

Růžena Blažková, Irena Sytařová

Číselné obory

Proveďte metodický a didaktický rozbor úloh:

1. Jsou dána přirozená čísla 1, 2, 3, ..., 99. Kolikrát se v zápisu všech těchto čísel objeví číslice a) šest b) jedna ?

2. Kolikrát zapíšete číslici 0, zapíšete-li za sebou

- a) prvních deset přirozených čísel,
- b) prvních sto přirozených čísel,
- c) prvních tisíc přirozených čísel?

3. Jak nejrychleji určíte:

- a) součet všech přirozených čísel od 1 do 100,
- b) součet všech lichých přirozených čísel od 1 do 99,
- c) součet všech sudých přirozených čísel od 2 do 100?

4. Určete úsporně součet čísel: $10 + 11 + 22 + 33 + 44 + 56 + 67 + 78 + 89 + 90$

5. Čísla 1 až 8 přiřipšte k vrcholům krychle tak, aby se součty čísel zapsaných u vrcholů v každé stěně krychle sobě rovnaly.

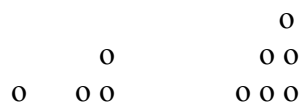
6. Čísla 1 až 12 přiřipšte ke hranám krychle tak, aby se součty čísel zapsaných u hran v každé stěně krychle sobě rovnaly.

7. Nejprve odhadněte a potom vypočítejte, jak dlouhá je doba (kolik roků, event. dní):

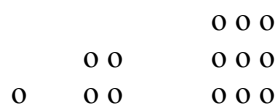
- a) milionu hodin,
- b) milionu minut,
- c) milionu sekund.

8. Některá čísla se znázorňují pomocí geometrických obrazců, např.

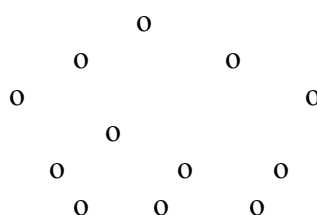
a) trojúhelníková čísla jsou 1, 3, 6, ...



b) čtvercová čísla jsou 1, 4, 9, ...



c) pětiúhelníková čísla jsou 1, 5, 12, 22 ...



Zapište další čísla, která mají tyto vlastnosti.

9. Číslo 39 můžeme zapsat jako $39 = 3 \cdot 9 + 3 + 9$, obecně $10a + b = a \cdot b + a + b$. Najděte další čísla této vlastnosti.

10. Kolik existuje všech desetiferných čísel zapsaných všemi číslicemi 0 až 9, jestliže se v zápisu čísla vyskytuje každá číslice právě jednou? Které číslo je nejmenší a které je největší?

11. Určete dvojici přirozených čísel těchto vlastností: Jejich součin je 97. Dělíme-li větší číslo menším, dostaneme podíl 97. Kolik existuje přirozených čísel, jejichž součin a podíl se sobě rovnají?

12. V určité populaci jsou $\frac{2}{3}$ mužů ženatí, ale jen $\frac{3}{5}$ žen jsou vdané. Jaká část populace (vyjádřeno zlomkem) jsou svobodní lidé?

13. Jsou dány zlomky $\frac{x}{y}, \frac{x+1}{y+1}$, kde x a y jsou přirozená čísla. Rozhodněte a zdůvodněte, který zlomek je větší, když a) $x < y$, b) $x > y$.

14. Vyjádřete následující čísla ve tvaru zlomku, jehož číselník i jmenovatel jsou přirozená čísla:
a) $0,\overline{324}$, b) $0,2\overline{37}$ c) $1,72\overline{3}$.

15. Vypočítejte periody zlomků:

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{17}$.

16. Vypočítejte velikost tzv. řetězových zlomků a zapište a vypočítejte další takové zlomky:

$$1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$1 + \frac{1}{1+1} = \frac{3}{2}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}} = \frac{5}{3}$$

17. Přičteme-li k číselníku i jmenovateli zlomků $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{2n-1}$, kde n je přirozené číslo, vzniknou zlomky dvakrát, třikrát, ... n -krát větší, než byl původní zlomek. Dokažte.

18. Dokažte, že čísla $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ nejsou racionální čísla.

19. Definiujte absolutní hodnotu reálného čísla a na základě definice dokažte, že pro každá reálná čísla a, b platí:

a) $|a| \geq 0$

b) $|a| = |-a|$

- c) $|a| \geq a$
 d) $|a + b| \leq |a| + |b|$
 e) $|a - b| \geq |a| - |b|$
 f) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
 g) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

20. Prostředky žáka základní školy zdůvodněte:

- a) proč součin dvou záporných čísel je číslo kladné,
 b) větu o dělení zlomku zlomkem.

21. Najděte taková přirozená čísla x, y aby platilo: $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{x \cdot y}$

22. Dokažte, že platí: $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} = \frac{4}{5}$

23. Určete čísla x, y tak aby platilo: $\frac{1}{5.6} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

24. Sečtěte nekonečný počet sčítanců $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$

- a) prostředky žáka základní školy,
 b) pomocí vzorce pro počet nekonečné řady.

25. Kolik je jedna polovina čtyřnásobku jedné poloviny jedné čtvrtiny?