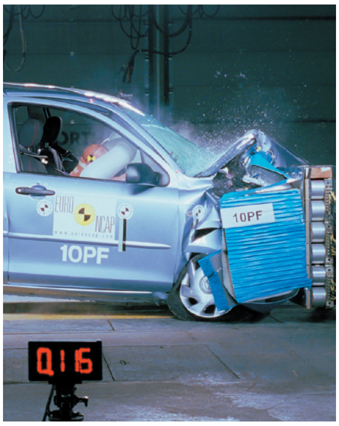
Kapitola 5

Hybnost, práce, energie

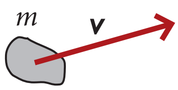
Víte, že…

Právě hybnost patří v oblasti dopravních nehod k nepostradatelným pojmům.

Po přečtení tohoto odstavce budete například umět jednoduše odpovědět na otázky, proč má vlastně automobil deformační zóny a proč se vyplatí se před jízdou připoutat.



Obrázek 5-1. Fotografie „crash testu" neboli nárazové zkoušky automobilu.



Obrázek 5-2. Hybnost tělesa je vektorová veličina určená součinem hmotnosti tělesa a jeho rychlosti.

Cíle

1. **Poznáte novou veličinu popisující pohyb: hybnost. Seznámíte se se zákonem zachování hybnosti a jeho použitím v nejrůznějších situacích.**
2. **Poznáte další dvě důležité mechanické veličiny: práci a energii. Seznámíte se také s různými formami energie.**
3. **Poznáte zákon zachování energie a jeho použití při řešení mnoha úloh z mechaniky.**
4. **Dozvíte se, co je to výkon a účinnost.**

5.1. Hybnost

Představte si, že chytáte tenisový míček a kámen, přitom obě dvě tělesa se pohybují stejnou rychlostí. Snadno dojdete k závěru, že chytit kámen je mnohem těžší, neboť jeho hmotnost je mnohem větší. Řečeno jazykem fyziky: k zastavení hmotnějšího tělesa je třeba, aby na něj ve stejném časovém intervalu působila větší síla. Nyní uvažme dva tenisové míčky stejné hmotnosti, z nichž jeden se pohybuje větší rychlostí. V tomto případě zjistíme, že větší síly je třeba k zastavení rychlejšího míčku. Jak hmotnost tak rychlost pohybujícího se tělesa určují jeho pohybový stav. Součin okamžité rychlosti a hmotnosti tělesa nazýval Newton „množství pohybu". Dnes se tato veličina nazává **hybnost**. Je to vektorová veličina definovaná vztahem

$$\boxed{\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}.}$$

Vidíme, že hybnost má stejný směr jako rychlost. Jednotkou hybnosti je $[\boldsymbol{p}] = [m]\cdot[\boldsymbol{v}] = \mathrm{kgms^{-1}}$. Tato jednotka nemá svůj vlastní název.

Připomeňme si nyní druhý Newtonův zákon

$$\sum \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a},$$

který říká, jaké bude zrychlení tělesa, působí-li na něj výsledná síla $\sum \boldsymbol{F}$. Budeme-li předpokládat, že výsledná síla je po dobu Δt konstantní, můžeme použít definici průměrného zrychlení $\boldsymbol{a} = \Delta \boldsymbol{v} / \Delta t$ a druhý Newtonův zákon přepsat takto:

$$\sum \boldsymbol{F} = \frac{m\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}.$$

Vidíme, že na pravé straně rovnice vystupuje výraz $m\Delta \boldsymbol{v}$, což není nic jiného než změna hybnosti tělesa $\Delta \boldsymbol{p}$, neboť $m\Delta \boldsymbol{v} = m(\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1) = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = \Delta \boldsymbol{p}$.

Dostaneme tak **vyjádření druhého Newtonova zákona pomocí hybnosti**

$$\boxed{\Sigma \boldsymbol{F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t},}$$

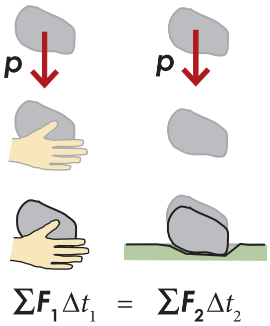
které říká, jak se změní hybnost tělesa, působí-li na něj výsledná síla $\Sigma \boldsymbol{F}$. Připomeňme předpoklad, že výsledná síla je po dobu Δt konstantní. Neobjevili jsme zde nic nového, pouze jsme jinak zapsali tentýž přírodní zákon. I to může být někdy velmi užitečné. Také autor zákonů dynamiky Newton použil tento tvar.

Vynásobíme-li rovnici Δt, můžeme ji ještě přepsat do tvaru

$$\Sigma \boldsymbol{F} \Delta t = \Delta \boldsymbol{p}.$$

Součin výsledné síly $\Sigma \boldsymbol{F}$ a časového intervalu Δt po který síla působila vyjadřuje časový účinek síly, nazýváme jej **impuls síly**. V tomto tvaru tedy druhý Newtonův zákon říká, že působí-li na těleso impuls síly $\Sigma \boldsymbol{F} \Delta t$, změní se jeho hybnost o $\Delta \boldsymbol{p}$.

Vraťme se ještě k příkladu chytání letícího kamene z úvodu odstavce. Situace je znázorněna na obrázku 5-3. Kámen můžeme zastavit tak, že na něj budeme působit delší dobu menší silou, což by odpovídalo snaze chytit jej do ruky. V případě, že necháme kámen dopadnout na tvrdou zem, musí být výsledný impuls stejný. Ovšem časový interval, po který na něj země působí, bude mnohem menší. Proto také síla, kterou na kámen působí země, bude mnohem větší než síla od naší ruky (viz obrázek 5-3). Podobně můžeme vysvětlit i význam deformačních zón v automobilu. Snahou konstruktérů je, aby náraz a deformace auta trvaly co nejdelší dobu a síly, které tak působí na cestující, byly co nejmenší. Nejdůležitější jsou však při nárazu zapnuté pásy, případně airbag. Dokážete sami říct, v čem spočívá jejich význam? Nápověda: použijte také Newtonovy zákony.



Obrázek 5-3. Zastavení kamene rukou a dopadem na zem. V obou případech je změna hybnosti kamene stejná (daná jeho hmotností a počáteční rychlostí), v obou případech musí působit stejný impulz síly. Ten však může být realizován různým způsobem.

Příklad 5-1

Největší tanker na světě Jahre Viking (viz obrázek 5-4) uveze při plném zatížení 564 000 tun ropy. Hmotnost prázdné lodi je 261 000 tun. Tanker se po volném moři pohybuje rychlostí o velikosti 16 uzlů.
(a) Vypočítejte velikost hybnosti plně naloženého tankeru.
(b) Vypočítejte, jak dlouho trvá lodi než zastaví, je-li brzděna průměrnou silou 3,5 MN.
(c) Vypočtěte brzdnou dráhu tankeru (předpokládejte rovnoměrně zpomalený pohyb).

(a) Nejprve převedeme jednotky: 1 uzel = 1,85 kmh^{-1} = 0,51 ms^{-1}, tedy rychlost tankeru má velikost $v_0 = 8\,\mathrm{ms^{-1}}$. Celková hmotnost tankeru i s nákladem je $m = (564\,000 + 261\,000)\,\mathrm{t} = 8{,}25\cdot 10^8\,\mathrm{kg}$. Nyní můžeme dosadit do vztahu pro velikost hybnosti a dostaneme

$$p = mv_0 = 8\,\mathrm{ms^{-1}} \cdot 8{,}25\cdot 10^8\,\mathrm{kg} = 6{,}6\cdot 10^9\,\mathrm{kgms^{-1}}.$$

Velikost hybnosti plně naloženého tankeru jedoucího plnou rychlostí je $6{,}6\cdot 10^9\,\mathrm{kgms^{-1}}$.
(b) Předpokládáme, že brzdná síla působí stále proti směru pohybu lodi a pohyb se odehrává na přímce. Proto můžeme napsat druhý Newtonův zákon ve tvaru $\Sigma F \Delta t = \Delta p$, kde Δp je velikost změny hybnosti a ΣF velikost síly. Hybnost lodi, na konci je nulová, proto $\Delta p = |0 - 6{,}6\cdot 10^9|\,\mathrm{kgms^{-1}} = 6{,}6\cdot 10^9\,\mathrm{kgms^{-1}}$. Můžeme vyjádřit hledaný čas

$$\Delta t = \frac{\Delta p}{\Sigma F} = \frac{6{,}6 . 10^9\,\mathrm{kgms^{-1}}}{3{,}5 . 10^6\,\mathrm{N}} = 1830\,\mathrm{s}.$$

Zastavování tankeru bude trvat 2200 s = 37 min.

Víte, že...

Největší loď na světě je Norský ropný tanker Jahre Viking vyrobený v roce 1979. Uveze při plném zatížení 564 000 tun ropy. Jahre Viking patří spolu s dalšími asi třiceti plavidly k elitní extratřídě ULCC (Ultra Large Crude Carrier), v níž každý tanker má kapacitu přes 320 000 t ropy. Téměř všechny se pohybují mezi Perským a Mexickým zálivem.

Obrázek 5-4. Obří tanker Jahre Viking.

(c) Použijeme našich znalostí o přímočarém pohybu. Pro rychlost tankeru bude platit rovnice pro pohyb s konstantním zrychlením $v(t) = v_0 - at$. Z ní můžeme vypočítat velikost zrychlení a, neboť víme, že $v(t = 2200\,\mathrm{s}) = 0$. Dostaneme

$$0 = v_0 - at \quad => \quad v_0 = at \quad => \quad a = \frac{v_0}{t} = \frac{8\,\mathrm{ms^{-1}}}{2200\,\mathrm{s}} = 0{,}0036\,\mathrm{ms^{-2}}.$$

Nyní můžeme hodnoty dosadit do vztahu pro uraženou dráhu

$$s = v_0 t - \tfrac{1}{2} a t^2 = 8800\,\mathrm{m}.$$

Výsledná brzdná dráha bude 8800 m. Obří tankery opravdu potřebují až 10 km na to, aby zastavily, podobně obtížně mění i směr jízdy. Manévrování s takovými loděmi je velmi obtížné. Několikrát v historii se už stalo, že tanker najel na mělčinu nebo na útes, ropa z něj vytekla do moře a způsobila obrovské škody na okolní přírodě. Proto je dnes bezpečnosti těchto lodí věnována mimořádná pozornost.

Příklad 5-2

Tenisový míček o hmotnosti $m = 60\,\mathrm{g}$ letěl rychlostí $\boldsymbol{v}_1 = (15; 0)\,\mathrm{ms^{-1}}$ ve vztažné soustavě spojené se Zemí tak, že osa x je vodorovná, osa y směřuje svisle vzhůru (viz obrázek). Rychlost míčku po úderu raketou se změnila na (a) $\boldsymbol{v}_2 = (-15; 0)\,\mathrm{ms^{-1}}$, (b) $\boldsymbol{v}_2 = (0; 15)\,\mathrm{ms^{-1}}$. Vypočtěte změnu hybnosti míčku a průměrnou sílu, kterou raketa na míček během interakce působila, víte-li že interakce trvala po dobu $\Delta t = 2{,}5\,\mathrm{ms}$.

Nezapomeňme, že hybnost je vektorová veličina, proto musíme počítat v souřadnicích:

(a) $\Delta\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1 = 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (-15; 0)\,\mathrm{ms^{-1}} - 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (15; 0)\,\mathrm{ms^{-1}} = (-1{,}8; 0)\,\mathrm{kg\,ms^{-1}}$,

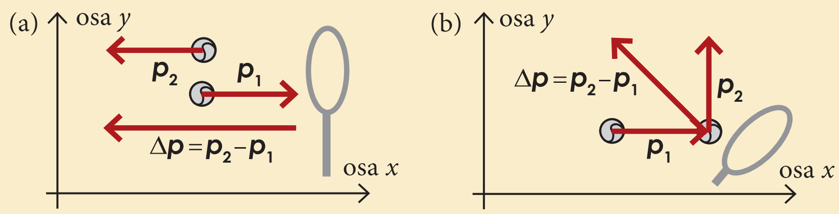
(b) $\Delta\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1 = 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (0; 15)\,\mathrm{ms^{-1}} - 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (15; 0)\,\mathrm{ms^{-1}} = (-0{,}9; 0{,}9)\,\mathrm{kg\,ms^{-1}}$.

Názorné je také grafické řešení (viz obrázek). Průměrnou sílu vypočítáme jednoduše jako

(a) $\Sigma\boldsymbol{F} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta t} = (-1{,}8/0{,}0025; 0)\,\mathrm{N} = (-720; 0)\,\mathrm{N}$.

(b) $\Sigma\boldsymbol{F} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta t} = (-0{,}9/0{,}0025; 0{,}9/0{,}0025)\,\mathrm{N} = (-360; 360)\,\mathrm{N}$.

Raketa na míček působila průměrnou silou (a) o velikosti 720N směřující proti směru osy x, (b) o velikosti 510 N svírající s osou x úhel 45^0.



5.2. Zákon zachování hybnosti

Zkusme se nyní podívat, jak se mění hybnost těles při jejich vzájemném působení. Zaměříme se na ten nejjednodušší možný případ – izolovanou soustavu dvou těles.

Izolovaná soustava je taková, kde na tělesa uvnitř soustavy nepůsobí žádná výsledná vnější síla. Tělesa v izolované soustavě působí silami jen na sebe navzájem. Za izolovanou soustavu bychom mohli považovat například sluneční soustavu, pokud zanedbáme gravitační působení okolních hvězd. Ale také třeba skupina koulí na kulečníkovém stole bude izolovanou soustavou, dokud nějaká koule nenarazí do kraje stolu a pokud zanedbáme tření. Na koule sice působí vnější síly, gravitace a kolmá tlaková síla stolu, jejich výslednice je však nulová.

Pro náš příklad izolované soustavy dvou těles si tedy můžeme vybrat soustavu dvou kulečníkových koulí. Představme si, že koule se nějakým způsobem kutálejí proti sobě. Označme $\boldsymbol{p}_A$ hybnost první koule a $\boldsymbol{p}_B$ hybnost druhé. Celková hybnost soustavy je $\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_B$. Nyní dojde ke srážce a koule na sebe po dobu Δt působí vzájemně silou. Podle **třetího Newtonova zákona** na sebe koule působí stejně velkými, opačně orientovanými silami. Označíme-li sílu, kterou působí koule A na kouli B $\boldsymbol{F}_{AB}$ a sílu, kterou působí B na A $\boldsymbol{F}_{BA}$, můžeme napsat: $\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$. Vynásobíme-li rovnici časovým intervalem Δt, po který síly působily, dostaneme

$$\boldsymbol{F}_{AB}\Delta t = -\boldsymbol{F}_{BA}\Delta t.$$

Síla $\boldsymbol{F}_{AB}$ (respektive $\boldsymbol{F}_{BA}$) je zároveň výslednou silou, působící na kouli B (respektive A), neboť jsme v izolované soustavě a jiné síly už v ní nepůsobí. Proto na každé straně rovnice máme vlastně zapsán impuls síly. Využijeme-li vztahu $\sum \boldsymbol{F}\Delta t = \Delta \boldsymbol{p}$, můžeme rovnici přepsat pomocí změn hybností obou koulí

$$\Delta \boldsymbol{p}_B = -\Delta \boldsymbol{p}_A.$$

Označíme-li hybnosti koulí po srážce $\boldsymbol{p}'_A$ a $\boldsymbol{p}'_B$, dostaneme

$$\boldsymbol{p}'_B - \boldsymbol{p}_B = -(\boldsymbol{p}'_A - \boldsymbol{p}_A)$$

a odtud po úpravě

$$\boxed{\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_B = \boldsymbol{p}'_A + \boldsymbol{p}'_B.}$$

Vyšlo nám, že hybnost soustavy před srážkou je stejná jako hybnost po srážce.

Tento důležitý závěr můžeme zobecnit i na izolované soustavy o více tělesech a na libovolné typy interakcí mezi tělesy. Dostaneme **zákon zachování hybnosti:**

Celková hybnost izolované soustavy těles je konstantní.

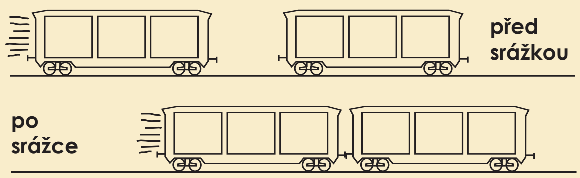
Výhodou tohoto zákona je, že se nemusíme zajímat o to, co se v soustavě děje během určité doby, jaké síly působí, atd. Přesto víme, že celková hybnost bude stejná jako na začátku. Zákon zachování hybnosti patří do důležité skupiny fyzikálních zákonů, které vyjadřují základní vlastnosti přírody tím, že říkají, že hodnota určité veličiny se zachovává.

Význam zákona zachování hybnosti si nyní ukážeme na dvou příkladech.

Příklad 5-3

Na nákladním nádraží sestavují vlak ze stejných vagónů, z nichž každý má hmotnost m. Jeden vagón je roztlačen po vodorovné přímé koleji na rychlost $\boldsymbol{v}$ a narazí do druhého, který stojí v klidu. Vagóny jsou hned spojeny a dál se pohybují dohromady. Jakou rychlostí? Tření a odpor vzduchu neuvažujte.

Soustavu dvou vagónů můžeme považovat za izolovanou soustavu (tření zanedbáváme). Musí proto platit, že součet hybností vagónů před srážkou se musí rovnat součtu hybností po srážce. Hybnosti vagónů



před srážkou známe: $\boldsymbol{p}_1 = m\boldsymbol{v}, \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{0}$. Hybnost spojených vagónů po srážce bude $\boldsymbol{p}' = 2m\boldsymbol{v}'$, kde rychlost vlaků po srážce $\boldsymbol{v}'$ chceme vypočítat. Jednoduše napíšeme zákon zachování hybnosti

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{p}' \quad \Rightarrow \quad m\boldsymbol{v} = 2m\boldsymbol{v}' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{v}' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v}' = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{v}.$$

Po srážce se budou spojené vagóny pohybovat poloviční rychlostí.

Příklad 5-4

Střela o hmotnosti $m_0 = 0{,}01\,\mathrm{kg}$ je vystřelena rychlostí $850\,\mathrm{ms^{-1}}$ ze samopalu o hmotnosti $m = 3{,}1\,\mathrm{kg}$. Vypočtěte zpětnou rychlost, kterou získá samopal po výstřelu.

Soustavu samopal + střela můžeme považovat za izolovanou jen do té doby, než na střelu začne působit odpor vzduchu a na samopal člověk, který ho drží. To nastane velmi brzy po výstřelu, přesto nám výpočet pomůže získat lepší představu o velikosti hybnosti, kterou zbraň předá střelci.

Výpočet je velmi snadný. Před výstřelem je hybnost soustavy nulová, tělesa jsou v klidu. Po výstřelu proto musí být vektory hybnosti střely $\boldsymbol{p}_0$ i samopalu $\boldsymbol{p}$ stejně velké a opačně orientované, aby byl jejich součet stále nulový a celková hybnost soustavy se nezměnila. Označíme-li velikost rychlosti střely v_0 a samopalu v, dostaneme

$$\boldsymbol{0} = \boldsymbol{p}_0 + \boldsymbol{p} \quad \Rightarrow \quad m_0\boldsymbol{v}_0 = -m\boldsymbol{v} \quad \Rightarrow \quad m_0 v_0 = mv \quad \Rightarrow \quad v = \frac{m_0}{m} v_0$$

Po dosazení dostaneme $v = (0{,}01\,\mathrm{kg}/3{,}1\,\mathrm{kg}) \cdot 850\,\mathrm{ms^{-1}} = 2{,}7\,\mathrm{ms^{-1}}$. Střelec tak dostane od samopalu docela silnou „ránu“ – tzv. zpětný ráz.

Ukázali jsme si zde jen ty nejjednodušší případy použití zákona zachování hybnosti, kdy se dvě tělesa pohybují po přímce. Tyto případy umíme jednoduše vyřešit. V soustavách skládajících se z více těles, která se mohou pohybovat v prostoru platí zákon zachování hybnosti úplně stejně, jen musíme počítat se dvěma případně třemi složkami vektorů hybností těles.

Ideální „laboratoří“ pro vyzkoušení platnosti zákona zachování hybnosti je vesmírný prostor. Představme si například tuto situaci: Astronaut na oběžné dráze kolem Země vystoupil z raketoplánu do volného prostoru. Zapomněl se však připoutat jisícím lanem, odrazil se od stěny raketoplánu a teď se od ní pomalu vzdaluje stálou rychlostí. Protože v okolí není žádná látka, od které by se mohl „odrazit“, nachází se v izolované soustavě, jejíž hybnost se zachovává. Jedinou možností záchrany je odhodit nějaké těleso co největší rychlostí ve směru pohybu. Bude-li celá hybnosti soustavy astronaut + těleso předána tělesu, astronaut se zastaví.

Přesně takový je i princip **reaktivního raketového motoru**. Reaktivní motor „odhazuje“ svoje palivo, které předtím spálením v tryskách urychlí na co největší rychlost (až několik kilometrů za sekundu), aby byla jeho hybnost co největší. Samotná raketa pak získává hybnost opačnou k hybnosti vystupujících plynů. Mimo povrch a atmosféru Země je reaktivní motor jedinou možností pohonu.

Víte, že…

Historie raketových motorů je velmi dlouhá a dobrodružná. Jednoduché rakety na střelný prach používali Číňané při ohňostrojích a jako válečnou zbraň už od 11. století. Použít raketový motor jako jedinou možnost pro lety do vesmíru napadlo jako prvního v roce 1903 ruského matematika K. Ciolkovského. Cesta ke spolehlivému raketovému motoru schopnému unést větší zátěž však byla ještě dlouhá. Rakety začaly mít velký vojenský význam, a tak jejich vývoj urychlila až druhá světová a posléze studená válka.

Obrázek 5-5. Evropská raketa Ariane 5 vzlétá do vesmíru.

5.3. Mechanická práce

Pojmy jako práce nebo energie používáme každodenně v nejrůznějších významech, zároveň se však jedná o důležité fyzikální veličiny. Narozdíl od obecných pojmů mají fyzikální veličiny vždy svůj přesný význam.

V běžném hovoru bývá pojem práce spojen nejčastěji s nějakým člověkem, případně strojem. **Fyzikální veličina práce se ale vždy vztahuje ke konkrétní síle**. Bude-li například člověk zvedat těžkou bednu, dokážeme určit, jakou práci vykonala síla, kterou člověk na bednu působil. Někdy se setkáme i se zjednodušenou formulací: „člověk vykonal práci…“ V tom případě musíme mít na paměti, že se jedná o práci síly, kterou člověk na určité těleso působil.

Mechanická práce je spojena s pohybem tělesa. Omezíme se na případ, kdy se těleso pohybuje po přímce. Jestliže na těleso působí konstatní síla $\boldsymbol{F}$, a to se přitom posune o vektor $\boldsymbol{d}$ svírající se silou $\boldsymbol{F}$ úhel α, pak definujeme mechanickou práci vykonanou silou $\boldsymbol{F}$ jako

$$\boxed{W = Fd\cos\alpha,}$$

kde F je velikost síly $\boldsymbol{F}$ a d je velikost vektoru posunutí $\boldsymbol{d}$. Práci značíme velkým písmenem W (z anglického work), její jednotka je $[W]=[F]\cdot[d]=\mathrm{Nm}=\mathrm{kgm^2s^{-2}}=$ $=1\,\mathrm{J}$ (1 joule). Je to skalární veličina (vznikla násobením velikostí vektorů).

Možná si správně kladete otázku, k čemu je taková veličina dobrá a proč byla definována právě takovým způsobem. Význam práce bude jasnější až v dalším odstavci. Nejdřív si ukážeme její nejdůležitější vlastnosti.

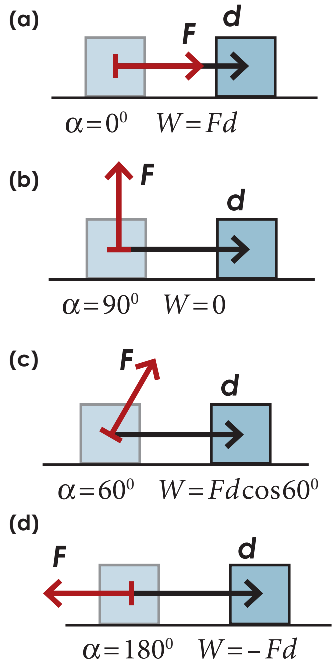
Je jasné, že je-li těleso v klidu, síly, které na něho působí, práci nekonají. Jak je tomu v případě, že se těleso pohybuje, ukazuje obrázek 5-6. Můžeme si představit, že se jedná třeba o bednu, kterou stěhujeme po podlaze. Podívejme se, jakou práci vykonají různě orientované síly působící na bednu. V případě (a) působí síla ve směru pohybu bedny (síla, kterou bednu tlačíme). Vektory $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{d}$ svírají úhel $\alpha=0^0$ a $\cos 0^0=1$, proto $W=Fd$. V případě (b) je vyznačena síla $\boldsymbol{F}$ kolmá ke směru pohybu (kolmá tlaková síla). Vektory $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{d}$ svírají úhel $\alpha=90^0$ a $\cos 90^0=0$ proto $W=0$. Vidíme, že **síla kolmá ke směru pohybu práci nekoná**. Obrázek (c) ukazuje obecný případ, kdy úhel α leží mezi 0^0 a 90^0 (síla, kterou druhý pomocník seshora táhne bednu). Vidíme, že síla koná práci menší, než kdyby působila ve směru pohybu. V případě (d) je vyznačena síla $\boldsymbol{F}$ opačná ke směru pohybu (dynamická třecí síla). Vektory $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{d}$ svírají úhel $\alpha=180^0$ a $\cos 180^0=-1$ proto $W=-Fd$. Vykonaná práce je v tomto případě záporná.

Výsledek můžeme přehledně shrnout pro zcela obecnou situaci:

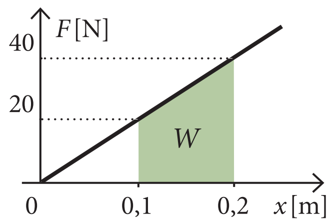
$\alpha=0^0$	$\cos 0^0=1$	$W=Fd$
$0^0<\alpha<90^0$	$\cos\alpha>0$	$W=Fd\cos\alpha$ (kladná hodnota)
$\alpha=90^0$	$\cos 90^0=0$	$W=0$
$90^0<\alpha<180^0$	$\cos\alpha<0$	$W=Fd\cos\alpha$ (záporná hodnota)

V případě, že působící síla není konstantní, ale působí ve směru pohybu, můžeme vykonanou práci určit graficky. Potřebujeme k tomu graf závislosti velikosti síly $\boldsymbol{F}$ působící ve směru pohybu tělesa na jeho poloze x (viz obrázek 5-7). Práci síly $\boldsymbol{F}$ při posunutí tělesa o Δx pak určíme jako plochu pod příslušnou částí grafu.

Jednotka práce dostala jméno podle Anglického fyzika Jamese Prescotta Joulea (čteme džaula). Znáte nějakou jinou veličinu, která má jednotku joule?



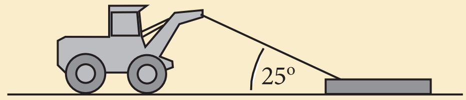
Obrázek 5-6. Práce vykonaná silou F závisí na úhlu mezi silou a posunutím.

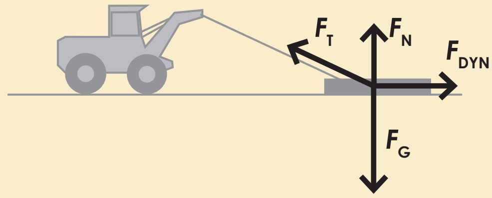


Obrázek 5-7. Práci síly F při posunutí tělesa o Δx určíme jako plochu pod příslušnou částí grafu. V námi zvoleném případě je obsah zeleně vyznačeného pětiúhelníka $W=1{,}5\cdot 0{,}1\,\mathrm{m}\cdot 20\,\mathrm{N}=3\,\mathrm{J}$.

Příklad 5-5

Lesní traktor táhne kládu stálou rychlostí po vodorovné cestě do vzdálenosti $d = 200\,\mathrm{m}$. Tahová síla má velikost $F_T = 2500\,\mathrm{N}$ a svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 25^0$ (viz obrázek). Určete jakou práci vykoná
(a) tahová síla,
(b) třecí síla,
(c) gravitační síla,
(d) kolmá tlaková síla země.





(a) Práce tahové síly je $W_1 = F_T d\ \cos\alpha =$ $= 2500\,\mathrm{N} \cdot 200\,\mathrm{m} \cdot \cos 25^0 = 450\,000\,\mathrm{J}$.
(b) Koeficient dynamického tření sice neznáme, ale Newtonovy zákony máme stále v paměti. Traktor jede stálou rychlostí, tedy výsledná působící síla musí být nulová. Třecí síla $\boldsymbol{F}_{\mathrm{DYN}}$ proto musí být stejně velká jako vodorovná složka tahové síly: $F_{\mathrm{DYN}} = F_T \cos\alpha$. Práce třecí síly je pak $W_2 = F_{\mathrm{DYN}}\, d \cos 180^0 = -F_T \cos\alpha = -W_1 = -450\,000\,\mathrm{J}$.
(c), (d) Gravitační síla $\boldsymbol{F}_G$ i kolmá tlaková síla $\boldsymbol{F}_N$ jsou kolmé na směr pohybu a práci nekonají: $W_3 = W_4 = 0\,\mathrm{J}$.

5.4. Kinetická energie

Už umíme vypočítat práci různých sil působících na těleso. Víme také, že chceme-li zjistit výsledný účinek všech na těleso působících sil, stačí síly sečíst. Získáme výslednou působící sílu $\Sigma\boldsymbol{F}$, kterou dosazujeme do druhého Newtonova zákona. To by nás mohlo vést k myšlence, že vypočítáme-li práci výsledné síly, dostaneme výslednou práci všech působících sil, která by podobně jako $\Sigma\boldsymbol{F}$ mohla zvláštní význam.

Uvažme tento jednoduchý případ: Těleso o hmotnosti m se pohybuje rychlostí v_1. V nějakém okamžiku přestane být výslednice sil působících na částici nulová a těleso se začne pohybovat se zrychlením. Předpokládejme, že $\Sigma\boldsymbol{F}$ je dále konstantní a působí ve směru pohybu. Půjde proto o rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením $\boldsymbol{a} = \Sigma\boldsymbol{F}/m$. Za dobu t se velikost rychlosti zvětší na $v_2 = v_1 + at$ a těleso se posune do vzdálenosti $d = v_1 t + \frac{1}{2}at^2$. Spočtěme nyní práci, vykonanou výslednou silou. S použitím uvedených vztahů pro rovnoměrně zrychlený pohyb dostaneme

$$W = \Sigma F d = m a d = ma\left(v_1 \frac{v_2 - v_1}{a} + \frac{1}{2}a\left(\frac{v_2 - v_1}{a}\right)^2\right) = m\left(v_1 v_2 - v_1^2 + \frac{1}{2}v_2^2 - v_1 v_2 + \frac{1}{2}v_1^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Vidíme, že vykonaná práce je dána rozdílem dvou podobných výrazů. První je určen hmotností částice a velikostí její rychlosti v_2 po vykonání práce W a druhý hmotností částice a velikostí její rychlosti v_1 před vykonáním práce. Veličina $\frac{1}{2}mv^2$ charakterizuje pohybový stav tělesa v daném okamžiku, nazýváme ji **Kinetickou energií**

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2}mv^2.}$$

Víte, že…

Energie patří mezi nejznámější a také nejdůležitější pojmy fyziky. Energii potřebuje člověk ke svému životu, stejně jako automobil potřebuje energii k jízdě. Máme dokonce energetický průmysl, celé odvětví lidské činnosti zabývající se tím, jak vyrobit dost energie kterou lidé potřebují.

Avšak, dokázali byste říci, co to vlastně energie je? Odpověď vůbec není jednoduchá, neboť jde o velice obecný pojem. Jedinou možností jak energii porozumět je seznámit se postupně s jejími různými formami.

Přitom jsme zjistili, že **práce výsledné síly ΣF se rovná změně kinetické energie**.

$$\boxed{W=\Delta E_K=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2.}$$

Vztah jsme zde pro jednoduchost odvodili jen pro rovnoměrně zrychlený pohyb, platí však pro jakýkoliv druh pohybu.

Kinetická energie patří mezi základní veličiny ve fyzice, shrňme si proto její nejdůležitější vlastnosti. **Kinetická neboli pohybová energie souvisí s pohybem částice**. Je jen **jednou z mnoha forem** obecnější veličiny **energie**. Jednotka energie je stejně jako jednotka práce 1 joule.

Jedná se o **skalární veličinu**, nezáleží na směru rychlosti. Její hodnota je vždy kladná, případně nulová, je-li částice v klidu. **Hodnota kinetické energie závisí na volbě vztažné soustavy** stejně jako rychlost pomocí které je definována.

Dosud stále uvažujeme o tělese jako o hmotném bodě. Neuvažovali jsme možnost, že se těleso otáčí či deformuje. Vztah pro kinetickou energii proto platí jen pro těleso, které se pohybuje posuvným pohybem nebo jehož otáčení je možné zanedbat. Jakou kinetickou energii má otáčející se těleso se dozvíme až v kapitole o tuhých tělesech.

Příklad 5-6

Meteor Crater v Arizoně (viz obrázek 5-8) je pozůstatkem kolize Země s meteorem před 50 000 lety. Dnešní výpočty ukazují, že šlo o vesmírné těleso, které mělo v okamžiku dopadu velikost asi 45 m, hmotnost 300 000 tun a které se pohybovalo vůči Zemi rychlostí přibližně 15 kms^{-1}. Jaká byla kinetická energie meteoritu před dopadem?

Stačí dosadit do vztahu pro kinetickou energii hodnoty v základních jednotkách

$$E_K=\tfrac{1}{2}mv^2=\tfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 10^8\,\mathrm{kg}\cdot(15\cdot 10^3\,\mathrm{ms^{-1}})^2=3\cdot 10^{16}\,\mathrm{J}.$$

Kinetická energie meteoritu se v průběhu kolize přemění na jiné formy energie. V našem případě je uvolněná energie srovnatelná s energií, která se uvolní při výbuchu asi 150 atomových bomb, jaké byly svrženy na Hirošimu a Nagasaki v roce 1945.

5.5. Potenciální energie

Zatím jsme poznali první z mnoha forem energie – kinetickou energii. Víme, že kinetická energie tělesa závisí na jeho hmotnosti a rychlosti v dané vztažné soustavě. V tomto odstavci se seznámíme s další formou energie – **potenciální energií.** Potenciální, neboli polohová energie, souvisí se vzájemnou polohou těles v daně soustavě, nikoliv s jejich pohybem. Mění-li se vzájemná poloha těles, tělesa na sebe působí silami, mění se i potenciální energie soustavy. Podle typu interakce, kterou na sebe tělesa působí, dostaneme i různé typy potenciální energie. Ukážeme si to na dvou jednoduchých příkladech.

Prvním příkladem bude střelba z luku. Na začátku luk napínáte, vaše ruka působí na šíp poměrně velkou silou. Přesto se kinetická energie šípu nezvětšuje, neboť na něj působí také luk silou pružnosti. Nyní je luk napnutý. Síla ruky vykonala určitou práci a síla pružnosti luku vykonala stejně velkou práci, ovšem zápornou (působila proti směru pohybu šípu). Soustava luk + šíp je nyní opět

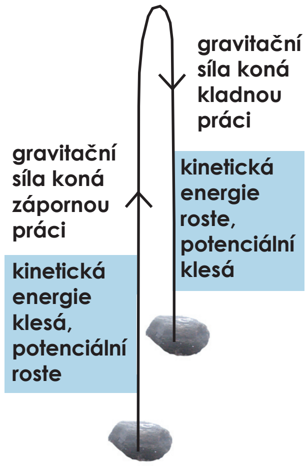
Víte, že...

Před 65 miliony let se srazila se Zemí planetka o velikosti asi 10 km. Na místě dopadu vznikl 160 km velký kráter, spojený s obrovským zemětřesením a vlnami tsunami. Dopad způsobil vyvržení obrovského množství rozžhavených hornin a prachu, který se dostal do atmosféry a zastínil na celé planetě Slunce na týdny až měsíce. Tato událost přispěla k vyhynutí mnoha druhů rostlin a živočichů včetně dinosaurů.

Jak mohl desetikilometrový objekt způsobit tak obrovské škody? Stačí spočítat jeho kinetickou energii při rychlosti řádově 10 kms^{-1} a hmotnosti řádově 10^{16} kg.

Obrázek 5-8. Meteor crater v Arizoně v USA. V současnosti je kráter hluboký 165 metrů a obvod měří necelé 4 km. Vznikl před 50 tisíci lety dopadem meteoritu o velikosti jen asi 45 m.

Obrázek 5-9. Výstřel z luku. Potenciální energie napjatého luku se změní na kinetickou energii šípu.



Obrázek 5-10. Kámen je vržen vzhůru. Při výstupu koná gravitační síla zápornou práci a kinetická energie kamene se zmenšuje. Zároveň se zvětšuje vzdálenost kamene od Země a s ní potenciální energii soustavy kámen + Země. Při pádu se situace obrátí.

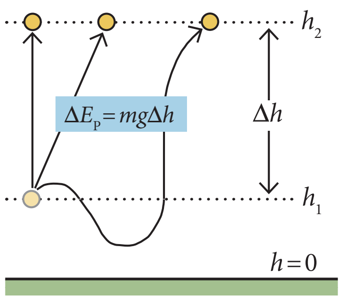
v klidu, stejně jako na počátku. Změnila se však jejich vzájemná poloha a s ní i potenciální energie soustavy luk + šíp. Vzhledem k typu působící síly ji nazýváme **potenciální energie pružnosti**. Práce, kterou vykonala síla ruky, je nyní „uložena" ve formě potenciální energie soustavy luk + šíp. Nyní stačí šíp uvolnit, síla pružnosti bude konat kladnou práci a uvede šíp do pohybu. Potenciální energie se tak přemění na kinetickou energii šípu (a pohybu části luku).

V druhém příkladu si všimneme vyhazování kamene do výšky. Podstatnou roli zde bude hrát gravitační působení mezi kamenem a Zemí a jejich vzájemná poloha, proto zvolíme tu nejjednodušší možnou soustavu Země + kámen, vliv ostatních těles ani odpor vzduchu nebudeme uvažovat. Nebudeme uvažovat ani rotaci Země a pohyb budeme popisovat v inerciální vztažné soustavě spojené se Zemí. Začneme tím, že kámen vymrštíme svisle vzhůru. Na kámen působí gravitační síla Země, která je zároveň výslednou působící silou. Ta koná zápornou práci (působí proti směru pohybu), kinetická energie kamene se zmenšuje. Zároveň se zvětšuje vzdálenost kamene od Země a kinetická energie se přeměňuje na potenciální energii soustavy kámen + Země. Tento typ potenciální energie nazýváme **gravitační potenciální energií**. V bodě obratu je kinetická energie kamene nulová. Tato energie je, podobně jako v předchozím příkladu „uložena" ve formě potenciální energie soustavy Země + kámen. Není-li kámen nahoře zachycen, začíná padat zpět k Zemi a situace se obrátí. Gravitační síla teď koná kladnou práci a potenciální energie soustavy se mění na kinetickou energii kamene.

Viděli jsme, že změna potenciální energie soustavy vždy záleží na práci vykonané příslušnou silou. Změnu gravitační potenciální energie tedy vypočítáme jako záporně vzatou práci vykonanou gravitační silou ($\Delta E_\mathrm{p} = -W$).

V případě kamene a Země bude výpočet docela snadný. V blízkosti Země je velikost gravitační síly $F_\mathrm{G} = mg$. Jestliže se vzdálenost kamene od Země se změní o Δh (označení odpovídá změně výšky nad zemí), vykoná gravitační síla při výstupu kamene práci $W = -F_\mathrm{G}\Delta h = -mg\Delta h$. Změna gravitační potenciální energie soustavy kámen + Země tedy bude

$$\Delta E_\mathrm{p} = mg\Delta h$$



Obrázek 5-11. Změna gravitační potenciální energie je dána rozdílem výšek Δh, nezávisí na trajektorii.

Výsledek jsme odvodili pro přímočarý pohyb tělesa ve svislém směru. Dá se však ukázat, že tento závěr platí pro jakýkoliv způsob pohybu tělesa, při kterém se jeho výška nad Zemí zvětší o Δh. To je velmi podstatné, neboť **změna gravitační potenciální energie závisí jen na počáteční a koncové výšce, nikoliv na trajektorii, po které se těleso pohybovalo** (viz obrázek 5-11).

Z praktických důvodů je výhodné, abychom mohli tělesu v konkrétní výšce h přiřadit určitou hodnotu potenciální energie E_p. To můžeme udělat tak, že vybereme libovolnou vodorovnou rovinu, ve které zvolíme **nulovou hladinu potenciální energie** $E_\mathrm{p} = 0$. Můžeme nyní potenciální energii soustavy Země + těleso zjednodušeně nazvat **potenciální energií tělesa**. Těleso o hmotnosti m ve výšce h nad zvolenou nulovou hladinou má pak vzhledem k této hladině gravitační potenciální energii

$$\boxed{E_\mathrm{p} = mgh.}$$

Připomeňme, že vztah platí jen v blízkosti povrchu Země, protože s přibývající vzdáleností klesá hodnota gravitačního zrychlení. Podrobněji se o tom dozvíte v kapitole o gravitaci.

Poznali jsme zatím dva typy potenciální energie – potenciální energii pružnosti a gravitační potenciální energii u povrchu Země, pro kterou jsme našli i jednoduchý vztah pro výpočet. **Potenciální energie** však **neexistuje pro všechny typy vzájemných interakcí, například pro třecí nebo odporovou sílu**. Takové **síly** nazýváme **nekonzervativní** (nezachovávající energii). Síly, pro které existuje potenciální energie nazýváme **konzervativní.**

Uvažme opět jednoduchou soustavu sestávající například z kostky a podlahy. Uvedeme-li kostku do pohybu, vykoná třecí síla zápornou práci, podobně jako gravitační síla v soustavě Země + kámen. Třecí síla, ale narozdíl od gravitační, působí vždy proti směru pohybu, nemůže nikdy vykonat kladnou práci. Třecí síla nikdy neuvede kostku do pohybu. Práce třecí síly navíc vždy závisí na trajektorii. Proto pro třecí sílu neexistuje potenciální energie, jedná se o nekonzervativní sílu.

5.6. Zákon zachování energie

Naše dosavadní úvahy směřují k velmi důležitému závěru. Uvažujme izolovanou soustavu, jak jsme ji definovali už v odstavci 5.2. (Na tělesa soustavy nepůsobí žádná výsledná vnější síla). Přidejme navíc podmínku, že v soustavě působí jen konzervativní síly. Tuto podmínku splňuje například naše soustava Země + kámen, pokud neuvažujeme odpor vzduchu. V takové soustavě se může kinetická energie těles měnit pouze na úkor potenciální energie soustavy a obráceně. Z toho plyne, že součet kinetické a potenciální energie soustavy musí být konstantní. Součet $E_K + E_P$ proto nazýváme **mechanickou energií** soustavy a formulujeme **zákon zachování mechanické energie: V izolované soustavě, kde působí pouze konzervativní síly, je celková mechanická energie konstantní**

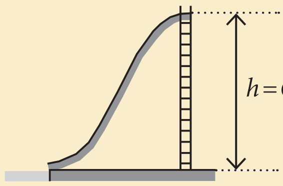
$$\boxed{E = E_K + E_P = \text{konst.}}$$

Soustavy, které jsou izolované a ve kterých nepůsobí žádné třecí ani odporové síly, bychom v praxi hledali obtížně. Existuje ale mnoho situací, kdy je možné vliv nekonzervativních sil zanedbat. Ostatně máme na paměti důležitou zásadu nejen fyziky, že nejprve je třeba porozumět těm jednodušším případům a teprve poté zkoumat složitější.

Zákon zachování mechanické energie nám umožňuje elegantně vyřešit problémy, které bychom pomocí působících sil a Newtonových zákonů řešili mnohem obtížněji. Zachovává-li se totiž mechanická energie soustavy, můžeme porovnávat její hodnotu v různých okamžicích, aniž bychom zkoumali, co se mezitím v soustavě děje. Ukážeme si to v následujícím příkladu.

Příklad 5-7

Na obrázku vidíte skluzavku v aquaparku. Nejvyšší bod skluzavky je ve výšce $h = 6{,}2\,\text{m}$ nad ústím do bazénu. Předpokládejme, že třecí sílu i odpor vzduchu můžeme zanedbat. Vypočítejte, jak velkou rychlostí vklouznete po sjetí skluzavky do bazénu.

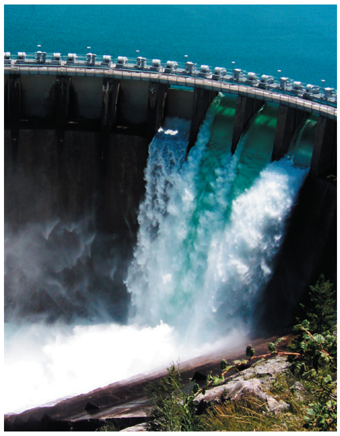


Víte, že…

Gravitační potenciální energii má také voda. Její potenciální energii dokážeme pomocí turbíny ve vodní elektrárně přeměnit na elektrickou energii.

Existují i přečerpávací vodní elektrárny, které pomáhají vyrovnávat rozdíl mezi výrobou a spotřebou energie. Když je elektrické energie přebytek, čerpá se voda do horní nádrže. Při nedostatku se zase voda pouští přes turbínu dolů. Vyrobená energie se tak uchovává ve formě potenciální energie vody.

Víte, které země mají nejlepší možnosti využití vodních elektráren?

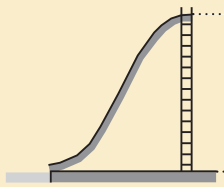


Obrázek 5-12. Přehradní hráz. Potenciální energie vody se mění na kinetickou.

Víte, že…

Zakladatelé moderní fyziky Galileo Galilei a Isaac Newton pojmu energie ve svých dílech vůbec nevyužívali. K širšímu chápání pojmu energie dospěli různí přírodovědci až v průběhu 19. století.

Pokud neuvažujeme třecí sílu mezi skluzavkou a člověkem ani odpor vzduchu, bude v soustavě člověk + skluzavka + Země platit zákon zachování mechanické energie $E = E_K + E_P = \text{konst.}$ Nyní stačí vybrat dva vhodné body, ve kterých budeme mechanickou energii soustavy porovnávat (viz obrázek). Nulovou hladinu potenciální energie si zvolíme v rovině vodní hladiny. Dostaneme tak, že mechanická energie v horní poloze je mgh (kinetická energie je zde nulová), zatímco v dolní poloze $\frac{1}{2}mv^2$ (potenciální energie je zde nulová). Nyní stačí zapsat zákon zachování mechanické energie



$$E_1 = E_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 6{,}2}\,\text{ms}^{-1} = 11\,\text{ms}^{-1}.$$

Do bazénu vklouzneme rychlostí $11\,\text{ms}^{-1}$.
Vidíte, v čem spočívá výhoda použití zákona zachování mechanické energie? Vůbec jsme nepotřebovali vědět, jaký je tvar skluzavky. Pomocí Newtonových zákonů bychom takto zadanou úlohu těžko dokázali vyřešit. Vzpomeňte si, že rychlost dopadu $v = \sqrt{2gh}$ vyšla také při volném pádu tělesa z výšky h. My jsme nyní došli k závěru, že tento vztah na tvaru trajektorie vůbec nezáleží, platí pro jakýkoliv pohyb „z kopce" s nulovou počáteční rychlostí, ovšem bez započítání odporu vzduchu a tření.

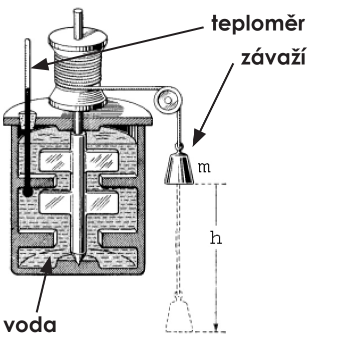
Ve většině reálných situací kolem nás působí na tělesa nekonzervativní síly, jejichž vliv nemůžeme zanedbat. Uvažme opět jednoduchý příklad.

Jedete v autě po vodorovné silnici a vyřadíte motor. Vaše rychlost se bude díky odporu vzduchu a tření postupně zmenšovat, až auto úplně zastaví. Stejně tak můžete auto zastavit sešlápnutím brzd, čímž zvětšíte třecí sílu. Kinetická energie auta se zmenší na nulu, jeho potenciální energie se ale nezmění (auto jede po rovině). Kam se tedy jeho mechanická energie „ztratí"? Můžeme si všimnout, že po prudkém brždění se brzdy a někdy i pneumatiky zahřejí. Zvýšení teploty souvisí se zvýšením jejich **vnitřní energie**. Mechanická energie auta nezanikla, pouze se díky působení nekonzervativní síly přeměnila na jinou (nemechanickou) formu energie – vnitřní energii. K podobným přeměnám dochází i v dalších situacích. Například ve vodní elektrárně se mění mechanická energie vody na energii elektrickou. Také po odrazu tenisového míčku od země se část jeho mechanické energie přemění na vnitřní, míček má po odrazu menší rychlost a nevyskočí do původní výšky.

Po mnoha podobných pokusech a úvahách vyslovili fyzikové jeden ze základních zákonů přírody, **zákon zachování energie**. Zjistili, že energie nemůže být zničena ani vyrobena, pouze může přecházet z jedné formy na druhou, nebo z jednoho tělesa na druhé. Neboli

Celková energie izolované soustavy je konstantní, mění se jen její formy.

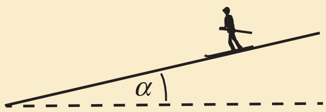
Je velmi důležité si uvědomit, že mechanická energie soustavy se může zmenšovat pouze jediným možným způsobem, a to působením nekonzervativních sil. Platí, že **úbytek mechanické energie soustavy je roven práci, kterou vykonaly nekonzervativní síly**. Ukažme si to opět na příkladu.



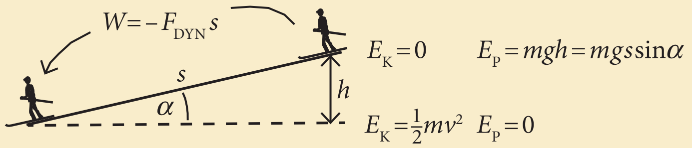
Obrázek 5-12. Náčrtek jednoho experimentu, který provedl James P. Joule, aby ukázal vztah mezi mechanickou a vnitřní energií. Dokážete pomocí obrázku vysvětlit princip pokusu?

Příklad 5-8

Lyžař chce vyzkoušet své nové lyže. Postaví se proto na mírný svah se sklonem $\alpha = 6^0$ a začne sjíždět dolů. Vypočtěte rychlost lyžaře po ujetí 30 m. Koeficient dynamického tření mezi skluznicí a sněhem je $f = 0{,}06$ (odpor vzduchu neuvažujeme, předpokládáme, že lyžař na mírném svahu nedosáhne velké rychlosti).



Podobně zadanou úlohu o lyžaři jsme řešili již v předchozí kapitole užitím Newtonových zákonů. I nyní bychom mohli spočítat výslednou sílu, působící na lyžaře, jeho zrychlení a z něj pak určit rychlost po uražení dané vzdálenosti. My však nyní úlohu vyřešíme pomocí zákona zachování energie. Situaci si znázorníme na obrázku.



Sledujeme změny mechanické energie mezi horní a dolní polohou lyžaře. Nulovou hladinu volíme E_P volíme v dolní poloze. Nyní můžeme napsat potenciální i kinetickou energii v obou polohách (viz obrázek). Na lyžaře působí ještě nekonzervativní třecí síla, takže mechanická energie se nezachovává, ale změní se právě o práci vykonanou třecí silou $\Delta E = W$. Tuto práci vypočítáme snadno. Nejprve určíme velikost dynamické třecí síly $F_{DYN} = f_D mg\cos\alpha$. Vykonaná práce pak bude $W = -F_{DYN}s = -f_D mgs\cos\alpha$. Nyní můžeme napsat zákon zachování energie. Musí platit, že mechanická energie nahoře $E_P = mgh = mgs\sin\alpha$ plus práce vykonaná třecí silou $W = -f_D mgs\cos\alpha$ (práce je záporná, proto plus) se musí rovnat mechanické energii dole $E_K = \frac{1}{2}mv^2$. Dostaneme

$$mgs\sin\alpha - f_D mgs\cos\alpha = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow gs(\sin\alpha - f_D\cos\alpha) = = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gs(\sin\alpha - f_D\cos\alpha)},$$

$$v = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 30\cdot(\sin 6^{\circ} - 0{,}06\cdot\cos 6^{\circ})}\,\mathrm{ms^{-1}} = 5{,}1\,\mathrm{ms^{-1}}.$$

Rychlost lyžaře po ujetí 30 m bude mít velikost 5,1 ms^{-1}. Můžete si vyzkoušet vyřešit úlohu i pomocí Newtonových zákonů.

Zákon zachování energie patří mezi nejdůležitější přírodní zákony. Energie se zachovává při libovolných dějích. My jsme se zatím zaměřili jen na děje mechanické, kde hraje podstatnou roli potenciální a kinetická energie, případně její úbytek vlivem působení nekonzervativních sil. Při dalším studiu fyziky se později seznámíte s řadou dalších příkladů přeměn energie a jejími různými formami (tepelná energie, elektrická energie, atd...).

5.7. Výkon a účinnost

S pojmem výkon jste se už určitě setkali v mnoha významech, často používaná je i jednotka výkonu watt. Výkon je například jednou z hlavních charakteristik motoru automobilu. Na něm si můžeme jednoduše ukázat, co přesně výkon znamená.

Představme si jednoduchý test dvou aut, která se liší pouze tím, jakým motorem jsou vybavena. Hmotnost obou aut je stejná. V testu půjde o to, dosáhnout co nejdřív rychlosti 100 kmh^{-1}. Kinetická energie obou aut se musí zvednout o stejnou hodnotu, oba motory proto vykonají tutéž práci. Motor s větším výkonem však požadovanou práci vykoná za kratší čas a v testu zvítězí. Výkon motoru vyjadřuje, jak rychle dokáže vykonat určitou práci.

Veličina **výkon vyjadřuje, jak rychle** určitá síla (případně stroj nebo člověk působící touto silou) **koná práci.** Vykoná-li síla (stroj, člověk) práci W za čas Δt, pak jeho průměrný výkon P je

$$\boxed{P=\frac{W}{\Delta t}.}$$

Z definice určíme jednotku výkonu $\mathrm{Js^{-1}}$ (Joule za sekundu), která má vlastní název watt (W) podle skotského fyzika Jamese Watta.

Někdy se ještě setkáte s dříve používanou jednotkou výkonu – koňskou silou (značka hp, z anglického horsepower). Pro převod na watty platí 1 hp = 736 W.

Chceme-li určit okamžitý výkon, postupujeme stejně jako v případě okamžité rychlosti (viz kapitola 2). Okamžitý výkon je vlastně „okamžitá rychlost konání práce" a určíme ho jako průměrný výkon za čas $\Delta t \to 0$.

Z definičního vztahu můžeme vyjádřit práci vykonanou za čas Δt konstantním výkonem P jako $W=P\Delta t.$ Z tohoto vztahu získáme v praxi **často užívanou** alternativní **jednotku práce – kilowatthodinu (kWh)**. V kilowatthodinách se například počítá energie odebraná z elektrické sítě. 1 kilowatthodina je práce vykonaná silou (strojem) o výkonu 1 kW za 1 hodinu, platí převodní vztah

$$1\,\mathrm{kWh}=10^3\,\mathrm{W}\cdot 3600\,\mathrm{s}=3{,}6\,\mathrm{MJ}.$$

U pohybujících se těles (například dopravních prostředků) můžeme okamžitý výkon pohánějící síly vyjádřit ještě jinak – pomocí okamžité rychlosti tělesa. Předpokládejme, že těleso se pohybuje po přímce a síla $\boldsymbol{F}$, jejíž výkon počítáme, působí ve směru pohybu. Za dobu Δt se těleso posune o $\Delta\boldsymbol{x}=\boldsymbol{v}_\mathrm{P}\Delta t,$ kde $\boldsymbol{v}_\mathrm{P}$ je průměrná rychlost za čas $\Delta t.$ Práce, kterou síla $\boldsymbol{F}$ za tento čas vykoná, je $W=F\Delta x=Fv_P\Delta t.$ Výkon je pak $P=W/\Delta t=Fv_P\Delta t/\Delta t=Fv_P.$ Vidíme, že na intervalu Δt nezáleží, můžeme proto průměrnou rychlost nahradit okamžitou a dostaneme výsledný vztah pro okamžitý výkon síly o velikosti F, která působí ve směru rychlosti o velikosti v

$$P=Fv.$$

Příklad 5-10

Automobil Škoda Fabia o celkové hmotnosti 1220 kg s benzinovým motorem 1,4 l dokáže zrychlit z klidu na $100\,\mathrm{kmh^{-1}}$ za 14,1 s.

(a) Vypočtěte průměrný výkon motoru v případě, že nebudeme uvažovat vliv odporu vzduchu ani jiných odporových sil.

(b) Bude se automobil rozjíždět rovnoměrně zrychleně, je-li výkon motoru po celou dobu přibližně konstantní?

(c) V příkladu 4-5 v předchozí kapitole jsme vypočítali, že odporová síla působící na Fabii při rychlosti $100\,\mathrm{kmh^{-1}}$ je $F_\mathrm{ODP}=348\,\mathrm{N}.$ Jaký musí být výkon motoru při jízdě rychlostí $100\,\mathrm{kmh^{-1}}$ po rovině?

(a) Neuvažujeme žádné odporové síly, proto bude platit, že práce W vykonaná motorem je rovna změně kinetické energie auta ΔE_k (jiné síly práci nekonají). Práce vykonaná motorem proto bude

$$W=\Delta E_\mathrm{k}=\tfrac{1}{2}mv^2,$$

kde $v=100\,\mathrm{km h^{-1}}=27{,}8\,\mathrm{ms^{-1}}$ je výsledná rychlost automobilu. Výkon motoru pak bude

$$P=\frac{W}{\Delta t}=\frac{mv^2}{2\Delta t}=\frac{1220\,\mathrm{kg}\cdot(27{,}8\,\mathrm{ms^{-1}})^2}{2\cdot 14{,}1\,\mathrm{s}}=33\,\mathrm{kW}.$$

Průměrný výkon motoru při rozjezdu bez započítání odporu vzduchu je 33 kW. Podle výrobce je maximální výkon uvažovaného motoru 55 kW. Rozdíl je způsoben především nezapočítáním odporových sil a dále skutečností, že při skutečném rozjezdu auta nepracuje motor po celou dobu s maximálním výkonem (řidič musí například řadit).
(b) Pro přesnou odpověď na otázku, jaké bude zrychlení automobilu rozjíždějícího se s konstantním výkonem, použijeme druhý vztah pro výkon $P=Fv$. Velikost výsledné síly F můžeme vyjádřit pomocí druhého Newtonova zákona a dostaneme $P=mav$, odtud $a=P/(mv)$. Vidíme, že se vzrůstající rychlostí auta se jeho zrychlení zmenšuje (v je ve jmenovateli). Rozjezd auta není rovnoměrně zrychlený.
(c) Stačí jen dosadit do vztahu pro výkon

$$P=Fv=348\,\mathrm{N}\cdot 27{,}8\,\mathrm{ms^{-1}}=11\,\mathrm{kW}.$$

Při jízdě konstantní rychlostí $100\,\mathrm{kmh^{-1}}$ musí motor pracovat s výkonem 11 kW.

Na úplný závěr si vysvětlíme, co znamená údaj ve wattech, se kterým se setkáváme nejčastěji u elektrických spotřebičů (například 100 W žárovka). V případě elektrických spotřebičů neznamená tento údaj jejich výkon, ale příkon. **Příkon vyjadřuje, kolik energie zařízení spotřebuje za určitý čas**. Například zmiňovaná 100W žárovka odebere za 1 hodinu z elektrické sítě energii $0{,}1\,\mathrm{kWh}\cdot 1\mathrm{h}=0{,}1\,\mathrm{kWh}$. Druhá věc je, jakou práci zařízení vykoná. U strojů, které konají mechanickou práci (například motor auta, elektromotor výtahu,...) můžeme tuto práci přímo spočítat (viz příklad 5-12). Většina ostatních spotřebičů však mechanickou práci nekoná, ale přeměňují elektrickou energii na jiné formy energie (například žárovka na světlo, rychlovarná konev na vnitřní energii ohřívané vody,...) U každého stroje (spotřebiče) můžeme definovat jeho **účinnost**, která **vyjadřuje, jaká část spotřebované energie se přeměnila na požadovanou formu**. Účinnost značíme řeckým písmenem η (éta), platí

$$\boxed{\eta=\frac{\text{výkon}}{\text{příkon}}.}$$

Účinnost se udává v procentech, ze zákona zachování energie plyne, že nikdy nemůže být větší než 100%. Příkon a účinnost některých zařízení je uvedena v tabulce vlevo.

Příkon a účinnost některých spotřebičů v domácnosti. Údaje jsou orientační, vždy záleží na typu zařízení.

zařízení	příkon	η
žárovka	60 W	6%
úsporná zářivka	15 W	30%
elektromotor ve vysavači	200 W	85%
rychlovarná konev	2000 W	98%

Příklad 5-11

(a) Vypočtěte, která žárovka z tabulky vpravo má větší světelný výkon (silněji svítí).
(b) Vypočtěte, kolik bude stát 24 hodin svícení každou s uvedených žárovek, jestliže za 1 kWh elektrické energie zaplatíme 3 Kč.

(a) Výkon žárovek získáme vynásobením příkonu a účinnosti (účinnost nezapomeneme převést z procent na desetinné číslo)

$$P_1=60\,\mathrm{W}\cdot 0{,}06=3{,}6\,\mathrm{W},$$

$$P_2=15\,\mathrm{W}\cdot 0{,}30=4{,}5\,\mathrm{W}.$$

(b) Příkon žárovek převedeme na kW a určíme spotřebovanou energii za 24 hodin v kWh

$$E_1 = 0{,}060\,\mathrm{kW} \cdot 24\,\mathrm{h} = 1{,}44\,\mathrm{kWh},$$

$$E_2 = 0{,}015\,\mathrm{kW} \cdot 24\,\mathrm{h} = 0{,}36\,\mathrm{kWh}.$$

Odtud dostaneme, že 1 den svícení 60W žárovkou bude stát $1{,}44\,\mathrm{kWh} \cdot 3\,\mathrm{h} = 4{,}32\,\mathrm{Kč}$, zatímco 15W žárovkou $0{,}36\,\mathrm{kWh} \cdot 3\,\mathrm{h} = 1{,}08\,\mathrm{Kč}$.

Příklad 5-12

Navrhovaný lyžařský vlek má splňovat následující parametry: délka vleku: 892 m, převýšení: 296 m, přepravní kapacita: 900 osob za hodinu.
(a) Vypočítejte jaký musí být příkon použitého elektromotoru, jehož účinnost je 92%. Průměrná hmotnost jednoho lyžaře je 80 kg. Tření ani odpor vzduchu neuvažujte.
(b) Odhadněte vliv třecí síly, je-li koeficient tření lyže-sníh 0,05.

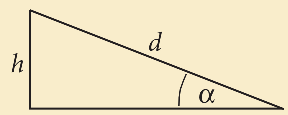
(a) Vypočítáme, jakou mechanickou práci musí elektromotor vykonat za jednu hodinu. Pokud neuvažujeme odporové síly, pak vykonaná mechanická práce bude odpovídat změně potenciální energie $N = 900$ osob o hmotnosti $m = 80\,\mathrm{kg}$ při změně výšky o $h = 296\,\mathrm{m}$:

$$W = \Delta E_{\mathrm{P}} = Nmgh = 900 \cdot 80 \cdot 9{,}8 \cdot 296\,\mathrm{J} = 209 \cdot 10^6\,\mathrm{J} = 209\,\mathrm{MJ}.$$

Výkon motoru je tedy

$$P = \frac{Nmgh}{t} = \frac{209 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{3600\,\mathrm{s}} = 59 \cdot 10^3\,\mathrm{W} = 59\,\mathrm{kW}.$$

Účinnost motoru je 92%, proto příkon motoru je $59\,\mathrm{kW}/0{,}92 = 64\,\mathrm{kW}$.
(b) Při výpočtu budeme uvažovat, že lyžaři se na vleku pohybují po nakloněné rovině se sklonem α, kde $\sin\alpha = h/d = 296/892$ (viz obrázek), odtud $\alpha = 19{,}4^\circ$. Chceme-li započíst vliv třecí síly F_{DYN}, musíme určit práci třecí síly při posunutí jednoho lyžaře o $d = 892\,\mathrm{m}$



$$W_{\mathrm{T}} = -F_{\mathrm{DYN}} d = -f_{\mathrm{D}} F_{\mathrm{N}} d = -f_{\mathrm{D}} mgd\cos\alpha.$$

$f_{\mathrm{D}} = 0{,}05$ je koeficient dynamického tření a F_{N} je velikost kolmé tlakové síly, což je $F_{\mathrm{N}} = mg\cos\alpha$. Práce je záporná neboť síla působí proti směru pohybu. Celková práce třecí síly za jednu hodinu je pak

$$NW_{\mathrm{T}} = -Nf_{\mathrm{D}} mgd\cos\alpha = -900 \cdot 0{,}05 \cdot 80 \cdot 9{,}8 \cdot 892 \cdot (\cos 19{,}4^\circ)\,\mathrm{J} = -209 \cdot 10^6\,\mathrm{J} = -30\,\mathrm{MJ}$$

To znamená, že motor musí vykonat za hodinu navíc 30 MJ, proto jeho výkon je

$$P = = \frac{(209 + 30) \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{3600\,\mathrm{s}} = 66 \cdot 10^3\,\mathrm{W} = 66\,\mathrm{kW}$$

a příkon pak $66\,\mathrm{kW}/0{,}92 = 72\,\mathrm{kW}$.

Otázky

1

Raketa se nachází ve vesmíru, kde na ni nepůsobí žádné síly, soustava spojená s raketou je izolovaná. Pak raketa zažehne motory, začne se pohybovat a její hybnost se změní. Platí v tomto případě zákon zachování hybnosti? Vysvětlete!

2

Bude se pohybovat plachetnice, když do její plachty bude foukat proud vzduchu ze silného ventilátoru umístěného na plachetnici? Co se stane, když plachtu svineme a ventilátor zůstane zapnutý?

3

Dělník má za úkol vyzvednout těžkou bednu ze země na stůl. Práce, kterou přitom vykoná síla, kterou dělník na bednu působí, bude záviset na

(a) výšce stolu nad zemí,
(b) hmotnosti bedny,
(c) vodorovné vzdálenosti bedny od stolu,
(d) tvaru křivky, po které bude dělník bednu zvedat,
(e) době, po kterou bude dělník bednu zvedat,
(f) maximální rychlosti, kterou bedna při zvedání dosáhne,
(g) maximálním zrychlení, kterého bedna při zvedání dosáhne,
(h) tíhovém zrychlení.

4

(a) Proč musí mít nákladní auta velmi silné brzdy?
(b) Proč velmi pevná konstrukce auta není bezpečná?
(c) Proč při jízdě z prudkého kopce musí řidič brzdit motorem?
(d) Proč má automobil s hybridním pohonem (kombinace spalovacího motoru a elektromotoru) mnohem menší spotřebu při jízdě ve městě?

5

Uveďte příklad izolované soustavy a takového děje v ní (pokud existuje), při kterém se

(a) zachovává mechanická energie soustavy,
(b) zachovává hybnost soustavy,
(c) nezachovává mechanická energie soustavy,
(d) nezachovává hybnost soustavy,
(e) nezachovává celková energie soustavy.

6

Země je v létě (na severní polokouli) dál od Slunce a pohybuje se pomaleji, zatímco v zimě je blíž a pohybuje se větší rychlostí. Vysvětlete pomocí zachování mechanické energie soustavy Slunce – Země.

7

Hráč baseballu odpálil míček do vzduchu. Popište změny energie míčku (soustavy Země + míček) od odpalu až po jeho dopad na zem.

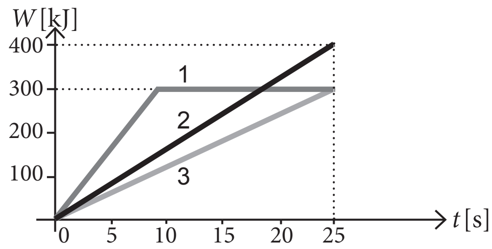
8

Uveďte konkrétní příklady dějů, při kterých se mění forma energie uvedeným způsobem:

(a) kinetická –> potenciální,
(b) potenciální –> kinetická,
(c) kinetická –> vnitřní,
(d) vnitřní –> kinetická.

9

Graf ukazuje práci vykonanou třemi různými stroji v závislosti na čase.



(a) Který stroj vykonal největší práci?
(b) Který stroj pracoval nejkratší dobu?
(c) Který stroj měl největší maximální výkon?
(d) Který stroj měl největší průměrný výkon?

Úlohy

1

Jakou rychlostí by se musel pohybovat cyklista o celkové hmotnosti 90 kg, aby měl stejně velkou hybnosti jako 15 t nákladní auto jedoucí rychlostí 90 kmh^{-1}?
[v = 15 kms^{-1}]

2

Astronaut o hmotnosti 90 kg (i s vybavením) se při nehodě odpoutal od raketoplánu a vzdaluje se od něj rychlostí 1,2 ms^{-1}. Jakou minimální rychlostí (určete velikost i směr) musí odhodit vrtačku o hmotnosti 9 kg, aby se zachránil a dostal se zpět k raketoplánu? [v = 12 ms^{-1}, směrem od lodi]

3

Plyny vystupují z trysky reaktivního motoru vesmírné sondy rychlostí o velikosti 3200 ms^{-1}. Hmotnost sondy je 1,6 tuny.
(a) Jaké množství paliva se musí spálit, aby sonda změnila velikost své rychlosti o 50 ms^{-1}?
(b) Jaké množství paliva se musí spálit, aby sonda při rychlosti 120 ms^{-1} změnila kurs o 30°? Změnu hmotnosti sondy můžeme zanedbat.
[(a) m = 25 kg, (b) m = 35 kg]

4
Jakou minimální práci musí vykonat motor výtahu, zvedá -li člověka o hmotnosti 80 kg z přízemí do 7. patra (to představuje výškový rozdíl 25 m)? Proč nemusíme počítat s hmotností výtahu?
[$W = 19{,}6$ kJ]

5
Jakou práci vykoná námořník, který táhne svoji loďku na laně podél mola přístavu silou 225 N pod úhlem 45° do vzdálenosti 60 m? Jakou práci přitom vykoná gravitační síla, vztlaková síla?
[$W = 9{,}55$ kJ]

6
V kocourkově vymysleli, že budou odměňovat dělníky na stavbě podle vykonané mechanické práce, za práci 80 J je odměna 1 Kč. První dělník vynosí za den průměrně 100 kbelíků malty o hmotnosti 8 kg do výšky 4 m. Druhý dělník kbelíky nahoře plní sutí stejné hmotnosti a nosí je zpět dolů. Jakou výplatu dělníci dostanou?
[první dostane 400 Kč, druhý musí 400 Kč zaplatit]

7
Určete kinetickou energii následujících objektů:
(a) učitel tělocviku o hmotnosti 85 kg běžící po hřišti rychlostí o velikosti 20 kmh^{-1},
(b) kulka o hmotnosti 4,2 g letící rychlostí 950 ms^{-1},
(c) letadlová loď Nimitz o hmotnosti 91 400 t při rychlosti 32 uzlů (1 uzel = 0,51 ms^{-1}),
[(a) 1312 J, (b) 1895 J, (c) 12 GJ]

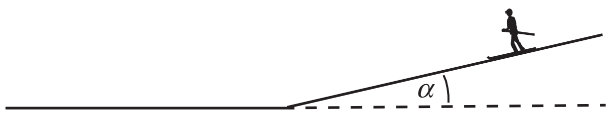
8
Velký kus sněhu o hmotnosti 15 kg padá ze střechy horské chaty z výšky 8 metrů nad zemí. Jaká bude jeho kinetická energie těsně před dopadem? Jaká bude jeho rychlost?
[$E = 1180$ J, $v = 12{,}5$ ms^{-1}]

9
Odhadněte, do jaké výšky může vyskočit závodník ve skoku o tyči. Vyjděte ze zákona zachování mechanické energie a předpokládejte, že celá kinetická energie skokana se přemění na potenciální energii. Závodník se dokáže rozběhnout rychlostí o velikosti 10 ms^{-1}.
Jak vysoko by mohl vyskočit skokan o tyči na Měsíci, kde je tíhové zrychlení g = 1,7ms^{-2} ?
[$h = 5$ m, $h = 30$ m]

10
Vypočtěte, o jaký úhel musíme vychýlit kuličku kyvadla, aby proletěla nejnižším bodem rychlostí o velikosti 4 ms^{-1}. Délka závěsu kyvadla je 3 m, odpor vzduchu neuvažujeme. [$\alpha = 43^\circ$]

11
V roce 2004 došlo k neštěstí raketoplánu Columbia, který při návratu na Zemi shořel v atmosféře. Příčinou byl poškozený malý kousek tepelného štítu. Proč potřebuje raketoplán tepelný štít? Vypočtěte, jak se zmenší mechanická energie raketoplánu hmotnosti 50 t při sestupu o 10 km (předpokládejte, že rychlost raketoplánu se nezmění).
[$\Delta E = 4{,}6$ GJ]

12
Lyžař se rozjíždí po svahu se sklonem $\alpha = 30^\circ$, dojíždí až do zastavení po rovině (viz obrázek). Určete součinitel dynamického tření mezi lyžemi a sněhem, víme-li, že po svahu i rovině ujel stejnou vzdálenost.
[$f = 0.17$]



13
Dva studenti o stejné hmotnosti 70 kg si dávají závody v běhu do schodů. Převýšení je 18 metrů. První doběhne v čase 25 s a druhý o 10 s později. Který student vykonal větší mechanickou práci? Vypočtěte a porovnejte výkon obou studentů.
[$P_1 = 494$ W, $P_2 = 353$ W]

14
Jedna kilowatthodina elektrické energie v běžné sazbě stojí 3,50 Kč. Kolik stojí
(a) 1 hodina svícení 100 W žárovkou?
(b) 1 den svícení 100 W žárovkou?
(c) 1 měsíc svícení 100 W žárovkou?
(d) 1 měsíc provozu elektrických kamen o příkonu 3 kW, která pracují v průměru 6 hodin denně?
[(a) 0,35 Kč, (b) 8,40 Kč, (c) 252 Kč, (d) 1890 Kč]

15
V tabulce je uvedeno, jaký je přibližně výkon člověka při různých činnostech.

činnost člověka	výkon
chůze	60 W
běh maratón	300 W
běh 1 500 m	500 W
běh 100 m	1200 W
tepelný výkon v klidu	80 W

Vypočítejte, za jak dlouho při uvedených činnostech člověk spotřebuje energii 2600 kJ, která je obsažena v jedné tabulce čokolády (hodnota uváděná na všech potravinách je tzv. využitelná energie, tedy množství energie, které dokáže lidský metabolizmus využít).

16

Výkon motoru závodního automobilu je 110 kW. Odporová síla závisí na rychlosti tohoto auta přibližně podle vztahu $F_{odp} = 0{,}5v^2$. Jaká je maximální dosažitelná rychlost auta na rovině? [$v = 217$ kmh^{-1}]

17

Výtah na stavbě zvedá zátěž o hmotnosti 200 kg. Překonává přitom třecí sílu o velikosti 100 N. Jaká je účinnost výtahu? [η=95%]

18

Spád (rozdíl výšky hladin) přehradní hráze Orlík na Vltavě je 70,5 m. Maximální výkon elektrárny je 364 MW. Při maximálním výkonu protéká turbínami 585 m^3 vody za sekundu. (Pro představu: průměrný roční průtok Vltavy v ústí je 150 m^3 za sekundu.). Vypočítejte účinnost turbín vodní elektrárny. [η=90%]