

1

1.1 MA0008, Cvičení 01: Zpracování naměřených dat

Máme 3 druhy průměru naměřených dat, které můžeme počítat:

1. Aritmetický průměr hodnot:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$

2. Geometrický průměr hodnot:  $\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

3. Harmonický průměr hodnot:  $\bar{x}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$

*Úloha 1.1 50 studentů psalo test z pravděpodobnosti. Jejich bodové zisky byly následující. 5 studentů získalo 4 body, 10 studentů 6 bodů, 12 studentů 8 bodů, 15 studentů 11 bodů a zbylí studenti 12 bodů. Vypočtete aritmetický průměr bodů.*

*Úloha 1.2 Hodnoty růstu firmy v procentech za posledních 5 let byly*

*101,3%, 108,5%, 100,6%, 98,7% a 102,3%. Vypočtete průměrný roční nárůst za dané pětileté období.*

*Úloha 1.3 Slon šel na vycházku po obvodu svého čtvercového výběhu o straně 2 km, po jedné straně šel rychlostí 1 km/h, druhou rychlostí 2 km/h, třetí rychlostí 4 km/h, a poslední opět 1km/h. Jaká byla jeho průměrná rychlost během jeho vycházky?*

*Úloha 1.4 Měřením patnácti mužů byla získána jejich průměrná výška  $\bar{x}_1 = 184$  cm, měřením devíti žen jejich průměrná výška  $\bar{x}_2 = 171$  cm. Vypočtete průměrnou výšku všech čtyřiaadvaceti lidí. ... jakýsi čtvrtý typ výpočtu průměru, vážený průměr.*

*Úloha 1.5 Zpracujte statisticky údaje o 34 odpovědích na otázku, kolik má respondent sourozenců včetně*

sebe, tj. kolik je v rodině sourozenců ( $x_i$  je počet sourozenců v dané rodině). Sestavte údaje do tabulky, kde v prvním sloupci budou naměřené hodnoty  $x_i$ , ve druhém sloupci jejich absolutní četnosti  $n_i$ , ve třetím jejich absolutní kumulativní četnosti  $c_i$ , ve čtvrtém jejich relativní četnosti  $r_i$  a v pátém jejich relativní kumulativní četnosti  $f_i$ .

A ještě jeden úkol: najděte 0,50-kvantil (tzv. medián), 0,80-kvantil, 0,90-kvantil pro toto měření. Zde jsou naměřená data: 3, 2, 2, 2, 6, 3, 2, 4, 2, 2, 2, 4, 3, 2, 2, 2, 3, 2, 5, 2, 1, 3, 4, 2, 2, 2, 3, 3, 2, 3, 2, 3, 3, 2.

Úloha 1.6 Tento příklad je podobný předchozímu, ale v několika věcech se liší: Zpracujte statisticky údaje o 34 údajích o výšce studenta Pedagogické fakulty v centimetrech v roce

2023 ( $x_i$  je tedy výška v centimetrech). Sestavte údaje do tabulky, kde v prvním sloupci budou naměřené hodnoty  $x_i$  (a zde bude změna: tyto tabulky četnosti mají mít maximálně sedm až deset řádků, tj. musíme ty hodnoty nějak seskupit do intervalů), ve druhém sloupci jejich absolutní četnosti  $n_i$ , ve třetím jejich absolutní kumulativní četnosti  $c_i$ , ve čtvrtém jejich relativní četnosti  $r_i$  a v pátém jejich relativní kumulativní četnosti  $f_i$ .

A ještě jeden úkol: najděte 0,50-kvantil (tzv. medián), 0,80-kvantil, 0,90-kvantil pro toto měření podle vzorce pro  $\alpha$ -kvantil

$$x_\alpha = a + \frac{(n + 1) \cdot \alpha - c_a}{n(a; b)} \cdot (b - a)$$

Kde  $a$  - dolní mez intervalu,  $b$  - horní mez intervalu a  $c_a$  - kumulace

*v bodě dolní meze intervalu.*

*Zde jsou naměřená data: 178, 176, 190, 176, 175, 171, 185, 166, 152, 200, 160, 183, 172, 163, 163, 162, 165, 166, 175, 165, 180, 178, 172, 170, 176, 169, 175, 182, 168, 166, 185, 164, 186, 178.*

*Úlohy na procvičení:*

*Úloha 1.7 V prodejně obleků prodali během týdne 46 obleků. Velikosti prodaných obleků byly následující:*

*39 41 40 42 41 40 42 42 40 43 42 41  
43 39 42 41 42 39 41 37 43 41 38 43  
42 41 40 41 38 40 40 39 41 40 42  
40 41 42 40 43 38 39 41 41 42 a 45.*

- a) sestavte histogram četností a polygon četností z těchto dat*
- b) sestavte tabulku relativních četností, kumulativních absolutních četností, kumulativních relativních četností pro tato data*

- c) určete *modus a medián, průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku velikostí obleků*
- d) určete *variační rozpětí a mezikvartilové rozpětí velikosti obleků*
- e) určete *0,45 kvantil, 0,57 kvantil, 0,869 kvantil... (pomocí kumulativních relativních četností)*

Úloha 1.8 *V největších 27 městech České republiky jsou následující ceny bytů v korunách za  $m^2$ : 12736, 12975, 13829, 14316, 14546, 14897, 16343, 16369, 17217, 17327, 17332, 18200, 19221, 20162, 20319, 20864, 21456, 21794, 22083, 22215, 22425, 22768, 24567, 25078, 25436, 29031, 45061. Proved'te intervalové rozdělení četností (relativní, kum. absolutní, kum. relativní), průměr, rozptyl, směrodatnou odchylku, variační rozpětí, 0,25-kvantil a 0,85-*

*kvantil.*

Úloha 1.9 *Politický představitel učinil výzkum u 77 lidí o kvalitě své práce. Každý z dotázaných (cizím slovem se takovým lidem říká respondenti, protože to, co dělají je „respond“ – odpovídají) hodnotil číslem ze stupnice 1 až 5, kde 1 = hrozná kvalita práce, 5 = vynikající kvalita práce. Výsledky jsou v tabulce:*

2	1	3	3	2	1	3	4	2	1	4
1	4	1	5	3	4	1	1	2	1	2
2	3	1	1	1	2	1	3	4	4	5
1	4	1	4	4	4	2	4	2	3	5
3	1	1	1	5	5	3	2	5	5	3
4	1	3	4	4	3	3	4	3	3	1
4	5	2	3	5	5	4	5	3	4	4

*Určete*

- a) *rozdělení četnosti a rozdělení pravděpodobnosti kvality představitelovy práce;*

b) *střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku této kvality.*

**Úloha 1.10** *Četnosti měření hodnot  $x_i$  jsou dány v tabulce:*

$x_i$	$n_i$
1	2
3	5
5	7
6	10
8	6
10	3

a) *Určete kumulativní relativní četnosti, dolní kvartil a 0,57–kvantil těchto hodnot.*

b) *Vypočtěte průměr a rozptyl zadaných hodnot.*

**Úloha 1.11** *Intervalové rozdělení četností cen bytů za 1 metr čtvereční v ČR je dáno v tabulce:*



$\langle x_i; x_{i+1} \rangle$	$n_i$
$\langle 23100; 27600 \rangle$	<b>10</b>
$\langle 27600; 32100 \rangle$	<b>7</b>
$\langle 32100; 36600 \rangle$	<b>4</b>
$\langle 36600; 41100 \rangle$	<b>3</b>
$\langle 41100; 45600 \rangle$	<b>3</b>
$\langle 45600; 50100 \rangle$	<b>2</b>

- a) *Určete kumulativní relativní četnosti, dolní kvartil a 0,67–kvantil těchto hodnot.*
- b) *Odhadněte průměr a rozptyl zadaných hodnot.*

Úloha 1.12 *Zkuste se zamyslet nad následujícími otázkami:*

- a) *Velká část dětí ve třídě A má velké problémy s matematikou, kdežto ve třídě B téměř nikdo. Přesto je průměrný výsledek počtu bodů na testech v obou třídách stejný. Jak je to možné?*

b) *Průměrný počet bodů na prověrkách u studenta  $S_1$  je stejný jako u studenta  $S_2$ . Přesto paní učitelka říká, že student  $S_1$  je objektivně lepší než student  $S_2$ . Jak je to možné?*

*Úloha 1.13 Výsledky bodů na prověrce od dvaceti studentů jsou*

*3, 5, 8, 2, 4, 10, 11, 4, 5, 7, 2, 4, 8, 8, 10, 1, 5, 7, 8, 2.*

a) *Určete medián a kvartilové rozpětí těchto hodnot.*

b) *Vypočtěte průměr a odchylku počtu bodů.*