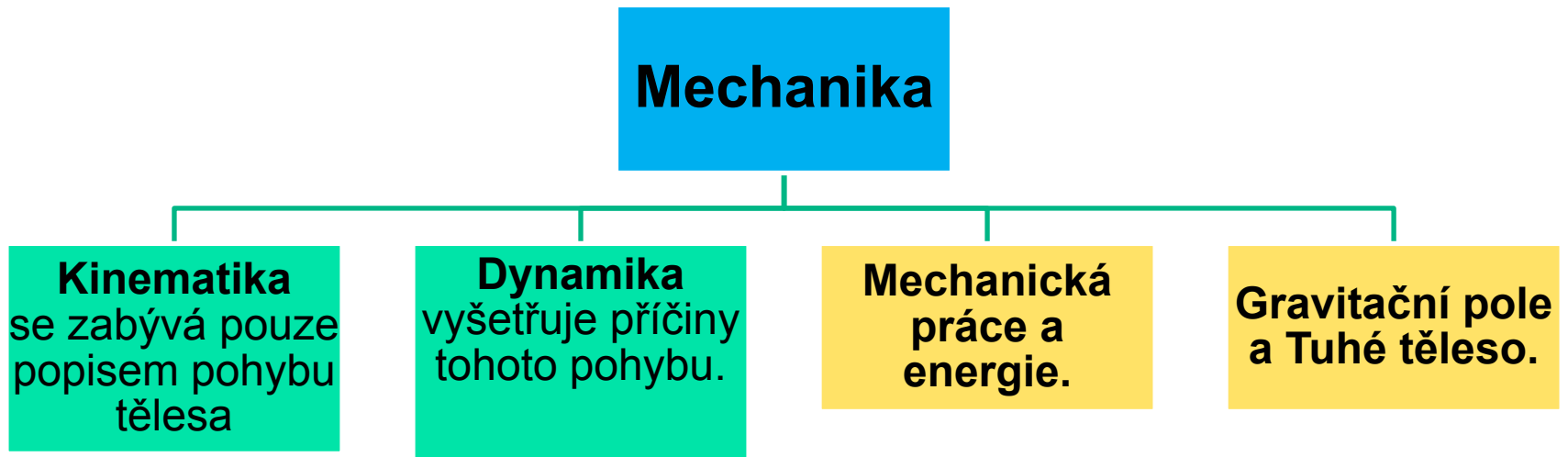
Úvodem

Mechanika

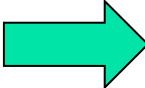


- je to nejstarší obor fyziky zabývající se zákonitostmi mechanického pohybu těles známý již ve starověku.
- je pro studujícího nejsnáze pochopitelný, protože na mechanické jevy naráží každý den. Ne že by se běžně neseťkával i s jinými fyzikálními jevy a zákonitostmi, ale ty nejsou často na první pohled tak zřejmé.
- bez znalosti zákonitosti mechaniky neobejdete při studiu jiných partií fyziky a uplatníte je i u velmi složitých jevů.

Úvodem



Soustava fyzikálních veličin a jednotek

- Postupem času při rozvoji fyzikálních poznatků se používalo k vyjádření velikostí fyzikálních veličin nejrůznějších jednotek. (loket, stadium, míle, versta,..)
- Globalizace světa  nutnost sjednotit všechny jednotky.
- Od roku 1971 byla zavedena Mezinárodní soustava jednotek označovaná zkratkou **SI** (Système International des Unités).
- Soustava SI obsahuje sedm základních fyzikálních jednotek a tomu odpovídajících sedm základních veličin..“

Soustava fyzikálních veličin a jednotek

| <i>jednotka</i> | <i>značka</i> | <i>název veličiny</i> | <i>značka</i> |
|-----------------|---------------|------------------------|---------------|
| metr | m | délka | <i>l</i> |
| kilogram | kg | hmotnost | <i>m</i> |
| sekunda | s | čas | <i>t</i> |
| ampér | A | elektrický proud | <i>I</i> |
| kelvin | K | termodynamická teplota | <i>T</i> |
| mol | mol | látkové množství | <i>n</i> |
| kandela | cd | svítivost | <i>I</i> |

Soustava fyzikálních veličin a jednotek

- Dále soustava SI obsahuje odvozené jednotky. Tyto jednotky jsou odvozeny na základě definičních vztahů příslušných veličin
- $F = m \cdot a$
- Protože jednotkou hmotnosti m je **kg**, jednotkou zrychlení a je m/s^2 jednotkou síly je **kg.m.s⁻²**. Tuto jednotku síly můžeme zapsat také jako **N** (Newton).
- Odvozené jednotky se často pojmenovávají po významných fyzicích. (Newton, Pascal, Sievert, Becquerel, Volt, Tesla, Henry, Farad, atd.)



Soustava fyzikálních veličin a jednotek

- V praxi je často výhodné používat násobky a díly jednotek. Proto vzdálenost ujetou autem vyjadřujeme v kilometrech (km) a ne v metrech, malé hodnoty elektrického proudu měříme v miliampérech (mA) a ne v ampérech.
- Zásady soustavy SI určují násobky a díly pomocí třetích mocnin základu 10. Jednotlivé násobky a díly jsou označeny předponami.
- Někdy se používají ještě další předpony, které nepatří do soustavy SI jako je
- **centi-** se značkou **c** ($1 \text{ cm} = 10^{-2}\text{m}$), **deci-**, značka **d** ($1 \text{ dm} = 10^{-1}\text{m}$) a **hekto-**, značka **h** ($1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa}$).
- Stále se ještě setkáváme s jednotkami, které nepatří do soustavy SI. Je to dáno jejich praktickým významem, zde patří jednotky jako minuta, hodina, tuna, litr. A nebo tradicí – míle, stopa či libra. Těmto jednotkám se říká **vedlejší jednotky**.

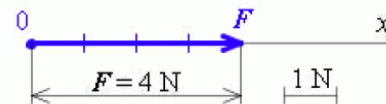
Soustava fyzikálních veličin a jednotek

| Předpona | Značka | Znamená výchozích jednotek | Předpona | Značka | Znamená výchozích jednotek |
|----------|--------|----------------------------------|----------|--------|----------------------------------|
| kilo | k | 10^3 | mili | m | 10^{-3} |
| mega | M | 10^6 | mikro | | 10^{-6} |
| giga | G | 10^9 | nano | n | 10^{-9} |
| tera | T | 10^{12} | piko | p | 10^{-12} |
| peta | P | 10^{15} | femto | f | 10^{-15} |
| exa | E | 10^{18} | atto | a | 10^{-18} |
| hekto | h | 10^2 | deci | d | 10^{-1} |
| deka | da | 10^1 | centi | c | 10^{-2} |

Skalární a vektorové fyzikální veličiny

Fyzikální veličiny můžeme rozdělit do dvou skupin.

- Skalární fyzikální veličina**, krátce **skalár**, je určena svou velikostí a příslušnou jednotkou (čas, hmotnost, teplota, energie, ..).
 Skalární veličinu označujeme v textu kurzivou. Například čas zapíšeme jako t , hmotnost m
- Vektorová fyzikální veličina**, zkráceně **vektor**, je veličina, která má určitou velikost, směr a orientaci (síla, rychlost, zrychlení, intenzita elektrického pole).
 Vektorovou veličinu označujeme zpravidla kurzívou a to tučnou nebo šipkou nad jejím symbolem. Například sílu zapíšeme jako \mathbf{F} , nebo \vec{F} .
 Vektorovou veličinu znázorníme úsečkou určité délky a určitého orientovaného směru. Délka této úsečky určuje velikost vektoru – (je to skalár). Velikost vektoru \mathbf{A} zapisujeme jako $A = |\mathbf{A}|$. Směr vektoru je dán přímkou ve které vektor leží. A konečně orientaci vektoru nám určuje počáteční (O) a koncový bod vektoru.



Kinematika hmotného bodu

Zjednodušení: Reálné těleso nahrazujeme modelem - **hmotným bodem**.

Hmotný bod je myšlený bodový objekt, kterým nahrazujeme skutečné těleso.

Hmotný bod má stejnou hmotnost jako těleso a představujeme si ho umístěný do jeho těžiště.

Toto zjednodušení lze použít, jsou-li rozměry tělesa zanedbatelné vůči vzdálenostem po kterých se pohybuje.

Pokud se poloha hmotného bodu nemění vůči danému okolí (objektu)

 **objekt je v klidu.**

Vztažný objekt (okolí) se ale také může pohybovat –

Klid těles je vždy relativní, absolutní klid neexistuje.

Označíme-li těleso za klidné, musím vždy uvést, vzhledem k čemu je v klidu.

Analogicky: **Pohyb těles je také vždy relativní.**

Popis klidu i pohybu vždy závisí na tom, k jakým tělesům jej vztahujeme.

Volíme tedy soustavu těles, ke kterým vztahujeme pohyb nebo klid sledovaného tělesa - volíme tzv. **vztažnou soustavu**.

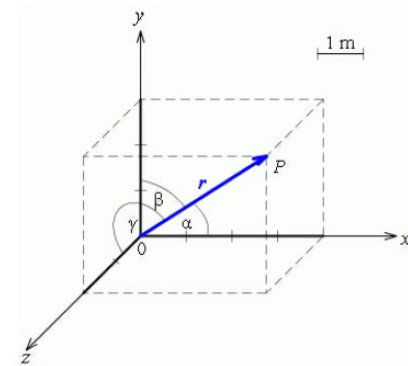
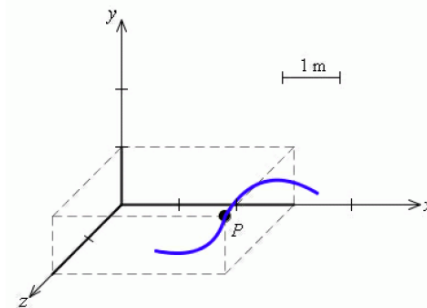
Polohový vektor, trajektorie, dráha

Popisujeme-li mechanický pohyb hmotného bodu vzhledem ke zvolené vztažné soustavě, musíme určit jeho polohu v libovolném čase. Nejjednodušší je určit polohu pomocí pravoúhlé soustavy souřadnic $Oxyz$.

Polohu hmotného bodu určujeme pomocí **polohového vektoru \vec{r}** .

Polohový vektor je vektor S počátkem v bodě O souřadnicové soustavy a s koncovým bodem ve vyšetřovaném bodě P . Souřadnice polohového vektoru jsou totožné se souřadnicemi hmotného bodu x, y, z .

Vektor \vec{r} tak můžeme zapsat jako $\vec{r} [x,y,z]$. Jeho velikost je určena pomocí Pythagorovy věty.



Polohový vektor, trajektorie, dráha

Pohybuje-li se hmotný bod, opisuje v prostoru pomyslnou souvislou čáru, kterou nazýváme **trajektorie hmotného bodu**.

Trajektorie je množina všech poloh, kterými hmotný bod při svém pohybu prochází.

Podle tvaru trajektorie rozlišujeme pohyby:

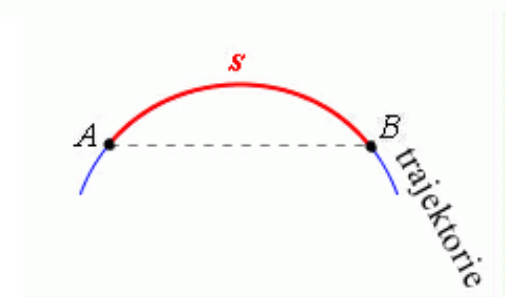
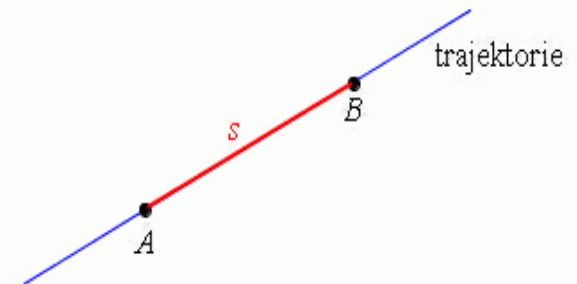
- **přímocharé** – trajektorií je část přímky,
- **křivočaré** – trajektorií je křivka nebo její část (kružnice, parabola, elipsa nebo libovolná prostorová křivka).

Délka s trajektorie, kterou hmotný bod opíše za čas t , se nazývá **dráha**.

Dráha je fyzikální veličina, kterou uvádíme v jednotkách délky.

Při pohybu hmotného bodu se zvětšuje dráha, kterou hmotný bod urazil.

Říkáme, že dráha s je funkcí času t . Tuto závislost dráhy na čase zapisujeme výrazem $s = s(t)$.

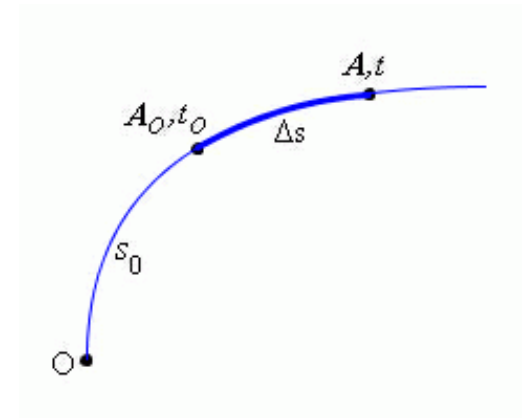


Rychlost hmotného bodu

Další veličina charakterizující pohyb je **rychlost**.
Různě rychlá tělesa urazí stejnou dráhu za různý čas.

Než se hmotný bod v čase t_0 dostal do bodu A_0 , urazil od počátku O dráhu s_0 . Označme dráhu od počátku k bodu A jako s , kterou urazil hmotný bod za čas t .

K uražení úseku dráhy $\Delta s = s - s_0$ potřebuje čas $\Delta t = t - t_0$.



Průměrná rychlost hmotného bodu je podíl jeho dráhy Δs a odpovídající doby pohybu Δt .

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

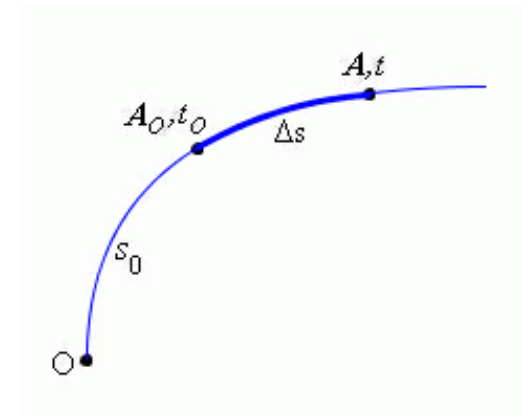
Jednotkou rychlosti v soustavě SI je metr za sekundu tj. $\text{m/s} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Běžně se používá také vedlejší jednotka km/h .

Rychlost hmotného bodu

Budeme-li zkracovat časový interval Δt až k nekonečně malým hodnotám, potom $\Delta s \rightarrow ds$ (interval přejde na diferenciál) pak dostaneme následující vztah pro **velikost okamžité rychlosti**

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$



Velikost okamžité rychlosti $|v|$ hmotného bodu se rovná první derivaci jeho dráhy podle času.

Rychlost hmotného bodu

Změnu polohy hmotného bodu z místa A_0 do bodu A můžeme vyjádřit nejen pomocí dráhy Δs , ale také pomocí změny polohového vektoru $\Delta \vec{r}$.

Můžeme tak definovat průměrnou rychlost, tentokrát již jako vektor:

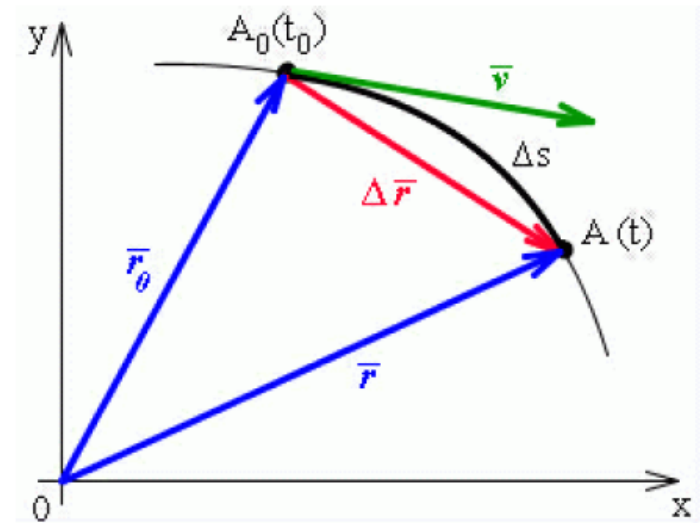
$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$

Pro $\Delta t \rightarrow 0$ pak pro *vektor okamžité rychlosti*

Dostaneme následující vztah:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$$

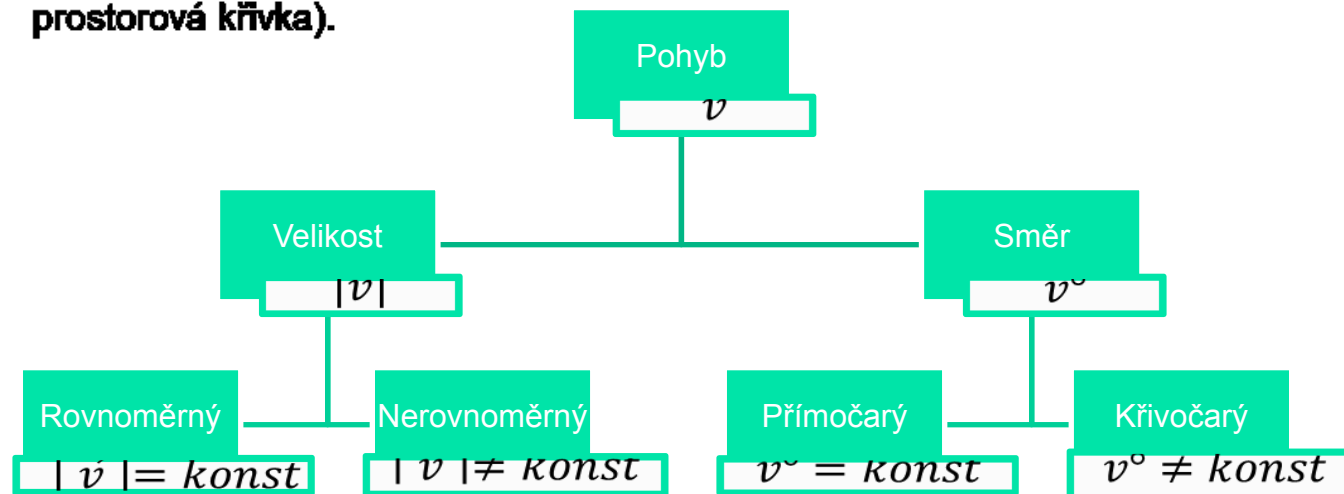
Okamžitá rychlost \vec{v} hmotného bodu se rovná první derivaci jeho polohového vektoru podle času. Vektor rychlosti má směr tečny k trajektorii.



Klasifikace pohybů podle rychlosti hmotného bodu

Rychlost jako vektor může doznat změny jak

- své velikosti $|\vec{v}|$
 - rovnoměrný pohyb. U tohoto pohybu urazí hmotný bod ve stejných časových intervalech stejné dráhy. Velikost jeho rychlosti se během pohybu nemění, je konstantní.
 - nerovnoměrný pohyb. U nerovnoměrného pohybu se velikost rychlosti mění během pohybu, není konstantní.
- svého směru \vec{v}°
 - přímočaré – trajektorií je část přímky,
 - křivočaré – trajektorií je křivka nebo její část (kružnice, parabola, elipsa nebo libovolná prostorová křivka).



Zrychlení hmotného bodu

U nerovnoměrných pohybů se rychlost během pohybu mění.
Změnu rychlosti za jednotku času označujeme jako zrychlení.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

Zrychlení \vec{a} je vektor vyjadřující časovou změnu vektoru rychlosti, tj. změnu velikosti i směru vektoru rychlosti.

Velikost průměrného zrychlení

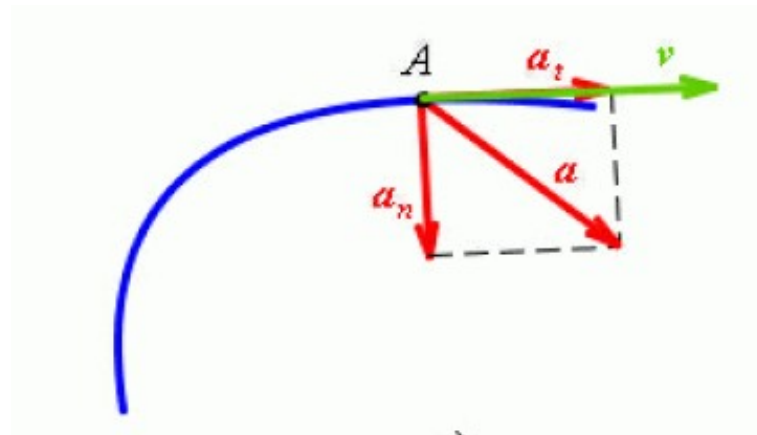
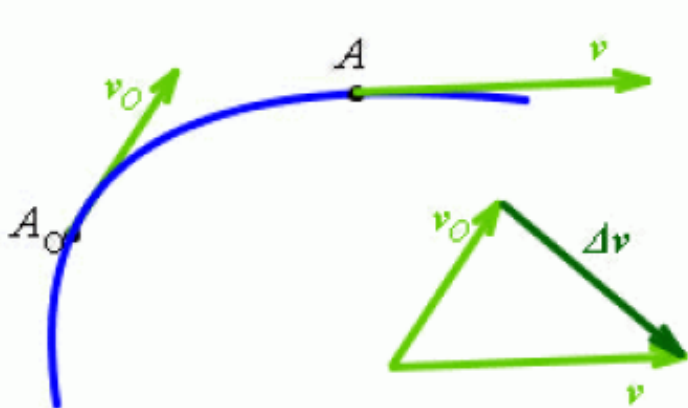
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Vektor okamžitého zrychlení hmotného bodu

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Zrychlení hmotného bodu

Zrychlení \vec{a} je vektor vyjadřující časovou změnu vektoru rychlosti, tj. změnu velikosti i směru vektoru rychlosti.



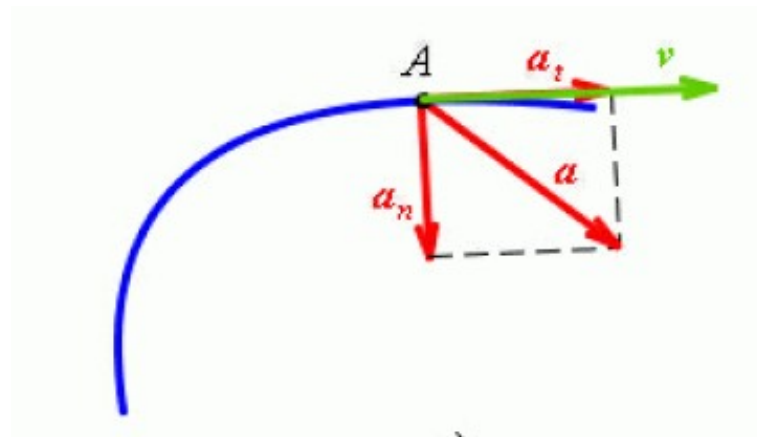
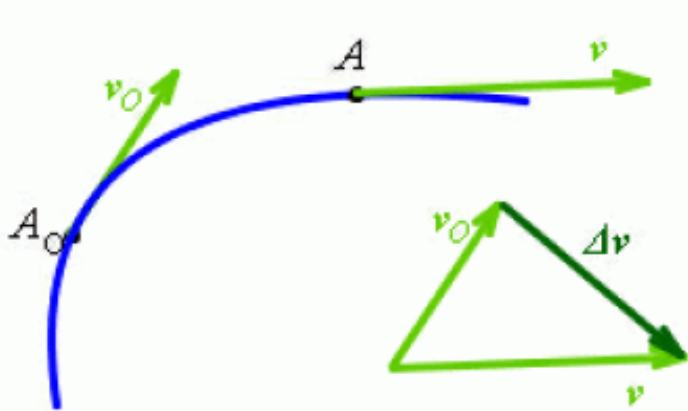
Vektor zrychlení \vec{a} bude mít směr vektoru změny rychlosti $\Delta\vec{v}$.

Protože vektor rychlosti má směr tečny, rozložíme vektor zrychlení

- do směru tečného k trajektorii
- do směru normály k trajektorii

Zrychlení hmotného bodu

- **Tečné zrychlení \vec{a}_t** vyjadřuje změnu **velikosti** rychlosti hmotného bodu.
Normálové zrychlení \vec{a}_n vyjadřuje změnu **směru** rychlosti hmotného bodu.



Celkové zrychlení je dáno vektorovým součtem

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Velikost celkového zrychlení

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Klasifikace pohybů podle zrychlení hmotného bodu

- Rovnoměrný pohyb. Tečné zrychlení tohoto pohybu je nulové $a_t = 0$
- Rovnoměrně zrychlený pohyb. Tečné zrychlení tohoto pohybu je konstantní $a_t = \text{konst.}$, a je kladné ($a_t > 0$).
- (Rovnoměrně zpomalený pohyb). Tečné zrychlení tohoto pohybu je konstantní $a_t = \text{konst.}$, ale je záporné ($a_t < 0$).
- Nerovnoměrný pohyb. Tečné zrychlení se během pohybu mění $a_t \neq \text{konst.}$
- **Přímočarý pohyb**. Normálové zrychlení je nulové $a_n = 0$, tečné zrychlení je rovno celkovému zrychlení $a_t = a$.
- **Křivočarý pohyb**. Normálové zrychlení je různé od nuly $a_n \neq 0$.

Přímočarý pohyb hmotného bodu

- **Zrychlení - rychlost - dráha**

Přímočarý pohyb. Normálové zrychlení je nulové $a_n = 0$

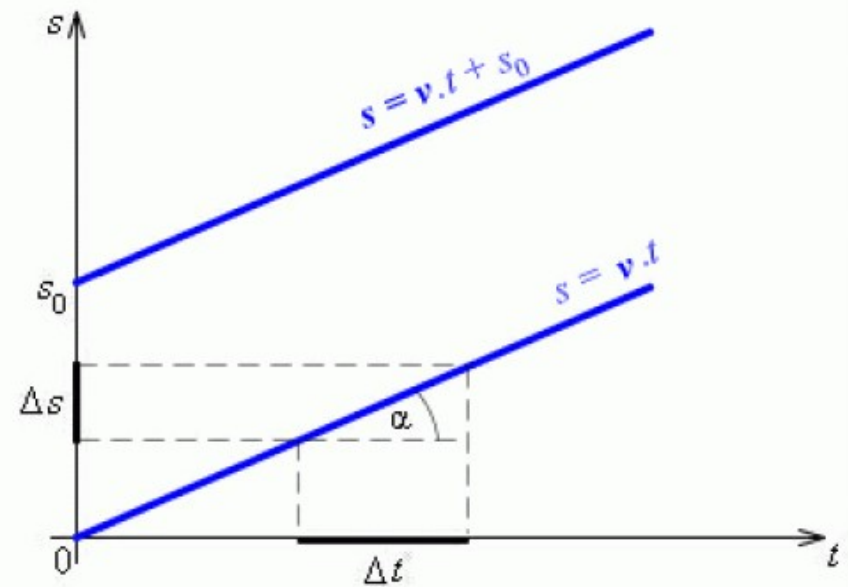
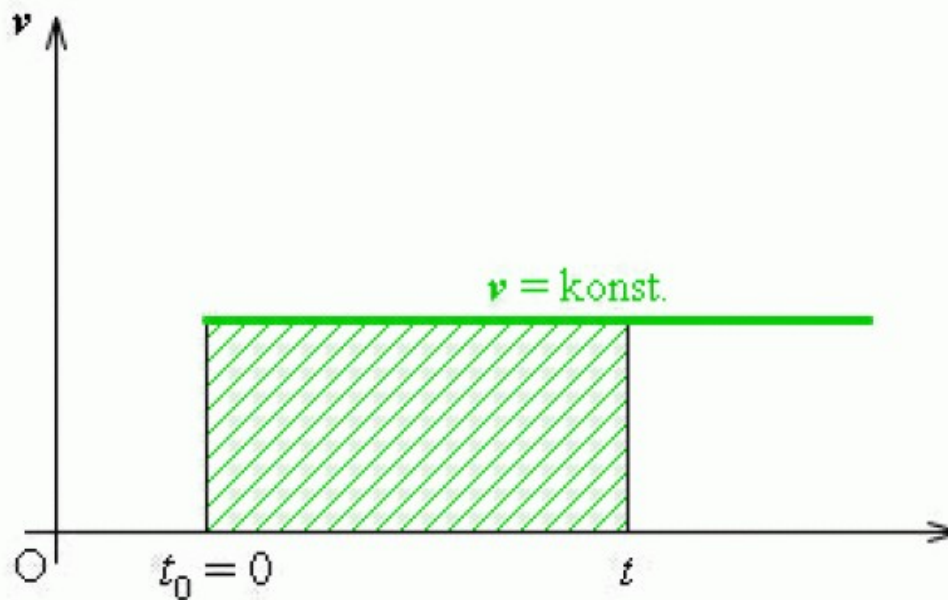
- **Rovnoměrný přímočarý pohyb.**
 - **Tečné zrychlení tohoto pohybu je navíc nulové $a_t = 0$**
 - **Celkové zrychlení $\vec{a} = 0$, tj. vektor rychlosti je konstantní $\vec{v} = \text{konst.}$ (velikost i směr)**
 - **Pro dráhu s pak platí**

$$s = \int v dt = vt + C = vt + s_0$$

Když jsme položili integrační konstantu C v čase $t=0$ rovnu „počáteční dráze“ s_0 (poloze hmotného bodu).

Přímočarý pohyb hmotného bodu

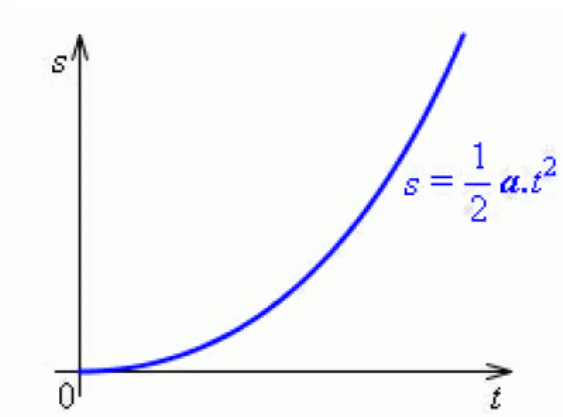
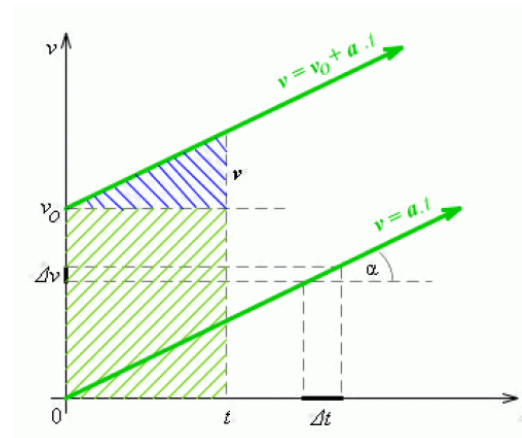
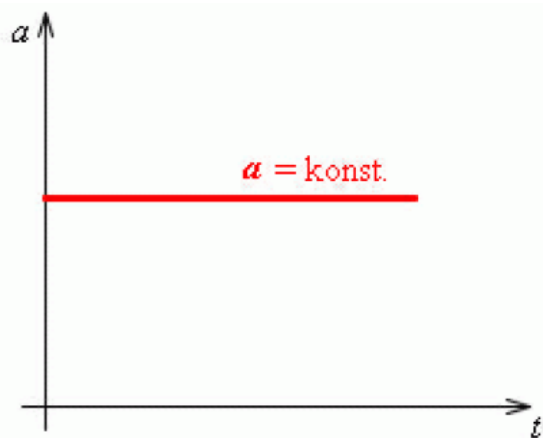
Grafické znázornění – přímočarý rovnoměrný pohyb



Přímočarý pohyb hmotného bodu

Grafické znázornění – Rovnoměrně zrychlený (zpomalený) přímočarý pohyb

Zrychlení je konstantní, $\vec{a} = \overrightarrow{\text{konst}}$, nemění se ani jeho velikost ani jeho směr.



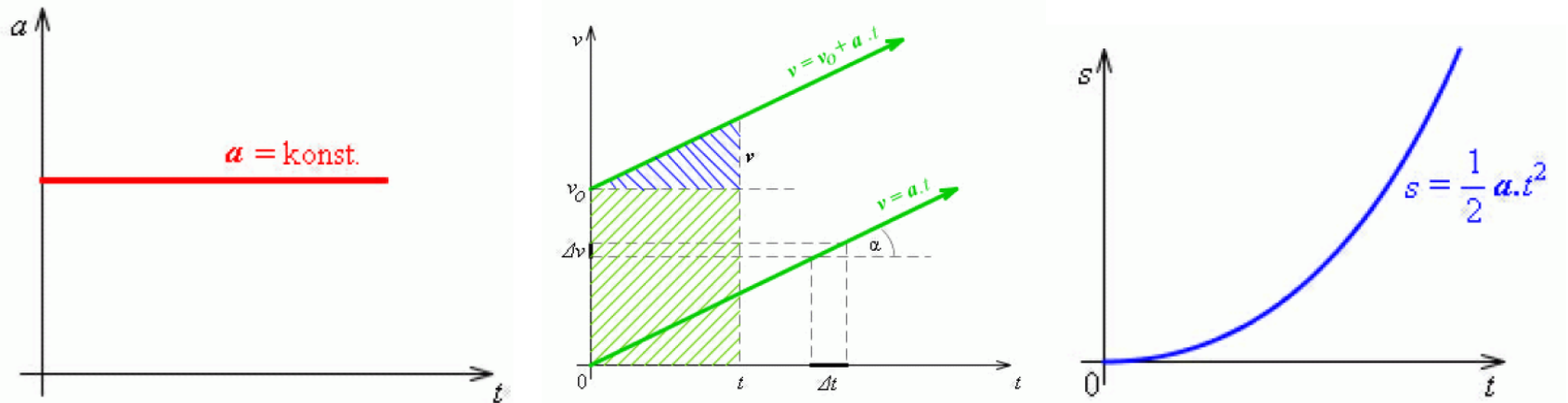
$$v = \int a \, dt + C_1 = at + v_0.$$

$$s = \int v \, dt + C_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + s_0$$

Přímočarý pohyb hmotného bodu

Grafické znázornění – Rovnoměrně zrychlený (zpomalený) přímočarý pohyb

Zrychlení je konstantní, $\vec{a} = \overrightarrow{\text{konst}}$, nemění se ani jeho velikost ani jeho směr.



$$v = \int a \, dt + C_1 = at + v_0. \quad s = \int v \, dt + C_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + s_0$$

Volný pád je přímočarý rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením daným tíhovým zrychlením, $a = g$, počáteční rychlost pohybu je nulová, $v_0 = 0$.

$$v = gt \quad s = \frac{1}{2} gt^2$$

Pohyb hmotného bodu po kružnici

Nejjednodušší křivočarý pohyb – trajektorií je kružnice

Zrychlení má dvě složky **tečnou** a **normálovou**.

V případě **rovnoměrného pohybu** po kružnici je tečné zrychlení nulové $a_t = 0$.

Velikost rychlosti je konstantní $v = konst.$

Směr rychlosti se však v každém okamžiku mění.

To způsobuje druhá složka zrychlení ve směru normály a_n .

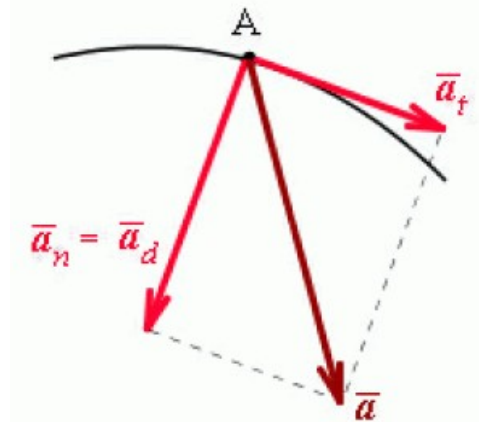
U kruhového pohybu se toto **normálové zrychlení** označuje jako **dostředivé zrychlení** a_d , protože v každém bodě kruhové dráhy směřuje do jejího pevného středu.

Velikost dostředivého zrychlení je dána

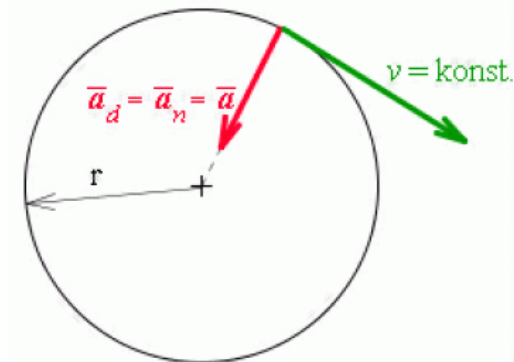
vztahem:

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

kde v je velikost rychlosti (někdy označovaná jako obvodová rychlost) a r je poloměr opisované kružnice.



obecný křivočarý pohyb



rovnoměrný kruhový pohyb

Pohyb hmotného bodu po kružnici

Úhlová dráha, úhlová rychlost a úhlové zrychlení.

Úhlová dráha je definována jako středový úhel φ , který opíše průvodič r hmotného bodu za dobu t .
Úhlovou dráhu měříme v radiánech se značkou rad.

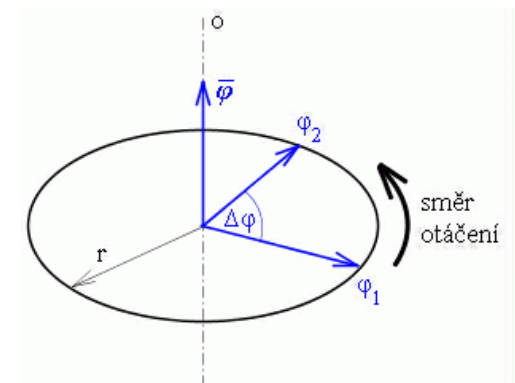
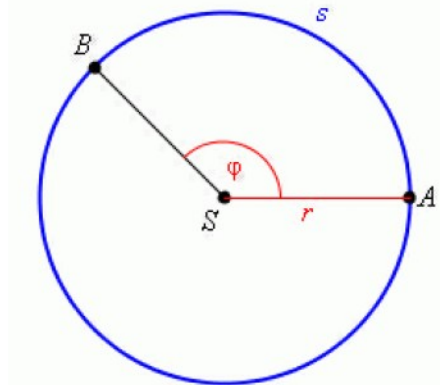
$$\varphi = \frac{s}{r}$$

Mezi přírůstkem úhlové dráhy $d\varphi$ a příslušnou změnou dráhy ds platí vztah:

$$d\varphi = \frac{ds}{r}$$

Vektor úhlové dráhy $\vec{\varphi}$ má velikost rovnu velikosti opsaného úhlu $\Delta\varphi$ a směr kolmý na rovinu opisovanou průvodičem r .

Kladný směr vektoru úhlové dráhy $\vec{\varphi}$ je dán směrem pravotočivého šroubu).



Pohyb hmotného bodu po kružnici

Úhlová dráha, úhlová rychlost a úhlové zrychlení.

Úhlová rychlost $\vec{\omega}$ je definována jako podíl změny úhlové dráhy $\Delta\varphi$ a odpovídající doby pohybu Δt .

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{\vec{\varphi} - \vec{\varphi}_0}{t - t_0} \quad \text{resp.} \quad \vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

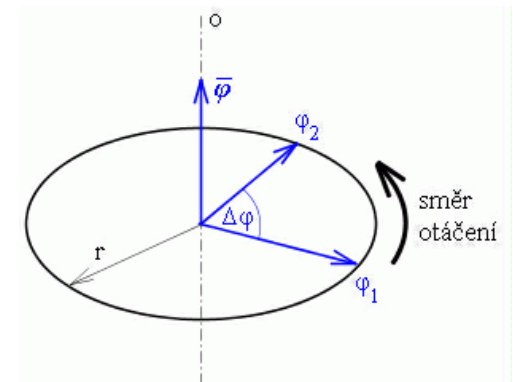
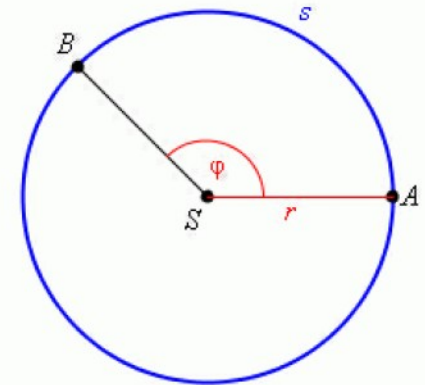
Pro velikost z předchozího pak máme $\omega = \frac{ds}{dt} \frac{1}{r}$

Využijeme-li vztah pro velikost - (obvodovou) rychlost, pak platí $v = r \omega$

Analogicky pro úhlové zrychlení $\vec{\varepsilon}$ platí

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{\vec{\omega} - \vec{\omega}_0}{t - t_0} \quad \text{resp.} \quad \vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Kladný směr vektorů úhlové rychlosti $\vec{\omega}$ a úhlového zrychlení $\vec{\varepsilon}$ je dán směrem pravotočivého šroubu.



Pohyb hmotného bodu po kružnici

Úhlová dráha, úhlová rychlost a úhlové zrychlení.

Vektor rychlosti \vec{v} je dán vektorový součinem
průvodiče \vec{r} a úhlové rychlosti $\vec{\omega}$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Navíc

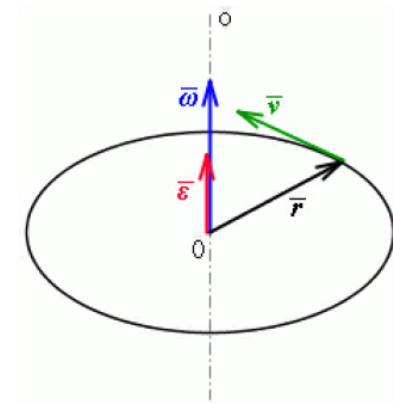
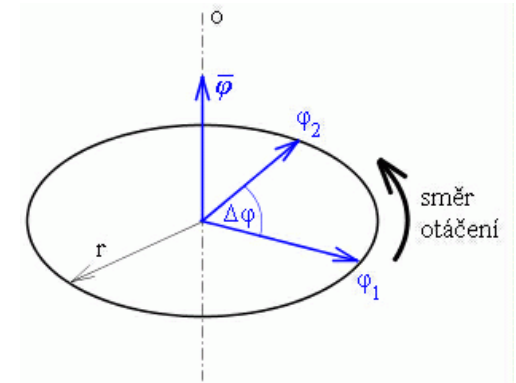
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Po dosazení pak

$$\vec{a} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Při srovnání směrů pak zřejmě

$$\vec{a}_t = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} \qquad \vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$$



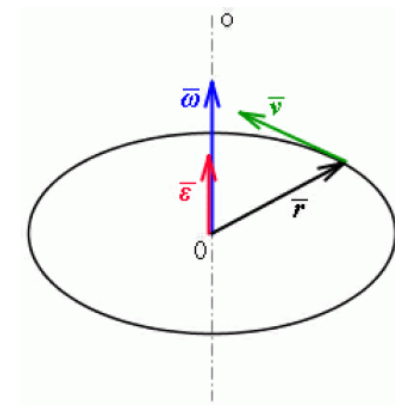
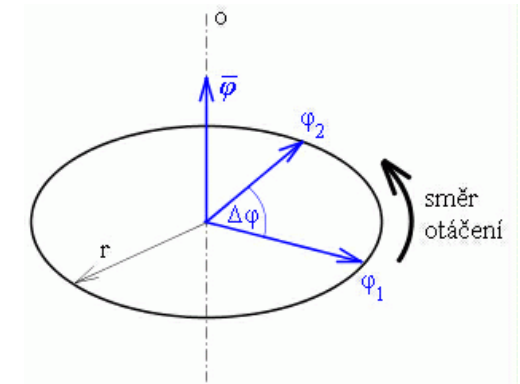
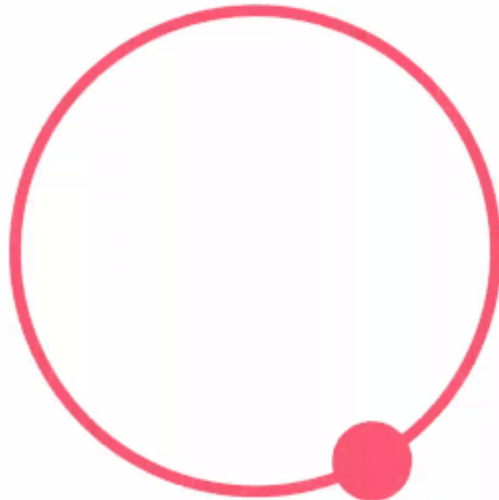
Pohyb hmotného bodu po kružnici

Úhlová dráha, úhlová rychlost a úhlové zrychlení.

Pro jejich velikosti pak

$$a_t = r \varepsilon$$

$$a_n = r \omega^2$$



Pohyb hmotného bodu po kružnici

Rovnoměrný pohyb po kružnici ($\varepsilon=0$)

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{po úpravě} \quad \varphi = \int \omega dt = \omega t + C = \omega t + \varphi_0$$

Rovnoměrně zrychlený (zpomalený) pohyb po kružnici ($\varepsilon = \text{konst}$)

$$\omega = \int \varepsilon dt + C_1 = \varepsilon t + \omega_0, \quad \varphi = \int \omega dt + C_1 = \frac{1}{2} \varepsilon t^2 + \omega_0 t + \varphi_0$$

Frekvence f - počet oběhů po kružnici za jednotku času (s^{-1}).

Perioda T - doba jednoho oběhu vyjadřovanou (s)

Periodu je možné vyjádřit jako převrácenou hodnotu frekvence $f = \frac{1}{T}$

Obě poslední veličiny souvisejí s úhlovou rychlostí vztahem

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$