

STATISTICKÉ METODY V GEOGRAFII

The background features a dark blue gradient. A large, light blue curved shape starts from the left edge and curves downwards towards the bottom right. Another darker blue curved shape is positioned below it, also curving towards the bottom right. The overall design is minimalist and modern.

Teoretická rozdělení

Teoretická rozdělení

- Základní pojmy
- náhodná veličina spojitá (teplota) a nespojitá (počet měsíců s teplotou nad...)
- histogram – grafické znázornění četností
- rozsah souboru se blíží k nekonečnu + náhodná veličina je spojitá – frekvenční funkce / hustota pravděpodobnosti
- kumulativní relativní četnost tj. součtová čára - distribuční funkce
- obr.

Frekvenční funkce, teoretické rozdělení

- frekvenční funkce je teoretickým rozdělením četností základního souboru.
- V praxi máme obvykle k dispozici výběrový soubor, který je více či méně reprezentativní, proto se hledají způsoby, jak nahradit výběrové soubory základními,
- pro základní soubory počítat charakteristiky a hodnotit např. normálnost konkrétní hodnoty

Normální rozdělení

Normální rozdělení / Gaussovo, Laplaceovo- Gaussovo

- nejčastěji používané rozdělení spojité náhodné veličiny (teploty, úhrny srážek, výška, IQ atd.)
- normální křivka (tj. frekvenční křivka normálního rozdělení) má vlastnosti:
 - zvonovitý tvar
 - asymptoticky se blíží k ose x)tj. i hodnoty \pm nekonečno
 - souměrná podle osy, kterou tvoří spojnice jejího vrcholu a aritmetického průměru na ose x
 - aritmetický průměr se rovná modusu se rovná mediánu
 - obr.

Normální rozdělení

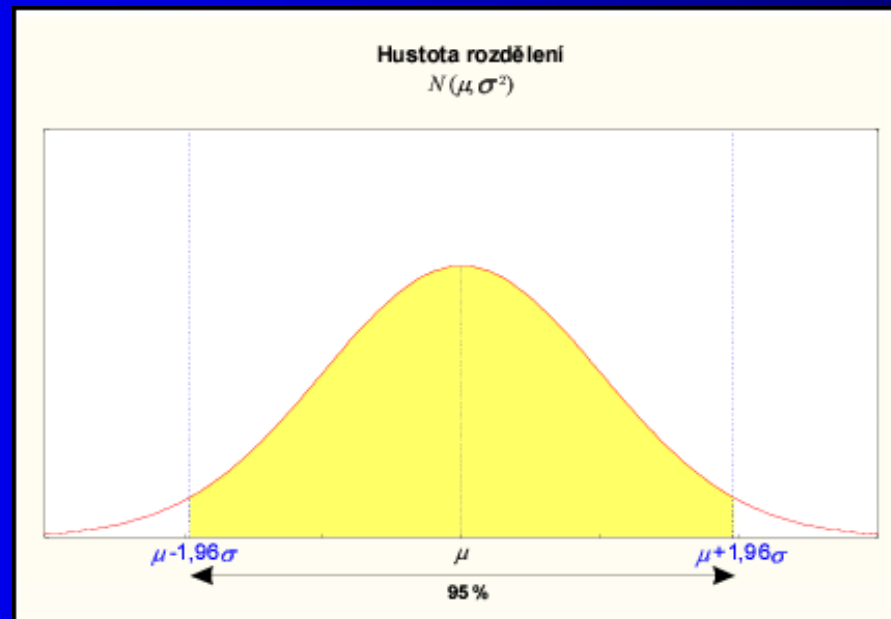
- Normální křivka a osa x vymezují plochu 100%, tj. 1
- lze stanovit pravděpodobnosti, s nimiž leží hodnoty v určitém intervalu, hranice intervalu tvoří průměr a násobky směrodatné odchylky
- obr.

příklady

- normální rozdělení „IQ populace“
- normální rozdělení „ Výška žen v ČR“
apod.

Normální rozdělení / Gaussovo pokračování

- Normální křivka a osa x vymezují plochu 100%,
- tj. lze stanovit pravděpodobnosti, s nimiž leží hodnoty v určitém intervalu,
- hranice intervalu tvoří průměr a násobky směrodatné odchylky
- obr.



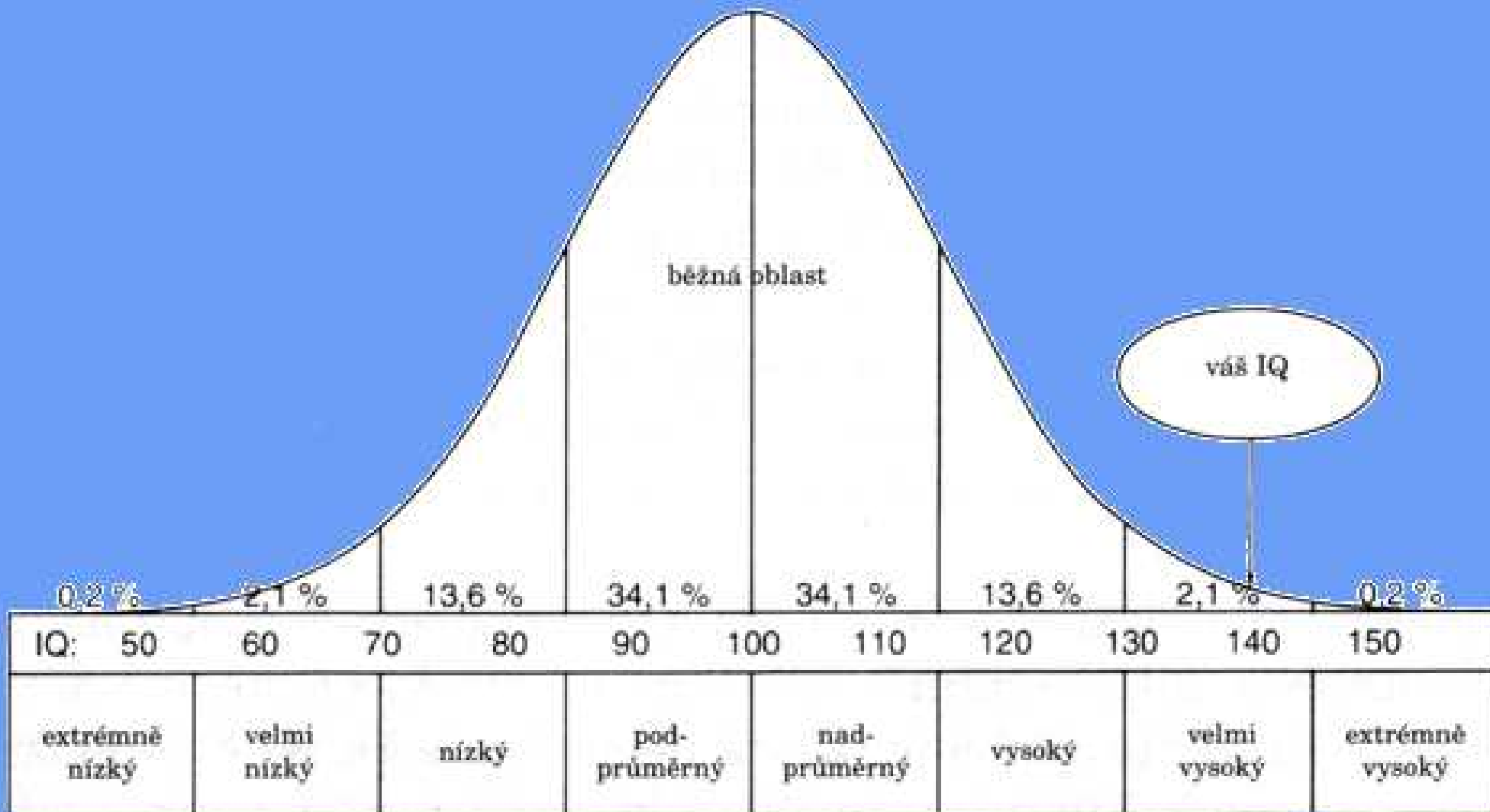
V normálním rozdělení:

- **68, 27% leží v intervalu:**
 - **(průměr + - směr. odchylka)**

- **95% leží v intervalu:**
 - **(ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)**

- **99% leží v intervalu:**
 - **(ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)**

Normální rozdělení pro IQ



imbecilita

debilita

Lehká d.

průměr

vynikající

genialita

idocie

IQ (v bodech)	stupeň inteligence případů (v %)	procento zkoumaných
méně než 20	idiocie	0,1
20 - 49	imbecilita	0,5
50 - 69	debilita	1,9
70 - 79	tzv. lehká debilita	5,0
80 - 89	podprůměrná	14
90 - 109	průměrná	48
110 - 119	nadprůměrná	18
120 - 139	vynikající	11
140 a více	genialita	1,5

Příklady – normální rozdělení

Příklad 1

- Populace má v daném testu průměr 100, směrodatnou odchylku 15.
- Vypočítejte hranice intervalů, v kterém se nachází 68 % populace.

68 % populace leží v
int. 85 až 115



V normálním rozdělení:

- **68, 27% leží v intervalu:**
(průměr + - směr. odchylka)
- **95% leží v intervalu:**
(ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)
- **99% leží v intervalu:**
(ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)

Příklad 2

- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- Vypočítejte intervaly, kde se nachází 68%, 95% a 99% přísl. populace.

V normálním rozdělení:



- 68, 27% leží v intervalu:
- (průměr + - směr. odchylka)



- 95% leží v intervalu:
- (ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)



- 99% leží v intervalu:
- (ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)

Příklad 3

- zadání:
- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- Spočtete, jaké procento chlapců v uvedeném věku má výšku menší nebo rovnou 93 cm.

Řešení 3

- Pravděpodobnost, že výška nabude hodnoty menší nebo rovné 93 cm, je vyjádřena hodnotou **distribuční funkce F (93)** pro **parametry normálního rozdělení 102;4,5**

Microsoft Excel

Formula bar: **NORMDIST(93;102;4.5;pravda)**

NORMDIST

X	93	= 93
Střed_hodn	102	= 102
Sm_odch	4,5	= 4,5
Součet	pravda	= PRAVDA

= 0,022750062

Vrátí hodnotu normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

Součet je logická hodnota: součtová distribuční funkce = PRAVDA, hromadná pravděpodobnostní funkce = NEPRAVDA.

Výsledek = 0,022750062 = 2,27%

OK Storno

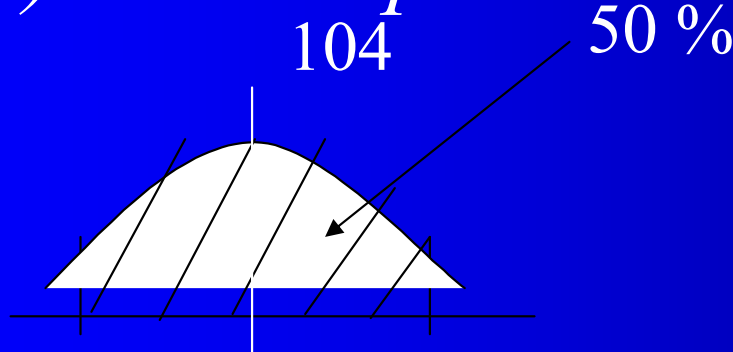
Odpověď: 2,27 % chlapců ve věku 3,5 – 4 roky je menších než 93 cm

Příklad 4

- Psychologickými testy bylo zjištěno, že hodnota IQ populace je náhodnou veličinou s normálním rozdělením, jehož střední hodnota je 104 a směrodatná odchylka 8.
- Určete hodnotu IQ, kterou podle uvedených pravděpodobnostních předpokladů:
 - a) meze, ve kterých bude 50% populace,
 - b) nepřesáhne 5% populace,
 - c) překročí 5% populace.
 - d) Odhadněte v jakých mezích se pohybuje IQ 99.9 % populace

Řešení 4a)

- a) *meze pro 50 % mužské populace*



Hledáme dolní a horní meze intervalu (hodnot IQ),
ve které se bude nacházet 50% mužské populace, tj 1. a 3. kvartil

Řešení 4a)

Excel, statistická funkce inverzní k e Gauss. - NORMINV

Microsoft Excel

Prst: 0,25 = 0,25
Střední: 104 = 104
Sm_odch: 8 = 8

= 98,60407707

Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.
Prst je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

Výsledek = 98,60407707

OK Storno

Microsoft Excel

Prst: 0,75 = 0,75
Střední: 104 = 104
Sm_odch: 8 = 8

= 109,3959229

Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.
Prst je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

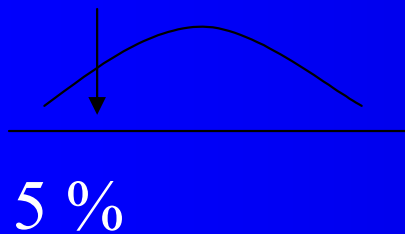
Výsledek = 109,3959229

OK Storno

Podle parametrů daného normálního rozdělení 50 populace má IQ v intervalu 98,6 a 109,4.

Řešení 4b)

- *b) hodnotu IQ, pod níž je 5% populace*
tj. 5% dosáhne max.IQ



5 % populace
má IQ
(dle parametrů N)
nižší nebo rovno
90,84.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the NORMINV function dialog box open. The formula bar contains the formula `=NORMINV(0,05;104;8)`. The dialog box has three input fields: Prst (0,05), Střední (104), and Sm_odch (8). The result of the function is displayed as 90,841176. The dialog box also includes a help icon, a description of the function, and OK and Storno buttons.

Microsoft Excel

Formula bar: `=NORMINV(0,05;104;8)`

NORMINV

Prst	0,05	= 0,05
Střední	104	= 104
Sm_odch	8	= 8

= 90,841176

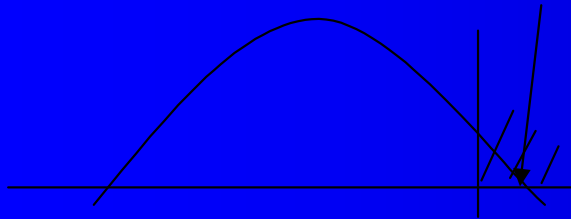
Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.
Sm_odch je směrodatná odchylka rozdělení, kladné číslo.

Výsledek = 90,841176

OK Storno

Řešení 4c)

- c) překročí pouze 5% populace



- analogicky s 4b) nebo využít symetrie normálního rozdělení a využít výsledku 4b)

$$\text{pak } 104 - 90,84 = 13,16$$

$$104 + 13,16 = 117,16$$

5% populace (dle $N(104, 8)$) má IQ rovno nebo vyšší 117,16

Řešení 4d

- *Odhadněte v jakých mezích se pohybuje IQ 99.9 %*
- *mužské populace.*

The image displays two side-by-side screenshots of the Microsoft Excel NORMINV function dialog box. Both windows show the function name 'NORMINV' and the formula bar containing the function syntax. The left window has the following parameters: Prst (Probability) set to 0,001, Střední (Mean) set to 104, and Sm_odch (Standard Deviation) set to 8. The result shown is 79,27804. The right window has Prst set to 0,999, Střední set to 104, and Sm_odch set to 8. The result shown is 128,7219577. Below the input fields, there is explanatory text in Czech: 'Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku. Prst je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.'

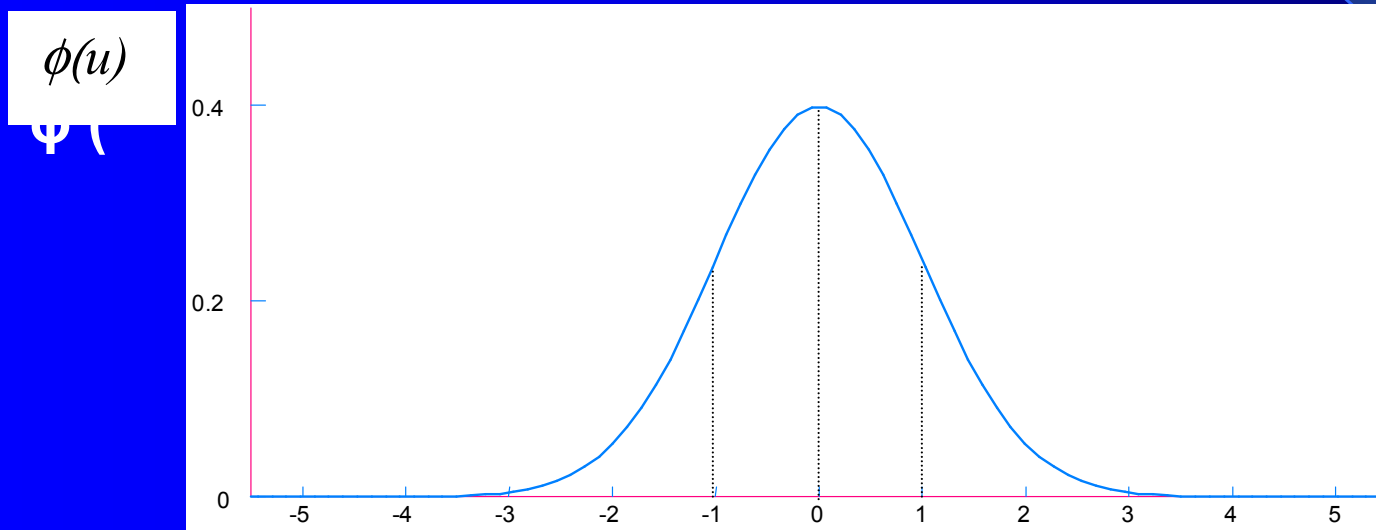
99,9 % mužské populace se pohybuje v mezích intervalu 79,3 až 128,7 jednotek IQ.

- Pro normované normální rozdělení zavedeme označení $N(0, 1)$.

Normování hodnoty: od hodnoty se odečte aritmetický průměr,

výsledek (tj. odchylka) se dělí směr. odchylkou

Hustota pravděpodobnosti normovaného normálního rozdělení:



Tabulkové vyjádření vybraných hodnot hustoty pravděpodobnosti

u	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\phi(u)$	0,399	0,352	0,242	0,130	0,054	0,018	0,004	0,001

u

Tabulkové vyjádření vybraných hodnot distribuční funkce

u	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\Phi(u)$	0,500	0,691	0,841	0,933	0,977	0,994	0,999	0,999