Reedukační cvičení v matematice a některé jejich zásady

Růžena Blažková

Konkrétní individuální práce s dětmi, u kterých se projevují příznaky specifické vývojové poruch učení –dyskalkulie, přináší mnoho nových poznatků pro učitele i rodiče, protože každé dítě si vytváří vlastní matematický model a ten je třeba respektovat, pokud je správný a je nožné jej využít v dalších situacích. Přinášíme několik poznatků získaných na základě přípravy reedukačních cvičení pro děti. Soubory cvičení byly zpracovány formou pracovních listů a byly doplněny konkrétními činnostmi.

Projekt Anička

Formulace problému: Anička má problémy se sčítáním a odčítáním v oboru do dvaceti s přechodem přes základ deset, úlohy typu 4 + 8, 16 – 9 jsou pro ni obtížně řešitelné.

Analýza podproblémů:
Při individuální práci s Aničkou bylo zjištěno, že vůbec nechápe rozklad čísla na dvě části,
Nejprve se tedy procvičoval rozklad čísla na dvě části, využívalo se her a aktivizujících činností, např. pro číslo 6 bylo využito:

- tleskání (dvakrát se tlesklo nalevo, čtyřikrát napravo),
- situace se znázornila kuličkami, oo oooo
- zakreslila se pomocí úseček, // ////
- využilo se hry na klavír - zahrály se dva tóny hluboké, čtyři vysoké,
- potom se zapsal rozklad čísla: 6
  2 4

Dále se nacvičovalo sčítání pomocí rozkladu k deseti: 7 + 8
3 5
a počítalo se: 7 + 3 = 10, 10 + 5 = 15, tedy 7 + 8 = 15.

Při počítání konkrétních příkladů ukázalo, že tento model Anička nepřijala a že si vytvořila vlastní model rozkladů čísel k číslu 5, nikoliv k číslu 10. Trvalo poměrně dlouho, než jsme odhalili skutečný postup, podle kterého Anička počítala (používala prsty na rukou, ale sama neuměla vysvětlit, jak počítá).
Rozkládala (modelem jí byly prsty na rukou): 7 8
5 2 5 3

Na prstech si ukázala 2 na jedné ruce a 3 na druhé ruce.
Počítala: 5 + 5 = 10, 2 + 3 = 5, 10 + 5 = 15, tedy 7 + 8 = 15.

Tohoto modelu používala spolehlivě, počítala bez chyb a tento jeho vlastní model, jí samostatně vytvořený, jí byl ponechán. Nebylo tedy vyžadováno, aby zapisovala rozklady do předem připravených pracovních sešitů podle používané metodiky.

Podobný problém nastal při odčítání s přechodem přes základ deset.
Příklady typu 16 – 9 se vyvozovaly takto: 16 - 9
6 3
tj. menšitel se rozložil tak, aby se odečetly jednotky menšence a počítá se:
16 – 6 = 10, 10 – 3 = 7, tedy 16 – 9 = 7.

Tento model Anička opět nepřijala a vytvořila si vlastní:
Rozložila menšence na desítku a jednotky, podobně jak byla zvyklá při odčítání bez přechodu přes základ deset:

$$\begin{array}{ccc} 16 & - & 9 \\ 10 \quad 6 & & \end{array}$$

Počítala : 10 – 9 = 1, 6 + 1 = 7, tedy 16 – 9 = 7.

Protože počítala spolehlivě, nevyskytly se u ní chyby, které dělají dyskalkulické děti běžně – že počítají 6 – 9 nejde, tak 9 – 6 = 3, 10 + 3 = 13.

Závěr:
Anička byla nadprůměrně inteligentní, k řešení svých problémů v matematice si pomáhala způsoby, které byly pro ni přijatelné, avšak pro její úspěšnost ve škole bylo nutné, aby učitel objevil aritmetický model Aničky.

Projekt David
Formulace problému: David nebyl schopen naučit se základním spojům násobilky, neustálé opakování a snaha o pamětné zvládnutí nevedlo k úspěchu. Stálý neúspěch byl zdrojem nezájmu a dokonce odporu k násobilce a vedl téměř k rezignaci žáka.

Analýza podproblémů:
- nejprve bylo zjištěno, že David vůbec nechápe podstatu násobení – co to vlastně je a co se tím počítá,
- přílišné ulpívání na pamětném opakování spojů bylo pro Davida nepřijatelné, unavovalo jej a bylo provázeno lhostejností,
- hledal se způsob, jak změnit postoje Davida.

David choval andulky a měl psa. Zájem o zvířata byl tím, co napomohlo k řešení problému s násobilkou. Nejprve se počítaly počty nohou:
Kolik nohou má andulka - 2.
Kolik nohou dvě andulky, tři, čtyři, atd. – nejprve se počet zvyšoval po jedné, potom se zkoušelo počítat počet nohou pěti, osmi, tří, šesti, atd. andulek.
Kolik nohou má pes – 4. (U některého dítěte to může být morče, kůň aj.)
Tímto způsobem jsme zvládli násobilku čtyř.
K nácviku násobilky šesti jsme využili počet nohou mouchy, včelky, brouků
Násobilka osmi se procvičovala na počtu nohou pavouka.
Násobení nulou – počet noh ryby
K násobení lichých čísel – násobilka tří - počet koleček na tříkolce
Násobilka pěti –
Sedmi počet dnů v jednotlivých týdnech
Devíti – prstová násobilka – velice se mu líbila.

Projekt Petr
Formulace problému: Petr má potíže s písemnými algoritmy – sčítáním, odčítáním, neví si rady s přechody přes základ deset, např. v příkladu

$$\begin{array}{r} 1\,278 \\ \underline{529} \end{array}$$

se projevují chyby typu:

a) počítá 9 + 8 = 17, 17 zapíše pod jednotky,

tedy 1 278
529
17917

b) nepřičte jednu desítku, ale číslo 10: 9 + 8 = 17, zapíše 7 a přičítá 10 + 2 + 7, to opakuje ve všech dalších součtech

tedy 1 278
529
11797

c) nepřičte desítku vůbec, počítá 9 + 8 = 17, zapíše 7, dále 2 + 7 = 9 , zapíše 9, atd.

tedy 1 278
529
1 797

d) neovládá bezpečně pamětné spoje sčítání s přechodem přes základ 10 v oboru do dvaceti.
e) Zkoušku správnosti neprovádí vůbec.

Analýza podproblémů:
- znovu je třeba vyvodit pamětné sčítání v oboru do dvaceti – např. pomocí mřížky, sledovat vlastní aritmetický model dítěte (některé děti sčítají podle modelu 8 + 7 = 8 + (2 + 5) = (8 + 2) + 5 = 10 + 5 = 15, tj. prvního sčítance doplní do deseti, některé děti však počítají 8 = 5 + 3, 7 = 5 + 2 , 5 + 5 = 10, 3 + 2 = 5, 10 + 5 = 15, tj. rozkládají pomocí pěti)
- znovu upevnit rozklad čísla na desítku a jednotky: 17
10 7
- upevnit poznatek, že deset jednotek je jedna desítka
- upevnit rozvoj čísla v desítkové soustavě: 17 = 1 . 10 + 7
- automatizace potřebných znalostí
- procvičování odhadů výsledků – kolik asi vyjde.

Práce s modely:
a) praktické využití – kde se v praktickém životě setkáme s příklady, kde potřebujeme větší sčítat čísla
b) formální pomůcka – čtverečkovaný papír, zápis čísel přísně podle řádů do barevně vyznačených sloupců

Kompenzační pomůcka: kalkulátor – za předpokladu, že je užíván funkčně, tj. že dítě umí pracovat s tlačítky správně a dokáže odhadnout výsledek

Nápravná cvičení:
a) nejprve sčítáme písemně čísla bez přechodu přes základ deset, např. 354
235
b) sčítáme čísla, ve kterých se vyskytuje pouze jeden přechod, např.

6 257 1 362
538 2 573

c) sčítáme čísla, kdy jsou částečné součty 10, např.

562	748	965
<u>258</u>	<u>156</u>	<u>134</u>

d) sčítáme čísla, ve kterých se vyskytují všechny výše uvedené jevy.

Projekt Lucie

Formulace problému: Lucie má problémy při počítání se zápornými čísly, neví si rady se znaménkem „minus“ „-„.
Nechápe, proč -2 > -5, příklady typu (-5) – (-8) v ní budí hrůzu.

Analýza podproblémů
Nejprve bylo nutné vysvětlit význam znaménka „minus“ jako:

a) symbolu pro operaci odčítání, např. 12 - 7
b) označení záporného čísla, např. teplota byla – 6°C
c) označení opačného čísla k danému číslu, např. k číslu 5 je opačné číslo (-5), k číslu –7 je opačné číslo –(-7) = +7

K pochopení čísla záporného byly nabídnuty modely:

- model fyzikální – měření teploty
- model peněžní – aktiva a dluhy
- model historický – zápis událostí před naším letopočtem
- model geografický – hory a prolákliny
- model herní – zápis kladných a záporných bodů při hře.

Z nabídnutých modelů si Lucie vybrala model peněžní.

K formálnímu zápisu si vybrala dvě barvy – čísla kladná zapisovala modře, čísla záporná červeně.
Nejprve se procvičovalo čtení a zápis čísel, pro jednoduchost se pracovalo pouze s čísly celými. Čísla se znázorňovala na číselné ose. Pomocí peněžního modelu a současném znázorňování čísel na číselné ose se pojmy začaly ujasňovat, intuitivně začala chápat číslo a jeho absolutní hodnotu, ačkoliv se s tímto pojmem nepracovalo. Problém nastal při porovnávání celých čísel. Lucie nemohla dlouho pochopit, proč např. –7 < -2, byla příliš fixována na pojem „větší dluh“ a na vzdálenost obrazu čísla na číselné ose od obrazu čísla nula. Při dlouhodobém a trpělivém vysvětlování, využívání praktických příkladů a neustálém opakování začala přemýšlet a volit si vlastní příklady pro porovnávání čísel. Uplatnění mechanických pomůcek a vět se ukázalo neúčinné.

Po zvládnutí numerace se přistoupilo k nácviku sčítání a odčítání celých čísel. Zde se pro některé případy uplatnil model bílých a černých knoflíků – žetonů.

Nápravná cvičení:
Metodická řada úloh pro procvičování obsahovala příklady typu:
5 + 4
(-5) + 4 (-5) + 8
5 + (-4) 5 + (-8)
(-5) + (-4) (-5) + (-8)

5 – 4	4 – 5
(-5) – 4	(-5) - 8
5 - (-4)	5 – (- 8)
(-5) – (-4)	(-5) – (-8)

Projekt Michal:
Formulace problému: Michal má problémy se sčítáním zlomků – sčítá všechna čísla v čitatelích a všechna čísla ve jmenovatelích, např.:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{11}$$

Obecně: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

Analýza problému:

- pochopení pojmu zlomku jako části celku,
- pochopení zlomku jako racionálního čísla.
- pochopení sčítání zlomků
- rozšiřování zlomků
- hledání společného jmenovatele
- určení nejmenšího společného násobku daných čísel

Práce s modely:
Čtyři shodné kruhy z papíru, práce s nápoji (limonádou), odměrky na tekutiny
Pracujeme za aktivní účasti dítěte.

A) Barevné shodné kruhy rozdělíme postupně: první na dvě stejné části, druhý na tři stejné části, třetí na šest stejných částí, čtvrtý na jedenáct shodných částí a části vystřihneme.
Poskládáme k sobě postupně jednu polovinu, jednu třetinu a jednu šestinu – tyto části vyplní celý kruh. Porovnáme s třemi jedenáctinami. To se zjevně nerovná.

B) Do odměrky o objemu 1 litr nalijeme postupně jednu polovinu litru limonády, jednu třetinu litru a jednu šestinu litru – porovnáme s třemi jedenáctinami litru limonády.
Práce s tekutinou - přelévání vody nebo limonády byla pro Michala atraktivnější a měla větší efektivitu při chápání součtu zlomků, než práce s papírovými kruhy.

Nápravná cvičení se provádějí v jemné metodické řadě:

1. Sčítáme zlomky se stejnými jmenovateli, např. $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$
2. Sčítáme zlomky se jmenovateli, kdy jeden je násobek druhého, např. $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$
3. Sčítáme zlomky, jejichž jmenovatelé jsou čísla nesoudělná, např. $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}$
4. Sčítáme zlomky, jejichž jmenovatelé jsou čísla soudělná, např. $\frac{3}{8}+\frac{5}{12}$

Speciálně zpracované postupy pro výuku žáků se specifickými vývojovými poruchami učení by měly respektovat několik zásad:

- zpracování výukových programů je výrazně individuální – každému dítěti vyhovuje jeho vlastní přístup k matematice,
- nesmí se porušit zásada vědeckosti v matematice, programy musí být zpracovány tak, aby jejich didaktická transformace neporušila matematickou správnost, tj. se dítě jednou naučené poznatky nemuselo v budoucnu učit znovu jinak,
- respektuje se vlastní matematický model dítěte, pokud je správný a je možno jej využít v dalším učivu,
- využívá se co nejvíce matematických her, a činností dětem blízkých,
- respektuje se časový faktor při zvládání matematického učiva – žáci se nepřetěžují nadměrnou časovou zátěží – vhodnější je méně, ale o to častěji,
- využívá se učiva v jiných situacích,
- nestaví se na pouhé paměti,
- ten, kdo pracuje s dětmi, musí prokázat velkou míru trpělivosti,
- každý, i sebemenší úspěch dítěte je třeba ocenit pochvalou.

Na závěr 10 a jedna rada:
D – diagnostika
Y – y představuje rozcestí – když nevím jak, potřebuji okamžitou pomoc
S – specifičnost matematiky – je abstraktní a každý prvek vyšší úrovně vyžaduje znalost prvků úrovně nižší
K – konkrétní činnosti a modely k pochopení každého učiva
A – „Aha“ efekt – už vím – k poznatku se dobere každý sám
L - láska k dětem, i když mají nesnáze
K – komunikace s dítětem
U – úspěch vždy pochválíme
L – líbivé pomůcky a modely
I – individuální plán a činnosti
E – energie, trpělivost.